

# 轴承外圈故障位置识别方法研究

张珂,鹿延秋,石怀涛,白晓天

(沈阳建筑大学机械工程学院,辽宁 沈阳 110168)

**摘要** 目的 研究一种新的轴承外圈故障位置识别方法,提出水平-水平-垂直同步均方根(HHVS RMS)故障位置识别的新方法,为轴承外圈故障位置识别提供指导。  
**方法** 建立轴承动力学模型来模拟轴承运行情况,考虑振动信号在传播过程中的衰减,仿真分析三个测点振动信号的同步均方根(S RMS)与故障位置之间的映射关系,根据映射关系进行故障位置识别,最后通过实验验证仿真结果。  
**结果** 当故障位置角在 $230^{\circ} \sim 310^{\circ}$ 时,HHVS RMS与故障位置之间存在单调映射关系,可识别轴承外圈的故障位置;仿真曲线与实验曲线的变化趋势相似,误差较小,仿真结果与实验相符合。  
**结论** 仿真试验验证了笔者所提方法的可行性,该方法加大了故障识别范围。

**关键词** 轴承;外圈故障;故障定位;信号衰减

中图分类号 V241;TH165<sup>+</sup>.3

文献标志码 A

## The Fault Position Identification Method for the Outer Ring of Bearing

ZHANG Ke, LU Yanqiu, SHI Huaitao, BAI Xiaotian

(School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168)

**Abstract:** A new fault location identification method of bearing is proposed to provide guidance for fault location identification of bearing outer ring, named horizontal-horizontal-vertical synchronous root mean square (HHVS RMS). This method considers the attenuation of vibration signal in the propagation process. Firstly, the simulation signal is obtained through the dynamics model. Then, the mapping relationship between the synchronous root mean square (SRMS) of vibration signals at three measuring points and the fault position is analyzed by simulation. The fault location is identified according to the mapping relationship. Finally, the simulation result is verified by experiment. There is a monotone mapping relationship between the index HHVS RMS and fault location, when the fault position within  $230^{\circ} \sim 310^{\circ}$ . then the fault location of the outer ring of the bearing can be identified on this basis. The simulation curve and the experimental curve have similar change trend with less error, then the simulation results are consistent with the experiment,

收稿日期:2021-08-16

基金项目:国家自然科学基金项目(52075348, 52175107);辽宁省教育厅项目(lnfw202007);辽宁省兴辽英才青年拔尖人才项目(XLYC2007031)

作者简介:张珂(1969—),男,教授,博士研究生导师,主要从事精密加工技术、机电一体化等方面研究。

so the feasibility of the method is verified, and the method increases the fault identification range.

**Key words:** bearing; outer race fault; fault position identification; signal attenuation

轴承是机床主轴的核心部件之一,其运行精度直接影响机床的加工精度<sup>[1-3]</sup>。当轴承发生故障时会导致轴系过度振动、转子碰摩,降低机床加工精度,甚至造成机器故障,从而导致生产和经济损失。当轴承外圈发生故障时,其位置越靠近载荷中心,缺陷延伸越快,轴承剩余寿命越少;且不同位置的故障对应的原因不同<sup>[4]</sup>。因此,轴承外圈故障位置的识别在球轴承的故障排除、故障原因分析以及剩余寿命分析中起着重要作用<sup>[5]</sup>。

对于轴承故障诊断的研究,许多学者研究了故障机理、信号处理和特征提取方法<sup>[6]</sup>。目前,轴承外圈故障定位识别主要采用机理模型法和故障特征提取法。根据一般的轴承模型,刘静等<sup>[7-9]</sup>将球尺寸、缺陷尺寸和位置、缺陷边缘效应等因素引入模型,基于分段函数描述局部缺陷。S. Khanam等<sup>[10-11]</sup>解释了断层轴承产生冲击力的机理,并在冲击力模型和轴承系统的几何模型之间建立了桥梁。针对轴承的外圈结构,柳小勤等<sup>[12]</sup>建立了不依赖于声发射传播速度的定位计算模型,该方法实现了对大型低速轴承的故障定位,但该方法未涉及轴承的其他工况。CUI Lingli等<sup>[3-4]</sup>基于轴承非线性接触模型,分析故障位置与振动信号之间的联系,提出了基于水平—垂直同步均方根(Horizontal-Vertical Synchronized Root Mean Square, HVS RMS)指标的定位规律和定位公式,用于轴承外圈故障位置的识别。

为了实现轴承外圈故障位置的识别,增加故障识别区间,笔者提出水平-水平-垂直同步均方根(Horizontal-Horizontal-Vertical Synchronized Root Mean Square, HHVSRMS)识别方法,在轴承动力学模型中,考虑振动信号在沿轴承外圈传递时的衰减,分析轴承外圈不同测点处振动信号的差异,同时找出不

同测点处振动信号与轴承外圈故障位置之间的映射关系,最终实现在故障位置角 $230^{\circ} \sim 310^{\circ}$ 内的故障位置识别;通过实验验证了所提故障识别方法不仅能有效的识别故障位置,而且明显增加了故障识别范围。

### 1 轴承非线性动力学模型

通过轴承非线性动力学模型,分析轴承内部载荷情况,同时得到故障轴承的模拟振动响应。将轴承视为弹簧阻尼系统,载荷通过滚珠在内外圈之间传递,且滚珠与内外滚道接触满足赫兹接触理论。假设轴承外圈固定,轴承内圈随轴转动,且滚珠与内外滚道之间没有滑动,滚珠在内外滚道面内纯滚动。 $x$ 正方向角位置为 $0$ ,逆时针方向为正方向,则轴承非线性动力学模型如图1所示。

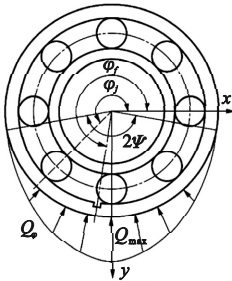


图1 轴承系统非线性动力学模型

Fig.1 Nonlinear dynamic model of the bearing system

当滚珠经过缺陷时,根据几何边界故障模型理论对来描述轴承局部故障。对于外圈故障通过故障深度 $H$ ,缺陷宽度相对于轴承圆心的夹角 $\Delta\varphi_f$ 和故障位置角 $\varphi_f$ 三个参数来描述,其几何关系如图2所示。

第 $j$ 个滚珠经过外圈缺陷时故障深度 $h(\varphi_j)$ <sup>[4]</sup>为

$$h(\varphi_j) = \min [H, r_1 (\cos \theta_j - 1) + r_b - \sqrt{r_b^2 - r_1^2 \sin^2 \theta_j} ] . \tag{1}$$

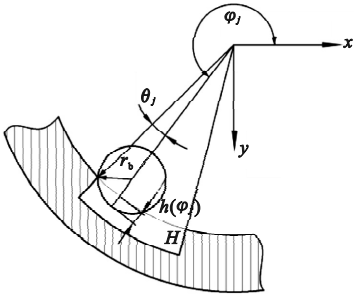


图2 缺陷示意图

Fig. 2 The schematic diagram of fault

$$\theta_j = \begin{cases} \varphi_j - \varphi_f + \frac{1}{2}\Delta\varphi_f, & \varphi_f - \frac{1}{2}\Delta\varphi_f < \varphi_j \leq \varphi_f; \\ \varphi_f - \varphi_j + \frac{1}{2}\Delta\varphi_f, & \varphi_f < \varphi_j \leq \varphi_f + \frac{1}{2}\Delta\varphi_f; \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

由轴承系统几何关系可知,第j个滚珠处的弹性变形 $\delta_\varphi$ 表示为<sup>[13]</sup>

$$\delta_\varphi = x\sin\varphi_j + y\cos\varphi_j - c_r - h(\varphi_j). \quad (3)$$

式中: $\varphi_j$ 为滚珠位置角; $c_r$ 为轴承径向游隙,则根据赫兹接触理论,其接触载荷 $Q_\varphi$ 表示为

$$Q_\varphi = K\delta_\varphi^{1.5} \quad (4)$$

当滚珠在非故障区时,滚珠所承受接触载荷 $Q_\varphi$ 表示为<sup>[14]</sup>

$$Q_\varphi = \begin{cases} Q_{\max} [1 - \frac{1}{2\varepsilon}(1 - \cos\varphi)]^{3/2}, & \varphi \in 2\psi; \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $Q_{\max}$ 为系统发生形变量 $\delta_{\max}$ 时最大接触载荷; $2\psi$ 表示载荷分布范围; $\varepsilon$ 为载荷分布系数。

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(1 - \frac{c_r}{2\delta_{\max}}) \quad (6)$$

滚珠在水平和竖直方向接触力 $Q_{jx}$ 、 $Q_{jy}$ 为

$$\begin{cases} Q_{jx} = Q_\varphi \cos\varphi_j; \\ Q_{jy} = Q_\varphi \sin\varphi_j \end{cases} \quad (7)$$

轴承二自由度动力学模型表达式

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \sum^Z Q_\varphi \cos\varphi; \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \sum^Z Q_\varphi \sin\varphi. \end{cases} \quad (8)$$

式中: $m$ 为轴承质量; $c$ 、 $k$ 分别为轴承系统的阻尼和刚度; $Z$ 为轴承滚动体的个数。

研究对象为轴承深沟球轴承 MB ER-10K,轴承具体参数见表1。

表1 轴承主要参数

Table 1 Main parameters of the bearing

滚动体数量/个	滚动体直径/mm	轴承中径/mm
8	7.94	33.5

当故障位置在 $\varphi_f = 230^\circ \sim 310^\circ$ 内变化时,滚珠在一个周期内水平方向和竖直方向的接触载荷变化如图3所示。

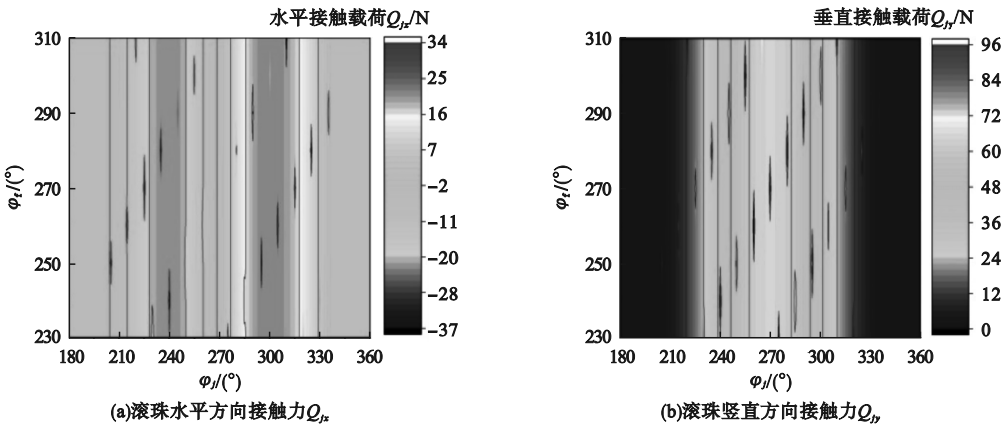


图3 外圈故障时接触力的变化

Fig. 3 The contact force of the faulty bearing

由图可知,在载荷区内滚珠水平接触载荷 $Q_{jx}$ 近似于随 $\varphi_j$ 变化的以 $270^\circ$ 为中心的正

弦函数曲线,滚珠垂直方向接触载荷 $Q_{jy}$ 近似于随 $\varphi_j$ 变化的以 $270^\circ$ 为中心的余弦函数曲

线。滚珠经过故障时接触载荷发生突变,且滚珠接触载荷的突变会随着故障位置角  $\varphi_f$  的变化而变化。

## 2 轴承外圈故障位置识别方法

当滚动体经过故障时接触产生突变,其不仅对系统产生一个激励作用,同时也是产生故障特征信号的主要来源。假设外圈故障处产生的故障振动信号沿外圈传导至测点,传递介质仅为轴承外圈。考虑到故障位置与测点之间有一定距离,信号在传递过程中存在一定的衰减,其衰减过程类似于指数衰减,故在轴承动力学系统中引入振动衰减因素<sup>[15]</sup>:

$$S_l = S \left[ \frac{r_0}{l} \xi_0 + \sqrt{\frac{r_0}{l}} \left( 1 - \frac{r_0}{l} \right) \right] e^{-\alpha_0 f_0 (l - r_0)}. \quad (9)$$

式中:  $l$  为故障位置与测点之间的距离;  $S$  为故障位置处产生的加速度振动信号;  $S_l$  为经过衰减后的振动信号;  $r_0$  为振源半径;  $f_0$  为系统振源频率;  $\xi_0$  为几何衰减系数;  $\alpha_0$  为能量衰减系数。

由于信号传导过程中存在衰减,当轴承存在外圈故障时,在不同测点处得到的振动信号存在差异,可以通过分析不同测点处振动信号与轴承故障位置的映射关系进行故障位置的识别。在轴承外圈取三个测点  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $y_1$ , 则  $s_{x1}$ 、 $s_{x2}$ 、 $s_{y1}$  分别表示三个测点处的振动信号(见图4)。首先将三测点时域信号进行同步均方根处理得到  $SRMS_{y1}$ 、 $SRMS_{x1}$ 、 $SRMS_{x2}$ , 在此基础上提出轴承故障定位指标  $HHVSRMS$ :

$$\begin{cases} \Delta SRMS_1 = SRMS_{x1} - SRMS_{y1}; \\ \Delta SRMS_2 = SRMS_{x2} - SRMS_{y1}. \end{cases} \quad (10)$$

$$DSRMS = \Delta SRMS_1 / \Delta SRMS_2. \quad (11)$$

$$HHVSRMS = \begin{cases} DSRMS, & DSRMS < 1; \\ DSRMS^{-1}, & DSRMS > 1. \end{cases} \quad (12)$$

得到  $HHVSRMS$  曲线结果如图5所示,当故障位置角  $\varphi_f$  从  $230^\circ$  变化到  $270^\circ$  时,  $HHVSRMS$  是单调递增的,当故障位置  $\varphi_f$  从

$270^\circ$  变化到  $310^\circ$  时,  $HHVSRMS$  是单调递减的,且  $HHVSRMS$  在  $270^\circ$  左右两个区间内对称。

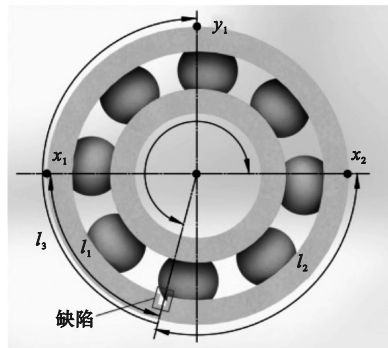


图4 外圈测点示意图

Fig. 4 The measuring points of outer ring

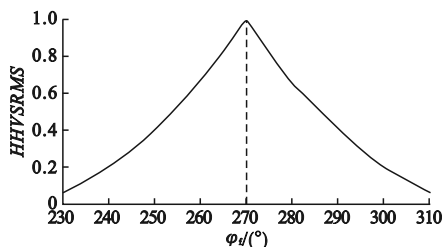


图5  $HHVSRMS$  与外圈故障位置的对应关系

Fig. 5 The relationship between  $HHVSRMS$  and  $\varphi_f$

由图5可知,  $HHVSRMS$  与  $\varphi_f$  之间存在对应关系,当  $\varphi_f = 230^\circ \sim 310^\circ$  时,分为两个关于  $270^\circ$  对称的单调区间。由于  $HHVSRMS$  在  $270^\circ$  左右两个区间内对称,且在实际工况下,轴承关于  $270^\circ$  对称位置对整个轴承的影响是相同的。可以只考虑当  $\varphi_f < 270^\circ$  时,  $HHVSRMS$  与故障角位置的对应关系,根据其对应关系拟合  $HHVSRMS$  与故障角位置的关系式,识别出故障角度。

$$f(HHVSRMS) =$$

$$\frac{p_1 HHVSRMS^2 + p_2 HHVSRMS + p_3}{HHVSRMS + p_4}. \quad (13)$$

$$\varphi_f = 270^\circ \pm f(HHVSRMS). \quad (14)$$

式(13)为  $\varphi_f = 230^\circ \sim 270^\circ$  时  $HHVSRMS$  的值与  $\varphi_f$  的对应关系式,  $p_1$ 、 $p_2$ 、 $p_3$ 、 $p_4$  是修正系数。

综上所述,轴承外圈故障位置识别方法流程图如图6所示。

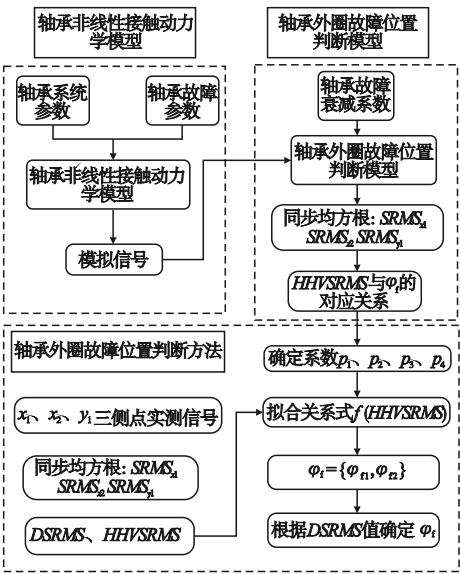


图6 轴承外圈故障的位置识别方法流程图  
Fig. 6 The fault position identification process of bearing outer ring

3 实验对比

通过实验采集实际信号进行分析,验证笔者提出的轴承外圈故障位置识别方法的准确性和可行性。本次实验在机械综合故障模拟试验台上进行,如图7所示。

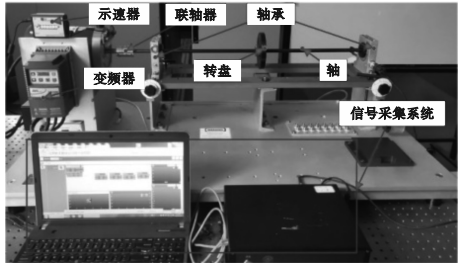


图7 机械综合故障模拟实验平台  
Fig. 7 The fault simulation test platform

实验采用一对深沟球轴承(MB ER-10K),放置在转子两端,其中一个轴承为外圈故障轴承(见图8(a)),该轴承放置在远离电机一端,故障轴承所在轴承座放置电涡流传感器采集实际加速度振动信号(见图8(b))。实验时选择转频为45 Hz,使轴承故障位置角 $\varphi_f = 230^\circ \sim 310^\circ$ ,故障轴承故障深度 $H = 50 \mu\text{m}$ , $\Delta\varphi_f = 1^\circ$ 。每采集完成一组数

据,按照轴承座上的刻度改变故障位置。故障轴承及故障轴承的安装如图8所示。

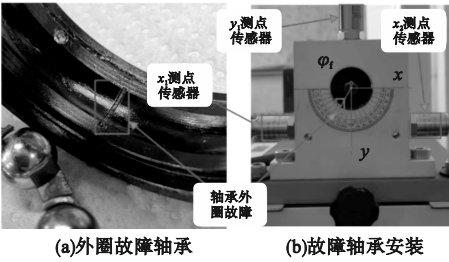


图8 轴承图及实验安装

Fig. 8 The installation of bearing with fault  
将采集到的实验数据经过式(10)、(11)、(12)处理得到HHVS RMS曲线与经过仿真得到的数据曲线进行对比,结果如图9所示。

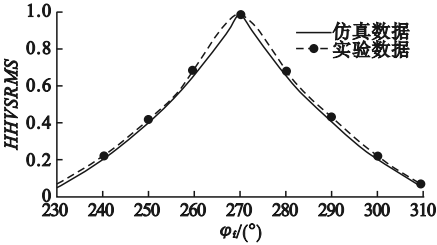


图9 HHVS RMS曲线

Fig. 9 The curve of HHVS RMS  
由图9可知,当 $\varphi_f = 230^\circ \sim 310^\circ$ 时,经实验数据处理所得的HHVS RMS曲线关于 $270^\circ$ 对称,在 $270^\circ$ 左右两侧分别呈现单调递减、单调递增变化,故经实验数据处理所得的HHVS RMS曲线与模拟所得的HHVS RMS曲线变化趋势相似,但实验结果曲线与仿真结果曲线存在一定误差,存在误差的因素:①考虑信号衰减时只考虑轴承外圈,忽视轴承座影响;②实验中其他因素的干扰。

经实验数据处理所得的HHVS RMS曲线与模拟所得的HHVS RMS曲线变化趋势相似、数值相近,证明了笔者提出的轴承外圈故障位置识别方法的准确性。

3.1  $\varphi_f = 250^\circ$ 时外圈故障位置的识别

按照图8(b)所示,将轴承(MB ER-10K)的故障位置调整至 $\varphi_f = 250^\circ$ ,设置转频



为 45 Hz,通过信号采集系统,采集到三测点  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $y_1$  的振动信号  $s_{x1}$ 、 $s_{x2}$ 、 $s_{y1}$ ,如图 10 所

示。根据轴承外圈故障位置识别方法流程,对轴承外圈故障位置进行分析。

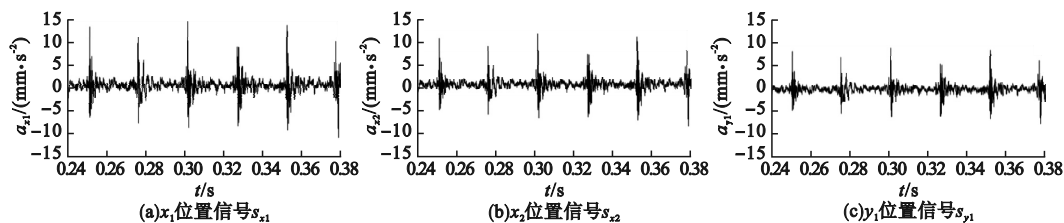


图 10  $\varphi_f = 250^\circ$  时实测信号

Fig. 10 The measured vibration signals at  $\varphi_f = 250^\circ$

根据式(13)、(14)求解得出  $HHVSRMS$  与故障位置对应关系,得到式(13)的修正系数,即  $p_1 = -15$ 、 $p_2 = -12.7$ 、 $p_3 = 28.4$ 、 $p_4 = 0.65$ 。

分析实测振动数据,将实测振动信号  $s_{x1}$ 、 $s_{x2}$ 、 $s_{y1}$  分别进行同步均方根处理得  $SRMS_{y1}$ 、 $SRMS_{x1}$ 、 $SRMS_{x2}$ ,根据式(10)、(11)、(12),可得  $HHVSRMS = 0.44$ 。

将  $HHVSRMS$  值带入式(13)、(14),由于  $HHVSRMS$  在区间内关于  $270^\circ$  对称,故可

求出轴承外故障位置  $\varphi_f$ 。  $f(HHVSRMS) = 18.4^\circ$ ;  $\varphi_f = \{251.6^\circ, 288.4^\circ\}$ 。则得到的故障位置角与设置的故障位置角误差为  $1.6^\circ$ 。

### 3.2 $\varphi_f = 285^\circ$ 时外圈故障位置的识别

按照图 8 (b) 所示,将轴承 (MB ER-10K) 的故障位置调至  $\varphi_f = 285^\circ$ ,设置转频为 45 Hz,通过信号采集系统采集测点  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $y_1$  的振动信号  $s_{x1}$ 、 $s_{x2}$ 、 $s_{y1}$ ,如图 11 所示。

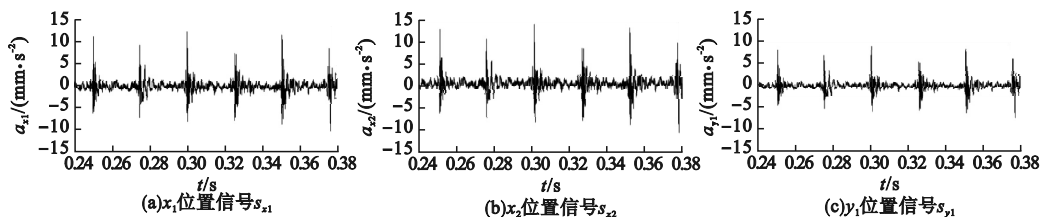


图 11  $\varphi_f = 285^\circ$  时实测信号

Fig. 11 The measured vibration signals at  $\varphi_f = 285^\circ$

由于没有更换轴承,则式(13)的修整系数与 3.1 节相同,即  $p_1 = -15$ 、 $p_2 = -12.7$ 、 $p_3 = 28.4$ 、 $p_4 = 0.65$ 。

分析实测振动数据,将实测振动信号  $s_{x1}$ 、 $s_{x2}$ 、 $s_{y1}$  分别进行同步均方根处理得  $SRMS_{y1}$ 、 $SRMS_{x1}$ 、 $SRMS_{x2}$ ,根据式(10)、(11)、(12),可得  $HHVSRMS = 0.56$ 。

将  $HHVSRMS$  值带入式(13)、(14),由于  $HHVSRMS$  在区间内关于  $270^\circ$  对称,故可求出轴承外故障位置  $\varphi_f$ 。  $f(HHVSRMS) = 13.5^\circ$ ;  $\varphi_f = \{256.5^\circ, 283.5^\circ\}$ 。则得到的故障位置角与设置的故障位置角误差为  $1.5^\circ$ 。

通过实验可得,根据轴承外圈故障位置

识别方法对实测信号进行分析,得到的外圈故障位置与设置的故障位置基本一致,且其绝对误差  $\Delta$  在  $2^\circ$  以内。实验结果与仿真结果基本一致,表明本方法适用于轴承外圈故障识别。

## 4 结论

(1) 轴承滚珠仅在受载区间内存在接触力,且接触力变化以  $270^\circ$  为轴对称;水平接触力  $F_{qix}$  近似于随  $\varphi_f$  变化且以  $\varphi_f = 270^\circ$  为中心的正弦函数曲线;垂直方向接触力  $F_{qiy}$  近似于随  $\varphi_f$  变化且以  $\varphi_f = 270^\circ$  为中心的余弦函数曲线。

(2)轴承外圈发生故障时,会对系统产生激励作用,冲击信号沿外圈传导过程中产生衰减,可以通过分析轴承三个外置测点处模拟振动信号,得到三测点信号的同步均方根比值与故障位置的映射关系,再进行故障位置识别。

(3)通过信号采集系统采集轴承三个测点处实际信号,将实际信号同步均方根的相对值作比,获得指标与故障位置之间的对应曲线。通过实验得到的实际曲线与仿真曲线相吻合,证明当 $\varphi_f$ 为 $230^\circ \sim 310^\circ$ 时,基于三点进行轴承外圈故障位置判断是可行的。

## 参考文献

- [1] 万书亭,彭勃,王晓龙.基于双时域变换和稀疏编码收缩的滚动轴承早期故障诊断方法[J].中国机械工程,2020,31(23):2829-2836.  
(WAN Shuting, PENG Bo, WANG Xiaolong. Early fault diagnosis method of rolling bearings based on DTID transform-SCS methods [J]. China mechanical engineering, 2020, 31(23): 2829-2836.)
- [2] 张淑清,贺朋,左一格,等.混沌奇异谱特性研究及在滚动轴承故障诊断中的应用[J].中国机械工程,2018,29(12):1398-1404.  
(ZHANG Shuqing, HEN Peng, ZUO Yige, et al. Study on characteristics of chaotic singular spectrum and applications in rolling bearing fault diagnosis [J]. China mechanical engineering, 2018, 29(12): 1398-1404.)
- [3] CUI Lingli, HUANG Jinfeng, ZHANG Feibin, et al. HVSRMS localization formula and localization law; localization diagnosis of a ball bearing outer ring fault [J]. Mechanical systems and signal processing, 2019, 120: 608-629.
- [4] CUI Lingli, HUANG Jinfeng, ZHANG Feibin. Quantitative and localization diagnosis of a defective ball bearing based on vertical-horizontal synchronization signal analysis [J]. IEEE transactions on industrial electronics, 2017, 64(11): 8695-8706.
- [5] ZHANG Feibin, HUANG Jinfeng, CHU Fulei, et al. Mechanism and method for outer raceway defect localization of ball bearings [J]. IEEE access, 2020, 8: 4351-4360.
- [6] SHI Huaitao, LI Yangyang, BAI Xiaotian, et al. Investigation of the orbit-spinning behaviors of the outer ring in a full ceramic ball bearing-steel pedestal system in wide temperature ranges [J]. Mechanical systems and signal processing, 2021, 149: 107317.
- [7] LIU Jing, SHAO Yimin, LIM T C. Vibration analysis of ball bearings with a localized defect applying piecewise response function [J]. Mechanism & machine theory, 2012, 56(1): 156-169.
- [8] LIU Jing, SHAO Yimin. A new dynamic model for vibration analysis of a ball bearing due to a localized surface defect considering edge topographies [J]. Nonlinear dynamics, 2015, 79(2): 1329-1351.
- [9] LIU Jing, SHAO Yimin, ZHU W D. A new model for the relationship between vibration characteristics caused by the time-varying contact stiffness of a deep groove ball bearing and defect sizes [J]. Journal of tribology, 2015, 137(3): 031101.
- [10] KHANAM S, DUTT J K, TANDON N. Impact force based model for bearing local fault identification [J]. Journal of vibration and acoustics, 2015, 137(5): 051002.
- [11] KHANAM S, TANDON N, DUTT J K. Multi-event excitation force model for inner race defect in a rolling element bearing [J]. Journal of tribology, 2016, 138(1): 011106.
- [12] 柳小勤,汤林江,侯凯泽,等.基于声发射的滚动轴承损伤定位方法研究[J].振动与冲击, 2020, 39(15): 176-182.  
(LIU Xiaoqin, TANG Linjiang, HOU Kaize, et al. Research on damage location method of rolling bearing based on acoustic emission [J]. Journal of vibration and shock, 2020, 39(15): 176-182.)
- [13] 常斌全,刻昌锋,苑浩,等.多事件激励的滚动轴承动力学建模[J].振动与冲击, 2018, 37(17): 24-32.  
(CHANG Binqun, SHAN Changfeng, YUAN Hao, et al. Dynamic modeling for rolling bearings under multi-event excitation [J]. Journal of vibration and shock, 2018, 37(17): 24-32.)
- [14] LIU Z M, BAI X T, SHI H T, et al. A recognition method for crack position on the outer ring of full ceramic bearing based on the synchronous root mean square difference [J]. Journal of sound and vibration, 2021, 515: 116493.
- [15] 陈璠.环境激励下的场地振动衰减规律试验研究[D].北京:北京建筑大学,2019.  
(CHEN Fan. Experimental study on vibration damping rule of free space under environmental excitation [D]. Beijing: Beijing University of Civil Engineering and Architecture, 2019.)  
(责任编辑:刘春光 英文审校:范丽婷)