

布袋注浆桩复合地基固结方程解析解

彭仪普,汤致远,邓湘洋,李剑,李子超

(中南大学土木工程学院,湖南长沙410075)

摘要 目的 解决传统地基处理方法对软土地基区域存在适用性差、效果不明显以及设计计算不准确等问题。**方法** 通过分析布袋注浆桩复合地基加固机理,在现有复合地基固结研究的基础上,考虑因施工扰动而造成的土体水平渗透系数变化的三种可能模式,推导出布袋注浆桩复合地基固结控制方程,并根据固结解答采用解析方法对复合地基的固结度、孔压等问题进行多方面的分析。**结果** 给出了布袋注浆桩复合地基固结控制方程以及复合地基在荷载瞬时施加和单级施加情况下的解析解;在相同计算条件下,散体材料桩、布袋注浆桩复合地基、不透水桩复合地基以及天然地基之间的固结速率表现为递减趋势。**结论** 地基固结随着地基顶面和底面附加应力比值的增大而加快,且接近地表的附加应力越大固结越快。外部荷载瞬时施加,此时地基固结最快;加载历时越久,地基内的最大孔隙水压力值越小。

关键词 布袋注浆桩;解析解;水平渗透系数;复合地基固结

中图分类号 TU447

文献标志码 A

Analytical Solution of Consolidation Equation of Composite Foundation Considering Bag Grouting Pile

PENG Yipu, TANG Zhiyuan, DENG Xiangyang, LI Jian, LI Zichao

(School of Civil Engineering, Central South University, Changsha, China, 410075)

Abstract: Solve the problems of poor applicability, inconspicuous effect and inaccurate design calculation of traditional foundation treatment methods for soft ground areas. By analyzing the reinforcement mechanism of composite foundation with bag grouting pile, on the basis of the existing research on consolidation of composite foundation, three possible modes of soil horizontal permeability coefficient change due to construction disturbance are considered, the consolidation control equation of composite foundation with bag grouting pile is derived, and the consolidation degree and pore pressure of composite foundation are analyzed in many aspects by using analytical method according to the consolidation solution. The consolidation control equation of composite foundation with bag grouting pile and the analytical solution of composite foundation under

收稿日期:2022-12-15

基金项目:国家自然科学基金项目(52078499)

作者简介:彭仪普(1970—),男,副教授,博士,主要从事结构稳定性与精密仪器测量等方面研究。

instantaneous and single-stage application of load are given; under the same calculation conditions, the consolidation rate between bulk material pile, composite foundation with bag grouting pile, composite foundation with impermeable pile and natural foundation shows a decreasing trend. The consolidation of the foundation is accelerated with the increase of the ratio of additional stress at the top and bottom of the foundation, and the larger the additional stress near the surface, the faster the consolidation. The external load is applied instantaneously, when the foundation consolidation is the fastest; the longer the loading time, the smaller the maximum pore water pressure value in the foundation.

Key words: bag-grouting-pile; analytical solution; horizontal permeability coefficient; composite foundation consolidation

在我国东部沿海部分地区,地貌表现为全新世晚期滨海淤积平原地貌,该地区土体性质较差,均为软土地基。目前常用的地基处理方法有换填、强夯等加固天然地基处理方式和水泥搅拌桩等置换处理方式。基于软土特性,这些地基处理方式存在适用性差、效果不明显的特点。而通过土工织物袋或尼龙袋以及水泥等注浆液形成柱状或葫芦状硬化体挤密加固土体的软土地基处理方法受到越来越多的关注。

布袋桩由于布袋排水特性可以加快土体固结,缩短工期^[1],就复合地基固结理论,诸多学者对其进行了研究。1948年, R. A. Barron^[2]提出了砂井地基径向轴对称固结理论,后续学者不断对 Barron 固结理论中的假定进行修正,极大促进了砂井地基固结理论的研究。杨涛等^[3]将整个复合地基视为均质的复合材料,采用复合模量法对荷载瞬时施加和单级施加的黏结材料桩复合地基线弹性固结理论进行了研究。谢康和等^[4-5]通过两种不同的方法对复合地基固结模型进行了修正。部分学者对考虑桩体和土体发生二维变形情况下的固结理论进行了研究^[6-8]。T. Yang 等^[9]在卢萌盟等^[10-11]提出的轴对称固结模型的基础上,进一步提出未打穿不透水桩复合地基的固结解析解,使对不透水桩复合地基固结问题的研究又得以拓展。D. W. Zhang 等^[12]按照渗透系数将塑料排水板和土体等效为均质土体,利用 K. Terzaghi^[13]提出的天然

地基一维固结模型计算组合桩复合地基固结度。陈蕾等^[14]利用砂井地基理论研究了组合桩复合地基固结问题。

以上学者采用理论分析和试验等方法对复合地基固结理论进行了深入研究,促进了对复合地基固结理论的认识和了解,然而其理论研究大多是基于一定的条件假设及模型简化,对更为复杂的情况只能通过数值求解的方法进行计算。基于此,笔者针对布袋注浆桩特性,考虑土体水平渗透系数的三种模式以及附加应力延深度的非均匀分布,首次推导布袋注浆桩复合地基固结控制方程,并求出在不同加载情况下的固结解析解,为软土地基处理的设计计算方法提供参考。

1 固结控制方程推导

布袋注浆桩复合地基在正方形布桩时,为方便计算,参照碎石桩复合地基,布袋注浆桩复合地基单桩分担地处理地基面积的等效圆直径 $d_e = 1.13 s$, 其中 s 为复合地基桩间距(见图1)。

1.1 基本假定

笔者以轴对称固结模型为基础^[11],桩周土体存在竖向水流,并考虑土体的水平向渗透系数,且水平向渗透系数沿径向发生变化。由于布袋注浆桩其特有属性,桩体为不排水且桩-布袋边界为不排水边界,布袋-土界面为弱排水界面,所取单元的径向外边界即影响区边界为不排水界面。

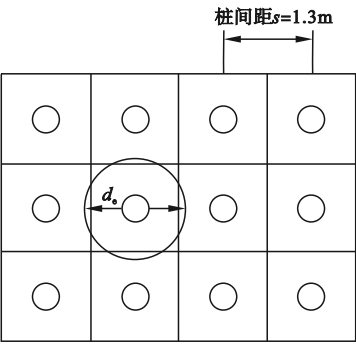


图1 布袋桩复合地基布桩图

Fig. 1 Pile layout of bag pile composite foundation

考虑到现场环境的复杂性,采用固结简化模型(见图2),基于以下假定:

- ①桩体为不透水桩,桩体内不存在超静孔隙水压力;
- ②布袋注浆桩所采用布袋的水平渗透系数和竖直渗透系数不变,分别为 k_{hb} 和 k_{vb} ;
- ③等应变条件成立,即桩体、布袋和土体均受侧向约束,并且竖向变形相等;
- ④无竖向压力作用时,常仕维等^[15-17]运用修正的达西定律去描述土工织物的渗透特性,认为当流速较小时,水流进入孔隙或从孔隙流出时产生的局部水头损失相对于水流通过由织物形成的孔隙时产生的水头损失可以忽略,表现为层流。因此假定复合地基内水的渗流和流动符合 Darcy 定律;
- ⑤外部荷载在地基中引起的平均附加应力 $\sigma(z,t)$ 为深度与时间的函数。

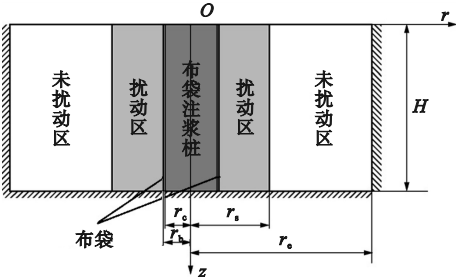


图2 布袋注浆桩复合地基固结模型

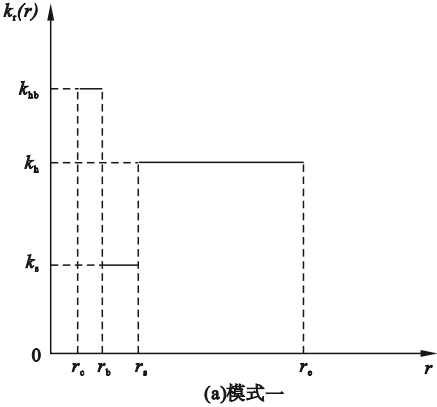
Fig. 2 Consolidation model of composite foundation

with cloth bag-grouting-pile

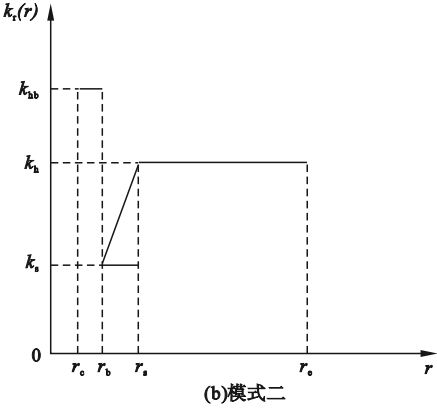
1.2 推导过程

笔者在进行布袋注浆桩复合地基固结控

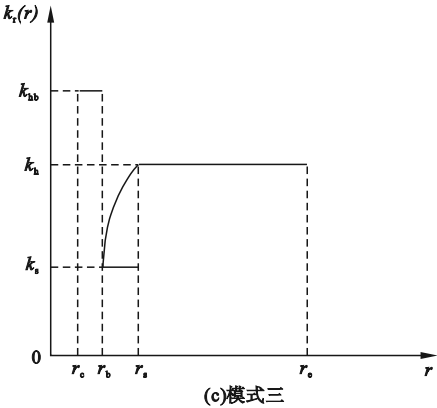
制方程推导时考虑扰动效应(涂抹效应),将桩周土分为扰动区和未扰动区,并假定扰动区土体的渗透系数小于未扰动区土体,且布袋的水平渗透系数和竖直渗透系数不变,分别为 k_{hb} 和 k_{vb} 。根据扰动区土体渗透系数随位置变化模式的不同,考虑扰动效应的方法主要包括模式一、模式二、模式三(见图3)。模式一:假定扰动区土体渗透系数保持不变,



(a)模式一



(b)模式二



(c)模式三

图3 扰动区土体水平渗透系数三种变化模式

Fig. 3 Three variation modes of soil horizontal permeability coefficient in disturbed area

此模式为最早考虑扰动效应,造成的误差较大,适用于扰动区较小的情况;模式二:假定扰动区土体渗透系数沿径向线性变化;模式三:假定扰动区土体渗透系数沿径向抛物线变化,此模式是通过大量试验结果和实测结果拟合出来的近似变化模式。

复合地基水平渗透系数 $k_r(r)$ 和复合地基竖向渗透系数 $k_v(r)$ 均是一个关于径向距离 r 的分段函数(见图3、图4),令 $k_r(r) = k_h f_1(r)$ 、 $k_r(r) = k_h f_2(r)$, 图中 k_h 为复合地基未扰动区土体水平渗透系数。

根据图2所示固结模型及布袋注浆桩桩体不透水,由等应变假定及平衡方程可得:

$$\varepsilon_v = - \frac{(r_b^2 - r_c^2) \bar{u}_b + (r_c^2 - r_b^2) \bar{u}_s - r_c^2 \sigma(z, t)}{(r_c^2 - r_b^2) E_s + r_c^2 E_c + (r_b^2 - r_c^2) E_b} \quad (1)$$

式中: r_e 为影响区半径; r_c 为桩体半径; r_b 为布袋注浆桩桩体和布袋组合体的半径; b 为

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = - \frac{1}{E_s [n^2 - s^2 + Y + (s^2 - 1)X]} \times \left[(n^2 - s^2) \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial t} + (s^2 - 1) \frac{\partial \bar{u}_b}{\partial t} - n^2 \frac{\partial \sigma(z, t)}{\partial t} \right] \quad (2)$$

式中: n 为桩径比, $n = r_e / r_c$; $s = r_b / r_c$; $X = E_b / E_s$; $Y = E_c / E_s$ 。

地基土体内、布袋内以及布袋和土体内的平均孔压分别为

$$\bar{u}_s = \frac{1}{\pi(r_e^2 - r_b^2)} \int_{r_b}^{r_e} 2\pi r u_s(r) dr \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = - \frac{1}{E_s [n^2 - s^2 + Y + (s^2 - 1)X]} \times \left[(n^2 - 1) \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - n^2 \frac{\partial \sigma(z, t)}{\partial t} \right] \quad (6)$$

由于布袋注浆桩复合地基的布袋-土界面为排水界面,而桩-布袋边界和单元体外边界不排水,所以得出径向边界条件为

$$\begin{cases} \partial u / \partial r = 0, r = r_e; \\ u_s = u_b, r = r_b; \\ k_r(r_b) \partial u_s / \partial r = k_{hb} \partial u_b / \partial r, r = r_b; \\ \partial u / \partial r = 0, r = r_c. \end{cases} \quad (7)$$

根据谢康和等^[18]在对称情况下考虑土体径向及竖向渗流时研究的固结方程作微分和积分,并结合式(7)对应的边界条件,得:

布袋厚度; \bar{u}_s 为桩周土体平均超静孔压; \bar{u}_b 为布袋内平均超静孔压; E_s 、 E_b 、 E_c 分别为土体、布袋和布袋注浆桩桩体的压缩模量; ε_v 为地基在任一深度处的竖向应变。

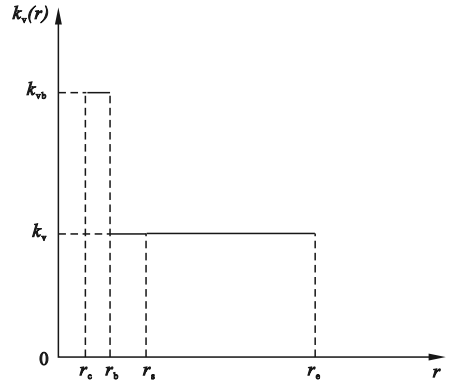


图4 复合地基竖向渗透系数变化模式

Fig. 4 Vertical permeability coefficient variation pattern of composite foundation

竖向应变关于时间 t 的偏导数为

$$\bar{u}_b = \frac{1}{\pi(r_b^2 - r_c^2)} \int_{r_c}^{r_b} 2\pi r u_b(r) dr \quad (4)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{\pi(r_e^2 - r_c^2)} \left(\int_{r_c}^{r_b} 2\pi r u_b dr + \int_{r_b}^{r_e} 2\pi r u_s dr \right) = \frac{(s^2 - 1) \bar{u}_b + (n^2 - s^2) \bar{u}_s}{n^2 - 1} \quad (5)$$

由式(2)和式(5)得:

$$u_s(r) = u_b|_{r=r_b} + \frac{\gamma_w}{2k_h} \left(\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}_s}{\partial z^2} \right) \times [r_e^2 A_0(r) - B_0(r)] \sum_{i=1}^n X_i Y_i \quad (8)$$

$$\text{其中, } A_0(r) = \int_{r_b}^r \frac{d\xi}{\xi f(\xi)}; B_0(r) = \int_{r_b}^r \frac{\xi d\xi}{f(\xi)};$$

$$r_b \leq r \leq r_e。$$

$$u_b(r) = u_b|_{r=r_b} + \frac{\gamma_w}{4k_{hb}} \left(\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{k_{vb}}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}_b}{\partial z^2} \right) [r_b^2 - r^2 - 2r_c^2 \ln r_b + 2r_c^2 \ln r] \quad (9)$$

式中: k_v 为土体竖向渗透系数; γ_w 为水的重力密度。

将式(8)代入式(3)、式(9)代入式(4), 并将两式相减后联合式(5)、式(6)得:

$$\bar{u}-\bar{u}_b=-\frac{n^2-s^2}{E_s[n^2-s^2+Y+(s^2-1)X]}\left(\frac{\gamma_w r_c^2 F_c}{2k_h}-\frac{\gamma_w R}{4k_{hb}}\right)\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}+\frac{n^2-s^2}{E_s[n^2-s^2+Y+(s^2-1)X]}\times\frac{n^2}{n^2-1}\times\left(\frac{\gamma_w r_c^2 F_c}{2k_h}-\frac{\gamma_w R}{4k_{hb}}\right)\frac{\partial \sigma}{\partial t}+\frac{k_v r_c^2 F_c}{2k_h}\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}-\left[\frac{s^2-1}{n^2-1}\times\frac{k_v r_c^2 F_c}{2k_h}+\frac{n^2-s^2}{n^2-1}\times\frac{k_{vb} R}{4k_{hb}}\right]\frac{\partial^2 \bar{u}_b}{\partial z^2}.\tag{10}$$

其中, $F_c=\frac{2(A_1r_e^2-B_1)}{r_e^2r_b^2(n^2-1)}$; $R=\frac{r_b^2-3r_c^2}{2}+\frac{2r_c^4\ln\frac{r_b}{r_c}}{r_b^2-r_c^2}$; $A_1=\int_{r_b}^{r_c}rA_0(r)dr$; $B_1=\int_{r_b}^{r_c}rB_0(r)dr$ 。

对式(8)和式(9)关于 r 微分,代入式(7)对应的边界条件,并结合式(5)、式(6)得:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_b}{\partial z^2}=A\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}-B\frac{\partial \sigma}{\partial t}-C\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}.\tag{11}$$

其中,

$$A=\frac{\gamma_w(n^2-1)^2}{E_s[n^2-s^2+Y+(s^2-1)X](s^2-1)(k_{vb}-k_v)};\quad\text{其中,}$$
$$D=\frac{\gamma_w(n^2-s^2)}{E_s[n^2-s^2+Y+(s^2-1)X](k_{vb}-k_v)}\times\left\{\frac{r_e^2F_c[k_v+(n^2-s^2)(k_{vb}-k_v)]}{2k_h(n^2-s^2)}-\frac{R[-k_{vb}+(s^2-1)(k_{vb}-k_v)]}{4k_{hb}(s^2-1)}\right\};$$
$$E=\frac{\gamma_w(n^2-s^2)}{E_s[n^2-s^2+Y+(s^2-1)X](n^2-1)(k_{vb}-k_v)}\times\left\{\frac{r_e^2F_c[(n^2-1)k_v+n^2(n^2-s^2)(k_{vb}-k_v)]}{2k_h(n^2-s^2)}-\frac{n^2R[-k_{vb}+(s^2-1)(k_{vb}-k_v)]}{4k_{hb}(s^2-1)}\right\};\quad F=\frac{k_{vb}k_v}{k_{vb}-k_v}\left[\frac{r_e^2F_c}{2k_h}+\frac{(n^2-s^2)R}{4k_{hb}(s^2-1)}\right].$$

至此,关于 \bar{u} 和 \bar{u}_b 的控制方程均已得到,即式(11)和式(12)。

由于地基顶面排水,底面不排水,可得竖向边界条件为

$$\begin{cases} \bar{u}(z,t)=0, & \bar{u}_b(z,t), & z=0; \\ \frac{\partial \bar{u}(z,t)}{\partial z}=0, & \frac{\partial \bar{u}_b(z,t)}{\partial z}=0, & z=H. \end{cases}\tag{13}$$

2 固结控制方程求解

2.1 荷载瞬时加载条件下方程求解

由于在初始时刻土体和桩体没有发生变形,将等应变假定代入固结模型平衡方程,结合式(5)可得初始条件为

$$\bar{u}(z,0)=\frac{n^2}{n^2-1}\sigma(z,0).\tag{14}$$

令 $\bar{u}=Z(t)T(t)$, t_c 为加载历时,荷载瞬时施加时, $\sigma(z,t)=\sigma(z,t_c)=\sigma_u$ (见图5),

$$B=\frac{\gamma_w(n^2-1)n^2}{E_s[n^2-s^2+Y+(s^2-1)X](s^2-1)(k_{vb}-k_v)};$$
$$C=\frac{(n^2-1)k_v}{(s^2-1)(k_{vb}-k_v)}.$$

将式(11)代入式(10)得:

$$\bar{u}_b=\bar{u}+D\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}-E\frac{\partial \sigma}{\partial t}-F\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}.\tag{12}$$

则 $\partial(z,t)/\partial t=0$, 结合式(12)、式(14), 利用分离变量结合竖向边界条件,参照文献[18]中的方法,可得解的形式为

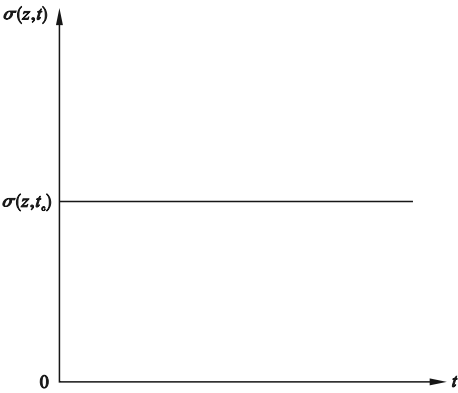


图5 瞬时加载情况下复合地基中附加应力随时间变化图

Fig.5 Variation of additional stress in composite foundation with time under instantaneous loading

$$\bar{u} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m [a_m \sin(\lambda_m z) + b_m \cos(\lambda_m z) + c_m \sinh(\xi_m z) + d_m \cosh(\xi_m z)] e^{-\beta_m t}. \quad (15)$$

式中:

$$\xi_m = \sqrt{\frac{(C+1-\beta_m D) + \sqrt{(C+1-\beta_m D)^2 + 4AF\beta_m}}{2F}};$$
$$\lambda_m = \sqrt{\frac{-(C+1-\beta_m D) + \sqrt{(C+1-\beta_m D)^2 + 4AF\beta_m}}{2F}}. \quad (16)$$

$$\bar{u}_b(z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \{ (1 - D\beta_m + F\lambda_m^2) [a_m \sin(\lambda_m z) + b_m \cos(\lambda_m z)] + (1 - D\beta_m - F\xi_m^2) [c_m \sinh(\xi_m z) + d_m \cosh(\xi_m z)] \} e^{-\beta_m t}. \quad (17)$$

$$c_m \xi_m (\xi_m^2 + \lambda_m^2) \cosh(\xi_m H) = 0. \quad (18)$$

$$a_m \lambda_m \cos(\lambda_m H) = 0. \quad (19)$$

由于 λ_m 和 a_m 不能为零 (否则解为零解), 可知 $\lambda_m = M/H, M = (2m - 1)\pi/2 (m = 1, 2, \dots)$, 将条件带入式(16)解出 β_m , 将式(15)、式(17)结合式(14)可得最终解:

$$\bar{u} = \frac{n^2 \sigma_u}{n^2 - 1} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{M}{H} z\right) e^{-\beta_m t}. \quad (20)$$

$$\bar{u}_b = \frac{n^2 \sigma_u}{n^2 - 1} \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{2}{M} \left(1 - D\beta_m + F \frac{M^2}{H^2} \right) \times \sin\left(\frac{M}{H} z\right) e^{-\beta_m t} \right]. \quad (21)$$

其中, $\beta_m = \frac{F\left(\frac{M}{H}\right)^4 + (C+1)\left(\frac{M}{H}\right)^2}{A + D\left(\frac{M}{H}\right)^2}.$

复合地基的固结度可以定义为

$$U(t) = \frac{\int_0^H [\bar{u}(z, 0) - \bar{u}(z, t)] dz}{\int_0^H \bar{u}(z, 0) dz} = 1 - \frac{\int_0^H \bar{u}(z, t) dz}{\int_0^H \bar{u}(z, 0) dz}. \quad (22)$$

把式(14)和式(20)代入式(22), 得到瞬时加载情况下的布袋注浆桩复合地基固结度解析解:

$$U(t) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\beta_m t}. \quad (23)$$

2.2 荷载单级施加条件下方程求解

地基内附加应力是一个可以分离的变量, 外部荷载单级施加且附加应力沿深度呈

根据式(13)中关于 \bar{u}, \bar{u}_b 的边界条件, 结合式(12)和式(15)可得:

梯形分布 (见图 6), 荷载非瞬时施加时, 在地基内引起的附加应力为

$$\sigma(z, t) = \begin{cases} \left[\sigma_T + (\sigma_B - \sigma_T) \frac{z}{H} \right] \frac{t}{t_c}, & t < t_c; \\ \sigma_T + (\sigma_B - \sigma_T) \frac{z}{H}, & t \geq t_c. \end{cases} \quad (24)$$

式中: σ_T 和 σ_B 分别为最大加载值时地基顶面和底面的附加应力值。

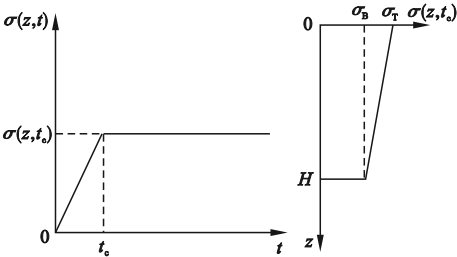


图 6 荷载单级情况复合地基附加应力随时间和深度变化图

Fig. 6 Variation of additional stresses in composite foundations with time and depth under single-stage loads

对式(11)两边关于 z 两次求导并结合式(12), 可得关于 \bar{u} 的微分方程, 参照卢萌盟等^[10]给出的解答, 由偏微分方程理论和傅里叶级数法, 可得满足竖向边界条件的微分方程解的形式为

$$\bar{u} = \sum_{m=1}^{\infty} T_m(t) \sin\left(\frac{M}{H} z\right). \quad (25)$$

将式(25)代入关于 \bar{u} 的微分方程, 利用傅里叶正交性, 在 $[0, H]$ 上关于 z 积分后结合式(24), 可得:

$$T'_m(t) + \beta_m T_m(t) = Q_m(t). \quad (26)$$

式中:

$$Q_m(t)=\begin{cases} \frac{2B\left[\sigma_T-(-1)^m\left(\frac{\sigma_B-\sigma_T}{M}\right)\right]}{Mt_c\left[A+D\left(\frac{M}{H}\right)^2\right]}, & t < t_c; \\ 0, & t \geq t_c. \end{cases} \quad (27)$$

$$\bar{u}=\begin{cases} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\left[\sigma_T-(-1)^m\left(\frac{\sigma_B-\sigma_T}{M}\right)\right]}{Mt_c\beta_m\left[A+D\left(\frac{M}{H}\right)^2\right]} \times (1-e^{-\beta_mt}) \times \sin\left(\frac{M}{H}z\right), & t < t_c; \\ B\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\left[\sigma_T-(-1)^m\left(\frac{\sigma_B-\sigma_T}{M}\right)\right]}{Mt_c\beta_m\left[A+D\left(\frac{M}{H}\right)^2\right]} \times [e^{-\beta_m(t-t_c)}-e^{-\beta_mt}] \sin\left(\frac{M}{H}z\right), & t \geq t_c. \end{cases} \quad (28)$$

本节按应力定义的固结度来求解,布袋注浆桩复合地基固结度按应力可定义为任一时刻土体和布袋组合体内的有效应力和最终荷载即总应力之比,即:

$$U(t)=\frac{\int_0^H(\bar{\sigma}-\bar{u})dz}{\int_0^H\bar{\sigma}(z,\infty)dz}. \quad (29)$$

式中: $\bar{\sigma}$ 为布袋和土体组合体中的平均总应力。
通过联合式(5)、静力平衡方程和等应变假定可得:

$$E_z=\frac{(n^2-s^2)E_s+(s^2-1)E_b}{n^2-1}. \quad (30)$$

$$U(t)=\begin{cases} \frac{t}{t_c}-\frac{4B}{\sigma_B+\sigma_T}\frac{n^2-1}{n^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\left[\sigma_T-(-1)^m\left(\frac{\sigma_B-\sigma_T}{M}\right)\right]}{A+D\left(\frac{M}{H}\right)^2}\frac{1-e^{-\beta_mt}}{M^2t_c\beta_m}, & t < t_c; \\ 1-\frac{4B}{\sigma_B+\sigma_T}\frac{n^2-1}{n^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\left[\sigma_T-(-1)^m\left(\frac{\sigma_B-\sigma_T}{M}\right)\right]}{A+D\left(\frac{M}{H}\right)^2}\frac{e^{-\beta_m(t-t_c)}-e^{-\beta_mt}}{M^2t_c\beta_m}, & t \geq t_c. \end{cases} \quad (32)$$

3 解的验证

笔者根据布袋注浆桩的特性,采用新的求解方法及表达形式推导了布袋注浆桩复合

由初始时刻荷载为零结合式(25),可以得出满足初始条件 $T_m(0)=0$ 的解,结合式(26)、式(27),代入式(25)得到地基内平均超静孔压:

$$\bar{\sigma}=\frac{n^2\sigma(z,t)+G\bar{u}}{n^2-1+G}. \quad (31)$$

式中: E_z 为布袋和土体组合体的等效压缩模量, $G=E_c/E_z=(n^2-1)Y/[n^2-s^2+(s^2-1)X]$ 。

令 $t \rightarrow \infty$, 则 $\bar{u} \rightarrow \infty$, 由式(18)可得布袋和土体组合体内的总应力,联合式(29)和式(31),考虑地基内引起的附加应力以及任一时刻土体和布袋组合体内的有效应力同总应力之比,可得到布袋注浆桩复合地基固结度的最终解析解为

地基在荷载瞬时施加和单级施加情况下的解析解,并且采用退化解与已有解的比较来对解析解的正确性进行验证。将常数 A 、 C 、 D 、 F 代入式(9)可解出 β_m 的具体表达式为

$$\beta_m=\frac{E_s[n^2-s^2+Y+(s^2-1)X]}{\gamma_w}\times\frac{(s^2-1)k_vk_vS\left(\frac{M}{H}\right)^4+[(n^2-1)k_v+(s^2-1)(k_{vb}-k_v)]\left(\frac{M}{H}\right)^2}{(n^2-1)^2+(n^2-s^2)(s^2-1)L\left(\frac{M}{H}\right)^2}. \quad (33)$$

式中:

$$S = \left[\frac{r_e^2 F_c}{2k_h} + \frac{(n^2 - s^2)R}{4k_{hb}(s^2 - 1)} \right]; L = \left\{ \frac{r_e^2 F_c [k_v + (n^2 - s^2)(k_{vb} - k_v)]}{2k_h(n^2 - s^2)} - \frac{R[-k_{vb} + (s^2 - 1)(k_{vb} - k_v)]}{4k_{hb}(s^2 - 1)} \right\}。$$

令 $r_b = r_c$, 即不考虑布袋的影响作用, 此时 $s = 1, k_{vb} = k_v$, 将其代入到式(33)可得 β_m 为

将 $s = 1, k_{vb} = k_v$ 代入式(32), 可得到固结度解答退化为

$$\beta_m = \frac{E_s k_v [n^2 - 1 + Y]}{\gamma_w (n^2 - 1)} \left(\frac{M}{H} \right)^2. \quad (34)$$

$$U(t) = \begin{cases} \frac{t}{t_c} - \frac{4}{\sigma_B + \sigma_T} \sum_{m=1}^{\infty} \left[\sigma_T - (-1)^m \left(\frac{\sigma_B - \sigma_T}{M} \right) \right] \frac{1 - e^{-\beta_m t}}{M^2 t_c \beta_m}, & t < t_c; \\ 1 - \frac{4}{\sigma_B + \sigma_T} \sum_{m=1}^{\infty} \left[\sigma_T - (-1)^m \left(\frac{\sigma_B - \sigma_T}{M} \right) \right] \frac{e^{-\beta_m(t-t_c)} - e^{-\beta_m t}}{M^2 t_c \beta_m}, & t \geq t_c. \end{cases} \quad (35)$$

式(35)与式(34)即为卢萌盟等^[20]给出的单级荷载下附加应力沿深度非均匀分布的不透水桩复合地基的固结解答。

令 $\sigma_B = \sigma_T$, 式(35)退化为

$$U(t) = \begin{cases} \frac{t}{t_c} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(1 - e^{-\beta_m t})}{M^2 t_c \beta_m}, & t < t_c; \\ 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2[e^{-\beta_m(t-t_c)} - e^{-\beta_m t}]}{M^2 t_c \beta_m}, & t \geq t_c. \end{cases} \quad (36)$$

式(34)和式(36)即为卢萌盟等给出的单级荷载下附加应力沿深度均匀分布的不透水桩复合地基的固结解答。

令 $t_c \rightarrow 0$, 则式(36)中 $t \geq t_c$ 对应的固结度解答退化为

$$U(t) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\beta_m t}. \quad (37)$$

式(34)和式(37)即为卢萌盟等给出的瞬时荷载下不透水桩复合地基的固结解答。也验证了笔者给出的瞬时荷载下布袋注浆桩

复合地基固结解的正确性。

如果令 $n \rightarrow \infty$ (即 $r_c \rightarrow 0$), 假设状体不存在, 则式(34)的 β_m 退化为

$$\beta_m = \frac{E_s k_v}{\gamma_w} \left(\frac{M}{H} \right)^2 = c_v \left(\frac{M}{H} \right)^2. \quad (38)$$

式(37)和式(38)即为 Terzaghi 一维固结解。显然, 经过四重退化 ($r_b = r_c, \sigma_B = \sigma_T, t_c \rightarrow 0$ 和 $n \rightarrow \infty$) 即可退化为 Terzaghi 一维固结解。

4 复合地基固结特性分析

为分析影响布袋注浆桩复合地基固结的参数, 对固结解答做进一步探讨, 笔者采用控制变量法和取特殊值法, 通过函数图形的比较, 在六种不同参数的工况条件下对固结的影响进行分析, 以期更为直观地对布袋注浆桩复合地基固结性状进行研究。文中取 $H = 22 \text{ m}, r_c = 0.2 \text{ m}$, 布袋注浆桩复合地基桩间距为 1.3 m , 其余参数见表1。

表1 参数取值

Table 1 Parameter values

工况	H/r_c	n	s	r_s/r_c	σ_T/σ_B	Y	X	t_c	K_h/k_v	K_h/k_s	K_{hb}/k_{vb}
工况一	110	3.672 6	1.05	3	1	50	0.5	0	2	4	1
工况二	110	3.672 5	1.05	3	—	50	0.5	10	2	4	1
工况三	110	3.672 5	1.05	3	1	50	0.5	—	2	4	1
工况四	110	3.672 5	1.05	3	1	50	0.5	100	2	4	1
工况五	110	3.672 5	1.05	3	—	50	0.5	10	2	4	1
工况六	110	3.672 5	1.05	3	1	50	0.5	—	2	4	1

4.1 布袋注浆桩复合地基固结度分析

对式(23)进行分析,绘出在瞬时加载时,扰动区土体水平渗透系数保持不变情况下(模式一),布袋注浆桩复合地基固结度与加载时间($U\text{-}lgt$)的曲线(工况一)如图7所示,并与 Terzaghi 天然地基固结解、卢萌盟等^[10]给出的散体材料桩复合地基和一般不透水桩复合地基固结解进行地基固结速率的比较。其中,取布袋桩渗透系数 $k_{vb} = 0.864 \text{ m/d}$,土体的渗透系数 $k_v = 8.64 \times 10^{-5} \text{ m/d}$,为了使曲线对比更加直观,取散体材料桩的渗透系数 $k_c = 0.864 \text{ m/d}$ 。

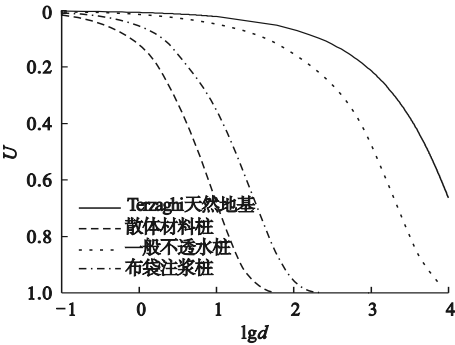


图7 四种地基形式的固结速率比较
Fig. 7 Comparison of consolidation rates of four foundation forms

由图7可知,在桩体压缩模量相同的前提下,四者的固结速率:散体材料桩复合地基的固结速率远大于不透水桩复合地基的固结速率,不透水桩复合地基的固结速率远大于天然地基,而布袋注浆桩由于布袋的排水作用,其复合地基固结速率远大于一般不透水桩复合地基的固结速率,模式二和模式三结果相似。但在工程应用中,布袋注浆桩并不以加速地基土固结为主要目的,而是为了提高地基承载力和减小地基沉降。

对式(32)进行分析,分别取 $\sigma_T/\sigma_B = 0$, $\sigma_T/\sigma_B = 0.4$, $\sigma_T/\sigma_B = 1$, $\sigma_T/\sigma_B = 2.5$, $\sigma_T/\sigma_B \rightarrow \infty$ 进行布袋注浆桩复合地基固结度的计算。在荷载单级线性施加时,模式一情况下复合地基中附加应力分布形式对固结度的影响(工况二)如图8所示。从图中曲线可以

看出,地基固结随着地基顶面和底面的附加应力比值的增大而加快。因为假定排水面设置在地基表面时,接近排水面处的附加应力越大,地基固结越快。

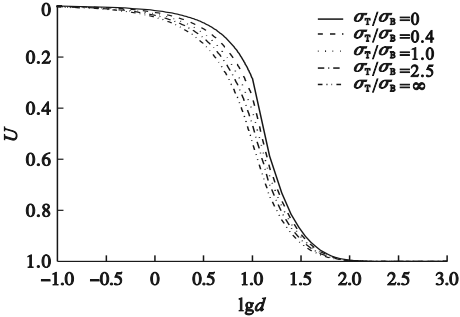


图8 附加应力分布形式对固结的影响
Fig. 8 Effect of additional stress distribution on consolidation

图9为扰动区土体水平渗透系数呈模式二变化时,加载历时对地基固结的影响(工况三)。从图中可知,加载历时越长,荷载施加得越慢,固结也就越慢。

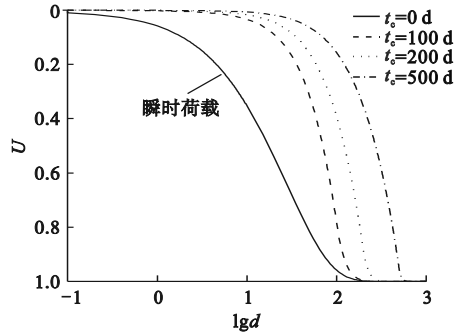


图9 加载历时对固结的影响
Fig. 9 Effect of loading elapsed on consolidation

图10为扰动区土体水平渗透系数呈模式二变化时,布袋注浆桩复合地基布袋渗透系数对地基固结的影响(工况四),分别取 $k_{vb} = 0.216 \text{ m/d}$, $k_{vb} = 0.432 \text{ m/d}$, $k_{vb} = 0.864 \text{ m/d}$, $k_{vb} = 1.296 \text{ m/d}$, $k_{vb} = 1.728 \text{ m/d}$ 进行计算。从图中可以看出,地基固结速率随着布袋渗透系数的增大而加快;当布袋渗透系数增大到一定程度,复合地基固结速率减缓,此时布袋渗透系数对地基的固结速率产生的影响很小,因此在设计布袋注浆桩复合地基时应合理选择布袋类型。

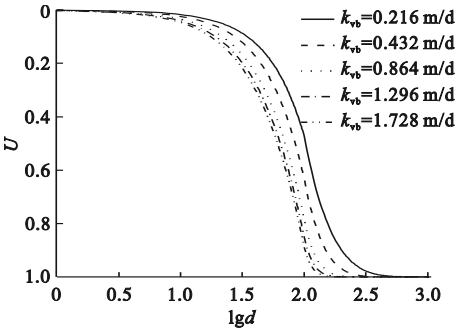


图 10 布袋渗透系数对地基固结的影响

Fig. 10 Effect of cloth bag permeability coefficient on foundation consolidation

4.2 布袋注浆桩复合地基孔压分析

图 11 为扰动区土体水平渗透系数呈模式二变化时,布袋注浆桩复合地基在单级线性加载情况下,某一时刻地基内孔隙水压 \bar{U} 沿深度分布曲线(工况五)。从图中可以看出,地基深部的孔隙水压力明显大于上部水压力,且在接近地表排水面处的荷载越大,地基内孔隙水压力消散得越快,在地基深处更为明显。

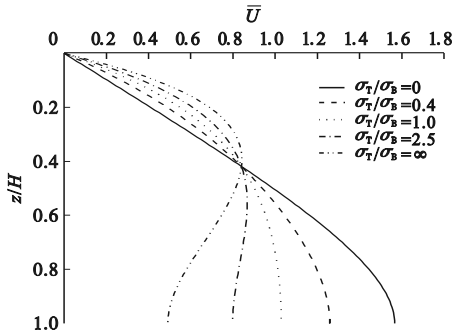


图 11 某一时刻地基平均孔压沿深度分布形式

Fig. 11 The average pore pressure of the foundation at a certain time is distributed along the depth

图 12 为扰动区土体水平渗透系数呈模式二变化时,布袋注浆桩复合地基在单级线性加载情况下,加载历时对地基内平均孔压消散的影响(工况六),分别取 $t_c = 0, t_c = 5, t_c = 10, t_c = 20, t_c = 50$ d, $z/H = 0.5$ 进行复合地基平均孔压计算。从图中可以看出,当荷载非瞬时施加时,孔压首先由零逐渐增大,当荷载施加到最终荷载时,孔压也同时达到最大,随后开始减小直至孔压最终消散为

零。另外随着加载历时增加,地基内的最大孔隙水压力值变小,因此为了减小地基内产生较大的孔隙水压力而导致的渗流破坏,可考虑采用减缓加载速率的方式来使荷载达到最终值。

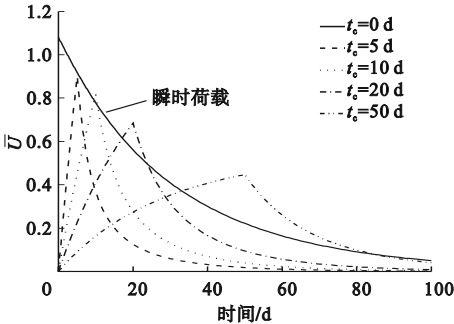


图 12 加载历时对地基内平均孔压消散的影响

Fig. 12 Effect of loading time on average pore pressure dissipation in the foundation

5 结 论

- (1)在计算条件相同的情况下,散体材料桩复合地基的固结速率大于布袋注浆桩复合地基固结速率,布袋注浆桩复合地基固结速率大于不透水桩复合地基的固结速率,不透水桩复合地基的固结速率远大于天然地基。
- (2)地基固结随着地基顶面和底面的附加应力比值的增大而加快,且接近地表的附加应力越大,固结越快。
- (3)加载历时对地基固结的影响较大,加载历时越长,荷载施加得越慢,固结也越慢;外部荷载瞬时施加,此时地基固结最快,然而加载历时越久,地基内的最大孔隙水压力值越小。

参考文献

[1] 李明. 布袋注浆桩在高速铁路软土地基加固中的应用[J]. 石家庄铁道学院学报, 2006 (4): 134 - 137.
(LI Ming. The application of bag-grouting-pile in strengthening soft-soil in high speed railway [J]. Journal of Shijiazhuang railway institute, 2006(4): 134 - 137.)

[2] BARRON R A, ASCE J. Consolidation of fine-

- grained soils by drain wells [J]. Transactions of the American society of civil engineers, 1948, 113(1): 718-742.
- [3] 杨涛, 李国维. 路堤荷载下不排水端承桩复合地基固结分析[J]. 岩土工程学报, 2007(12): 1831-1836.
(YANG Tao, LI Guowei. Consolidation analysis of composite ground with undrained penetrating piles under embankment load [J]. Journal of geotechnical engineering, 2007(12): 1831-1836.)
- [4] XIE Kanghe, LU Mengmeng, LIU Ganbin. Equal strain consolidation for stone columns reinforced foundation [J]. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2009, 33(15): 1721-1735.
- [5] LU Mengmeng, XIE Kanghe, GUO Biao. Consolidation theory for a composite foundation considering radial and vertical flows within the column and the variation of soil permeability within the disturbed soil zone [J]. Canadian geotechnical journal, 2010, 47(2): 207-217.
- [6] BALAAM N P, BOOKER J R. Analysis of rigid rafts supported by granular piles [J]. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 1981, 5(4): 379-403.
- [7] BALAAM N P, BOOKER J R. Effect of stone column yield on settlement of rigid foundations in stabilized clay [J]. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 1985, 9(4): 331-351.
- [8] CASTRO J, SAGASETA C. Consolidation around stone columns. Influence of column deformation [J]. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2009, 33(7): 851-877.
- [9] YANG Tao, YANG Jinzhi, NI Jing. Analytical solution for the consolidation of a composite ground reinforced by partially penetrated impervious columns [J]. Computers and geotechnics, 2014, 57: 30-36.
- [10] 卢萌盟, 谢康和, 周国庆, 等. 不排水桩复合地基固结解析解[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(4): 574-579.
(LU Mengmeng, XIE Kanghe, ZHOU Guoqing, et al. Analytical solution for consolidation of composite ground with impervious pile [J]. Chinese journal of geotechnical engineering, 2011, 33(4): 574-579.)
- [11] LU Mengmeng, XIE Kanghe, WANG Shaoyun, et al. Analytical solution for the consolidation of a composite foundation reinforced by an impervious column with an arbitrary stress increment [J]. International journal of geomechanics, 2013, 13(1): 33-40.
- [12] ZHANG Dewei, LIU Shuxian, HONG Zhishun. Consolidation calculating 3 method of soft ground improved by DJM-PVD combined method [M]. Virginia: ASCE Press, 2006.
- [13] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics [M]. New York: John Wiley & Sons, 1943.
- [14] 陈蕾, 刘松玉, 洪振舜. 排水粉喷桩复合地基固结计算方法的探讨[J]. 岩土工程学报, 2007(2): 198-203.
(CHEN Lei, LIU Songyu, HONG Zhenshun. Study of consolidation calculation of soft ground improved by dry jet mixing combined with vertical drain method [J]. Chinese journal of geotechnical engineering, 2007(2): 198-203.)
- [15] 常仕维. 关于土建纺织品渗透特性试验理论的探讨[J]. 产业用纺织品, 1987(6): 39-40.
(CHANG Shiwei. Discussion on the theory of permeability test of civil construction textiles [J]. Technical textiles, 1987(6): 39-40.)
- [16] 姜红, 雷国辉, 杨明昌. 土工织物垂直渗透特性的研究进展[J]. 水利水电科技进展, 2014, 34(3): 89-94.
(JIANG Hong, LEI Guohui, YANG Mingchang. Research progress of vertical infiltration characteristics of geotextiles [J]. Advances in water resources and hydropower science and technology, 2014, 34(3): 89-94.)
- [17] 刘伟, 解磊, 王宇阳. 复合地基承载力深度修正研究[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2013, 29(4): 682-686.
(LIU Wei, XIE Lei, WANG Yuyang. The study of the depth modification of composite foundation bearing capacity [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2013, 29(4): 682-686.)
- [18] 谢康和. 砂井地基: 固结理论、数值分析与优化设计[D]. 杭州: 浙江大学, 1987.
(XIE Kanghe. Sand well foundations; consolidation theory, numerical analysis and optimal design [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 1987.)
- [19] TANG Xinwei, ONITSUKA K. Consolidation of double-layered ground with vertical drains [J]. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2001, 25(14): 1449-1465.
- [20] 卢萌盟, 谢康和. 复合地基固结理论[M]. 北京: 科学出版社, 2016.
(LU Mengmeng, XIE Kanghe. Theory of consolidation of composite foundations [M]. Beijing: Science Press, 2016.)
- (责任编辑: 杨永生 英文审校: 刘永军)