

# 基于过渡过程信号的振动机机体结构 裂纹故障检测

侯祥林<sup>1</sup>,王鑫<sup>1</sup>,李诗雨<sup>2</sup>,张啸尘<sup>1</sup>

(1. 沈阳建筑大学机械工程学院,辽宁 沈阳 110168;2. 国家管网北方管道  
沈阳检测技术分公司,辽宁 沈阳 110001)

**摘要** 目的 研究含裂纹的振动机机体结构在启动这一短时过渡过程中各个动力学响应随裂纹程度变化的趋势,为振动机机体结构的裂纹故障早期诊断研究提供理论参考。**方法** 将复杂的非线性振动结构问题通过等效建立模型、动力学分析求解、时频域信号分析相结合进行研究,模拟不同的启动初始输入运动信号、不同裂纹位置的情况;编制龙格-库塔 VB 程序并模拟不同裂纹大小程度来求解该动力学模型,得出位移、速度、加速度等响应的时域图与频域图,并进行对比分析。**结果** 在时域内过渡过程振动响应的周期与振幅会随裂纹程度增大而增大,在频域内振动响应会随裂纹程度增大而出现“频幅增大”、“频率成分新增”、“移频”的变化规律。**结论** 通过多角度对比证明,可以将各响应在时域与频域的变化作为故障诊断的判别依据,判断是否含有机体裂纹故障及故障的程度。

**关键词** 结构裂纹;过渡过程;故障诊断;时域分析;频域分析

中图分类号 TU69;TH17 文献标志码 A

## Research on Crack Fault Detection of Vibration Machine Body Structure Based on Transition Process Signal

HOU Xianglin<sup>1</sup>, WANG Xin<sup>1</sup>, LI Shiyu<sup>2</sup>, ZHANG Xiaochen<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168; 2. Shenyang Testing Technology Branch of National Pipe Network Group North Pipeline Co. Ltd., Shenyang, China, 110001)

**Abstract:** The paper is proposed to study the trend of the dynamic response of the cracked vibrating body structure with the crack degree during the short-term transition process of starting, so as to provide a theoretical reference for the early diagnosis of crack faults in the vibrating body structure. The complex nonlinear vibration structure problem is studied by equivalent modeling,

收稿日期:2021-03-18

基金项目:国家自然科学基金项目(52005352)

作者简介:侯祥林(1962—),男,教授,博士,主要从事机械动力学等方面研究。

dynamic analysis and time-frequency domain signal analysis. We simulate different initial input motion signals and different crack positions, compile Runge-Kutta VB program and simulate different crack sizes to solve the dynamic model. The time and frequency domain diagrams of displacement, velocity, acceleration and other responses are obtained to carry out comparative analysis. The results show that the period and amplitude of the vibration response in the time domain will increase with the increase of the crack degree. In the frequency domain, the vibration response will appear as the crack degree increases, and there will be "increased frequency amplitude", "new frequency components", and "frequency shift" changes. It can be concluded that through multi-angle comparison, it is proved that the changes in the time domain and the frequency domain of each response can be used as the basis for fault diagnosis to determine whether there are crack faults and the extent of the fault.

**Key words:** cracks in the structure; transition process; fault diagnosis; time domain; frequency domain

振动机械在工程中是不可或缺的角色,在实际工程中,由于材料、工艺、环境等因素,振动机械的使用中难以避免地会存在着微小的裂纹<sup>[1-2]</sup>,破坏严重时会使机体产生断裂,造成严重损失伤害。因此,尽早地发现裂纹故障并及时对其进行维修具有实际意义。付胜等<sup>[3]</sup>利用低频涡流方法对振动筛的疲劳裂纹问题进行了检测,得出了频率的幅值相位在不同裂纹大小状态下的变化关系。闫小锋等<sup>[4]</sup>对大型振动机械振动裂纹故障诊断技术进行探究,采集了不同裂纹程度的信号响应数据,对比分析频率结构,但该试验条件是在振动筛静止状态,存在一定局限性。通过大量文献研究可知,过渡过程信号信息含量高,研究该阶段的振动机械动力学响应特性对故障诊断具有重大意义,但目前对振动信号动力学响应与故障诊断研究中,对启停机这类过渡过程阶段的信号响应研究相对较少<sup>[5-12]</sup>。基于此,笔者通过建模、仿真,研究振动机启动至平稳运行这一短时过渡过程状态下振动信号特征,能够较早地对振动机机体裂纹故障做出检测判断,并判别出故障的程度大小,做到及时发现故障、处理故障。

# 1 振动机裂纹模型建立与求解

根据工程上单轴惯性振动机的结构,将

振动机本身理解为振动机体上边带有一个偏心转子,机体两端为弹簧约束。笔者所研究振动机的过渡过程是指振动机开机至达到平稳运行状态的这一短时阶段,偏心转子经电机驱动其转动的角速度由零逐渐上升至一定值,当速度达到该常数值时就会保持不变,以该速度平稳运动,即达到振动机的稳定运行状态。模拟振动机机体出现裂纹破坏,但裂纹程度不足以使机体发生断裂,并不影响振动机机体的质量,只引起刚度的变化,裂纹的出现会引起局部刚度的减小,因此主要通过变化刚度来模拟不同程度裂纹故障。

考虑水平放置振动机体质量为  $M$ 、长度为  $l$  的振动机,假定偏心转子位于整个振动机的中心处,偏心转子的质量为  $m_3$ ,偏心距为  $e$ 。设振动机机体为  $AB$  段,裂纹破坏出现在偏心转子旋转中心的左侧  $C$  位置的振动机机体上,并将振动机机体分成  $AC$  段与  $BC$  段,长度分别为  $l_1$ 、 $l_2$ ,质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$ 。设偏心转子的旋转中心  $O$  与裂纹破坏处  $C$  的距离为  $l_3$ ;设偏心转子的旋转中心  $O$  与  $BC$  段机体的中心位置距离为  $l_4$ ;振动机两端的弹簧刚度分别为  $k_1$ 、 $k_2$ 。建立含机体裂纹故障的振动机过渡过程的动力学模型。含机体裂纹的振动机模型结构简图如图 1 所示。

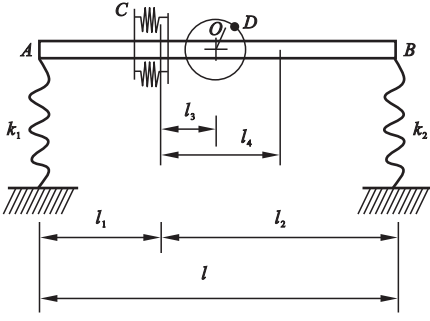


图1 含机体裂纹的振动机模型

Fig. 1 The vibrating machine model with crack

图2为AC段与BC段动力学模型的受力分析图。A点与B点处在y方向上产生的位移为 $y_A$ 、 $y_B$ ,AC与BC中点处在y方向上产生的位移为 $y_1$ 、 $y_2$ ,有裂纹后两段转动的角度分别为 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ ;  $m_1\ddot{y}_1$ 、 $m_2\ddot{y}_2$ 为惯性力,  $F_A$ 、 $F_B$ 为弹性恢复力;  $m_1g$ 、 $m_2g$ 为重力;  $c_1\dot{y}_1$ 、 $c_3\dot{\theta}_1$ 、 $c_2\dot{y}_2$ 、 $c_4\dot{\theta}_2$ 为阻尼力;  $J_1$ 、 $J_2$ 为转动惯量,对于杆件结构其公式为 $J = ml^2/12$ ,产生的转动力矩为 $J\ddot{\theta}$ ;偏心转子在x、y方向上产生的位移分别为 $x_3$ 、 $y_3$ ,惯性力分别为 $m_3\ddot{x}_3$ 、 $m_3\ddot{y}_3$ ,  $\phi$ 为转动角。在裂纹破坏位置形成的铰接,承载一定扭矩,左右两段刚体互相之间形成相对的力为 $F_1$ ,形成的力偶为 $M_1$ ,其大小与该处的刚度和发生裂纹破坏形成的转动角度有关,  $M_1 = k_\theta(\theta_1 + \theta_2)$ ,其中,  $k_\theta$ 表示刚度,可以作为模拟裂纹程度的变量。

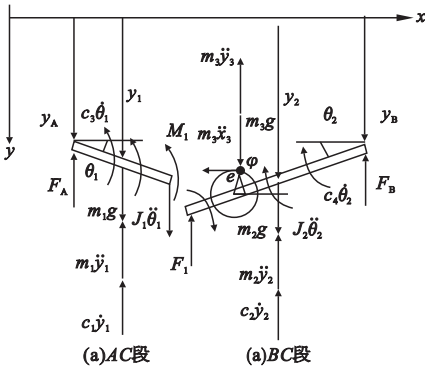


图2 含机体裂纹的振动机受力分析图

Fig. 2 Force analysis diagram of vibration motor with crack

根据达朗贝尔原理建立刚体平面运动的微分方程:

$$F_1 - F_A - m_1\ddot{y}_1 - c_1\dot{y}_1 + m_1g = 0. \quad (1)$$

$$-F_A l_1 + J_1\ddot{\theta}_1 - \frac{l_1}{2}(m_1\ddot{y}_1 + c_1\dot{y}_1) + k_\theta(\theta_1 + \theta_2) + c_3\dot{\theta}_1 + \frac{l_1}{2}m_1g = 0. \quad (2)$$

$$-F_1 - F_B - m_2\ddot{y}_2 - c_2\dot{y}_2 - m_3\ddot{y}_3 + m_2g + m_3g = 0. \quad (3)$$

$$\frac{l_2}{2}(m_2\ddot{y}_2 + c_2\dot{y}_2 - m_2g) + F_B l_2 - k_\theta(\theta_1 + \theta_2) - J_2\ddot{\theta}_2 - c_4\dot{\theta}_2 + (m_3\ddot{y}_3 - m_3g)(l_3 + e \cos \phi) + m_3\ddot{x}_3(e \sin \phi + l_3 \theta_2) = 0. \quad (4)$$

其中,

$$\begin{cases} F_A = k_1(y_1 - \frac{l_1}{2}\theta_1), \\ F_B = k_2(y_2 - \frac{l_2}{2}\theta_2). \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} x_3 = x_2 - l_4 \cos \theta_2 + e \cos \phi, \\ y_3 = y_2 + l_4 \sin \theta_2 - e \sin \phi. \end{cases} \quad (6)$$

在振动机发生机体裂纹破坏情况下,机体被分成并未断开的两段,根据实际产生的转动角度很小,因此 $\cos \theta_1$ 的值在计算时可以近似取成1,  $\sin \theta_2$ 的值取为 $\theta_2$ 。

振动机启动至平稳运行过程中,C处产生的位移为y,可以代换 $y_1$ 和 $y_2$ ,其关系满足:

$$\begin{cases} y_1 = y - \frac{1}{2}\theta_1, \\ y_2 = y - \frac{1}{2}\theta_2. \end{cases} \quad (7)$$

该微分方程组有4个方程,可以将含 $F_1$ 的两方程相加消去,进而形成一个含3个方程的微分方程组。所建立的动力学微分方程组与 $\ddot{y}$ 、 $\ddot{\theta}_1$ 、 $\ddot{\theta}_2$ 有关,将其用 $\dot{y}$ 、 $\dot{\theta}_1$ 、 $\dot{\theta}_2$ 来表示,设: $z_1 = y$ ,  $z_2 = \theta_1$ ,  $z_3 = \theta_2$ ,  $z_4 = \dot{y}$ ,  $z_5 = \dot{\theta}_1$ ,  $z_6 = \dot{\theta}_2$ 。则:

$$\dot{z}_1 = \dot{y} = z_4, \quad (8)$$

$$\dot{z}_2 = \dot{\theta}_1 = z_5, \quad (9)$$

$$\dot{z}_3 = \dot{\theta}_2 = z_6, \quad (10)$$

$$\dot{z}_4 = f(z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6), \quad (11)$$

$$\dot{z}_5 = f(z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6), \quad (12)$$

$$\dot{z}_6 = f(z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6). \quad (13)$$

根据以上原理,利用 Mathematica 软件进行推导,利用龙格-库塔、离散傅里叶变换方法在 VB 软件中自编程序进行求解,计算出振动机体结构的动力学响应。

2 不同启动速度信号下的裂纹故障模拟与分析

根据实际振动机的情况,求解振动机在过渡过程状态下裂纹破坏的故障模型的动力响应,并在时域和频域上对振动信号进行分析。具体参数: $m_1=15\text{ kg}$ , $m_2=30\text{ kg}$ , $m_3=1.5\text{ kg}$ , $l_1=1\text{ m}$ , $l_2=2\text{ m}$ , $k_1=3\text{ }000\text{ N/m}$ , $k_2=5\text{ }000\text{ N/m}$ , $e=0.005\text{ m}$ ,转动惯量  $J_1$ 、 $J_2$  可将上述参量代入转动惯量的公式得出,阻尼系数取  $0.05$ , $g$  取  $10\text{ N/kg}$ ;代入编写的龙格-库塔求解程序,初始值可由静平衡状态时的数值计算得出,设置时间步长为  $th=0.001$ ,总时间  $t=5\text{ s}$ ,选取合理范围内不同的参量  $k_\theta$  来构建振动机不同程度的机体裂纹故障模型。裂纹会导致结构的刚度减小,当  $k_\theta$  很大时,可模拟无故障模型;逐渐减小  $k_\theta$ ,可模拟不同程度的裂纹故障状态。经计算得出: $k_\theta\geq 605.8(\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad}$ 。笔者选取  $k_\theta$  分别为  $5\text{ }000(\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad}$ 、 $3\text{ }000(\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad}$ 、 $2\text{ }000(\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad}$ 。

2.1 不同启动速度信号条件

(1) 匀加速信号启动条件

设偏心转子的加速度为  $a\text{ rad/s}^2$ ,振动机由启动时角速度由  $0$  逐渐增加至固定的常数值,此后加速度变为  $0$ ,达到平稳运行状态,转动角度、角速度、角加速度关系如下:

$$\ddot{\varphi} = a, \tag{14}$$

$$\dot{\varphi} = a(t - t_0) + \dot{\varphi}_0, \tag{15}$$

$$\varphi = \frac{a(t - t_0)^2}{2} + \dot{\varphi}_0(t - t_0). \tag{16}$$

其中, $t_0$  为加速起始时间; $\dot{\varphi}$  为起始角速度,均设定为从  $0$  起始。

(2) 匀速信号启动条件

改变设定的偏心转子运动信号,使其做匀速运动,给定匀速为起始角速度  $\dot{\varphi}_0 =$

$100\text{ rad/s}$ ,其他参量保持不变。

2.2 响应的时域分析

通过计算得出各个响应的时域图,观察到其幅值有随裂纹程度增加而变大的趋势,但仅从时域图角度分析振动响应还不够全面和清晰,例如振动信号  $y$  的幅值变化较为明显,但如果  $\theta_1$  等振动响应在时域内的幅值变化或周期变化不易分辨,可以选择将其频域信号作为分析的依据<sup>[13-17]</sup>。故在时域分析中,可以选择幅值变动与周期变动较为明显的振动信号  $y$  的响应作为故障判别指标。在时域上分析匀加速和匀速信号下,不同  $k_\theta$  时振动信号  $y$  的对比情况如图 3、图 4 所示。

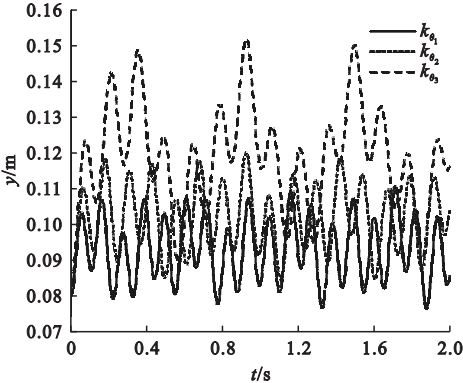


图 3 匀加速信号下  $y$  的时域图对比  
Fig. 3 Comparison of  $y$  at time domain under uniform speed signal

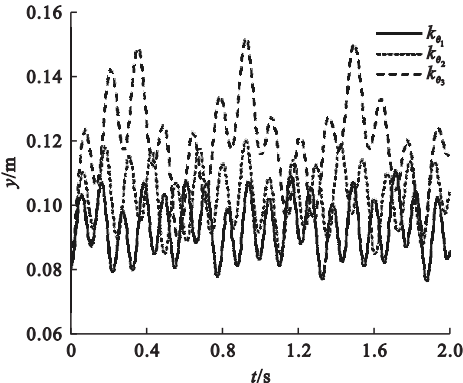


图 4 匀速信号下  $y$  的时域图对比  
Fig. 4 Comparison of  $y$  at time domain under uniform acceleration signal

由图可知,在不同信号状态下,随着  $k_\theta$  逐渐减小, $y$  的幅值均逐渐增大,周期也逐渐增大,即当振动机机体结构出现裂纹故障时,

y 的振幅与周期会变大,与故障的程度成正比,这个指标与规律可以作为振动机机体结构裂纹检测的依据。

2.3 响应的频域分析

在进行傅里叶变换程序计算时,采样周

期为 0.001 s,采样点数为 2 000 个,采样频率 1 000 Hz,绘图最大频率选择 125 Hz。将时域数据代入 VB 软件离散傅里叶变换程序,可得出两种不同启动速度条件下各个响应的频域图(见图 5、图 6)。

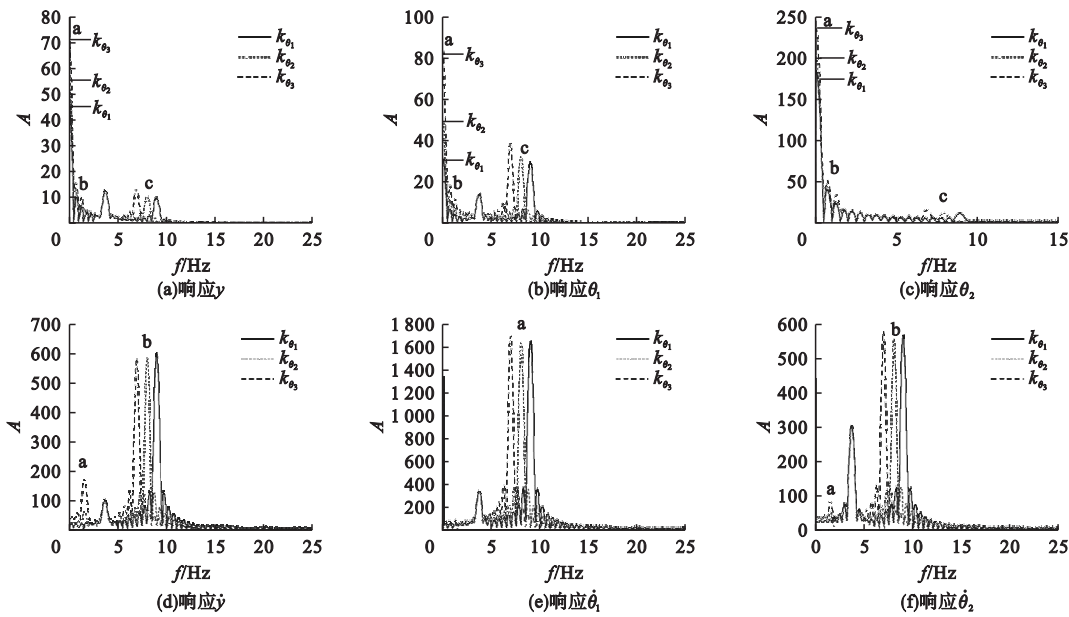


图5 匀加速信号下不同  $k_\theta$  条件下各响应的频谱图

Fig. 5 The spectrograms of response with different  $k_\theta$  under uniform acceleration signal

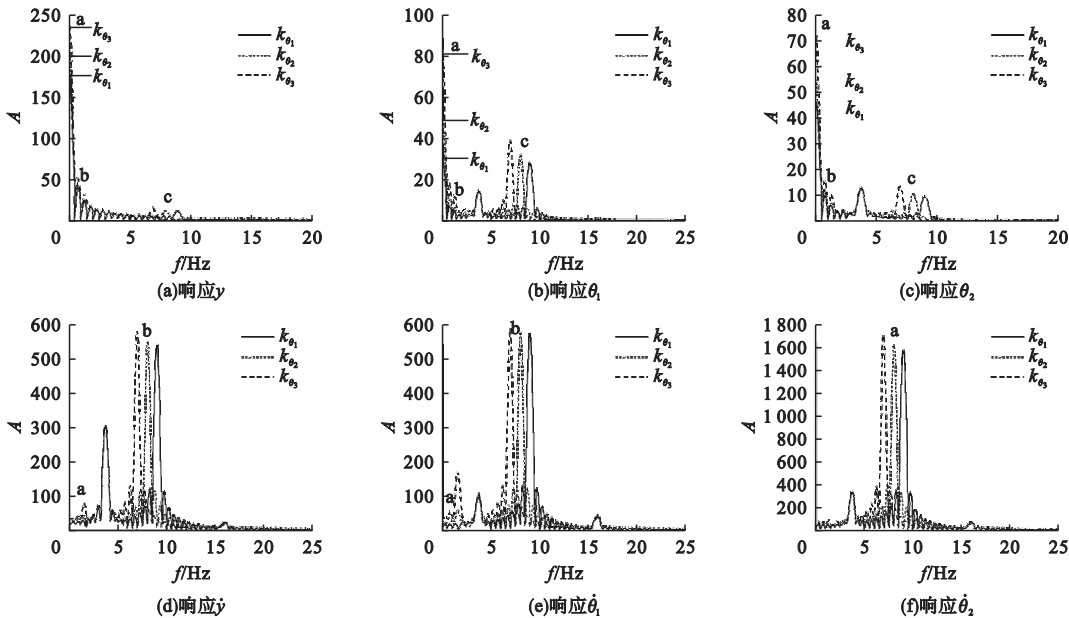


图6 匀速信号下不同  $k_\theta$  条件下各响应的频谱图

Fig. 6 The spectrograms of response with different  $k_\theta$  under uniform speed signal



### (1) $y$ 的频域分析

a 处峰值随着  $k_\theta$  减小而增大,裂纹故障越大,该幅值越大;b 处两个相近的峰值随着  $k_\theta$  减小而增大,裂纹故障越大,该幅值越大;c 处峰值随着  $k_\theta$  减小而出现前移现象,裂纹故障越大,该处峰越前移,频率越小。

### (2) $\theta_1$ 的频域分析

a 处峰值随着  $k_\theta$  减小而增大,裂纹故障越大,该幅值越大;b 处两个相近的峰值随着  $k_\theta$  减小而增大,裂纹故障越大,该幅值越大;c 处峰值随着  $k_\theta$  减小而出现前移现象,且幅值也逐渐增加,裂纹故障越大,该处峰越向前移,频率越小,且幅值增大。

### (3) $\theta_2$ 的频域分析

a 处峰值随着  $k_\theta$  减小而增大,裂纹故障越大,该幅值越大;b 处两个相近的峰值随着  $k_\theta$  减小而增大,裂纹故障越大,该幅值越大;c 处峰值随着  $k_\theta$  减小而出现前移现象,且幅值也逐渐增加,裂纹故障越大,该处峰越向前移,频率越小,且幅值增大。

### (4) $\dot{y}$ 的频域分析

a 处出现了“增频”现象,随着裂纹故障变大,频谱中出现了新的频率成分;a 处新增峰值随着  $k_\theta$  减小而增大,裂纹故障越大,该幅值越大;b 处峰值随着  $k_\theta$  的减小出现明显的前移现象,裂纹故障越大,该处峰越向前移,频率越小。

### (5) $\dot{\theta}_1$ 的频域分析

a 处峰值随着  $k_\theta$  减小出现明显的前移现象,裂纹程度越大越前移。

### (6) $\dot{\theta}_2$ 的频域分析

a 处出现了“增频”现象,随着裂纹故障变大,频谱中出现了新的频率成分;a 处新增峰值随着  $k_\theta$  减小而增大,裂纹故障越大,该幅值越大;b 处峰值随着  $k_\theta$  减小出现明显的前移现象,裂纹故障越大,该处峰值越向前移,频率越小。

通过对比分析上述时域图、频域图可以发现,随裂纹故障越来越严重,各个振动信号会发生一定的变化规律,从变化类型角度,可以总结分类如下:①幅值变化现象:在时域图与频域图中,都有幅值变化,且随着裂纹程度的加大,频率的幅值逐渐增加;②“频移”现象:在各个响应的频域图中,随着裂纹程度的增加,频率成分有前移的趋势;③“增频”现象:随着裂纹程度的增加,在频谱图中新产生了一些频率成分,频率成分随裂纹增大而愈加复杂。

在振动机开启至运行的这一过渡过程,以上振动信号的变化都能够说明振动机机体裂纹故障产生时,该诊断方法是有效的,能够识别出裂纹故障,并能进一步判断出裂纹故障的程度。可以选择以上任意诊断判别指标,具体分析对比,均可达到判断振动机机体裂纹有无及程度的目标。

## 3 不同位置裂纹故障模拟与分析

保持上述研究中振动机的固定参数不变,机体的总长度为 3 m,总质量为 45 kg。改变裂纹发生的位置,设裂纹处将振动机机体分为 0.5 m 与 2.5 m,即 AB 段机体的长度  $l_1 = 0.5$  m,BC 段机体长度  $l_2 = 2.5$  m,各自的质量与长度成正比,即两段机体的质量分别为  $m_1 = 7.5$  kg,  $m_2 = 37.5$  kg,采用匀加速信号状态下的过渡过程振动信号进行研究,分别用不同  $k_\theta$  值进行裂纹故障模拟。

选择提取  $y$  响应在时域内对信号进行分析,如图 7 所示。 $y$  的振幅与周期随裂纹增大而增大,该变化规律与第 2 节中的规律一致。

此外,将各个响应的时域信号进行转换,形成频谱图,如图 8 所示。在频域中分析响应随裂纹程度的变化规律,并与第 2 节中设置的裂纹位置条件下的响应变化规律进行对比,能够进一步地证明笔者所研究裂纹故障检测方法的有效性。

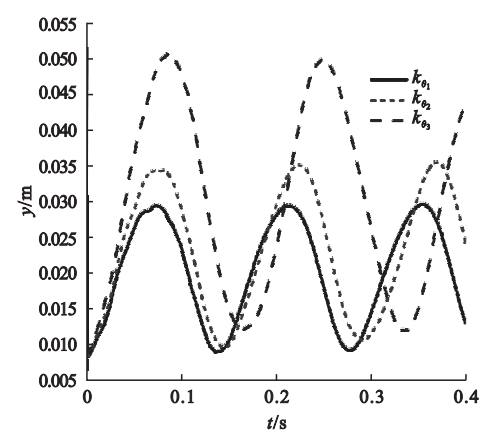


图7 匀加速信号下  $y$  的时域图对比

Fig. 7 Comparison of  $y$  at time-domain under uniform acceleration signal

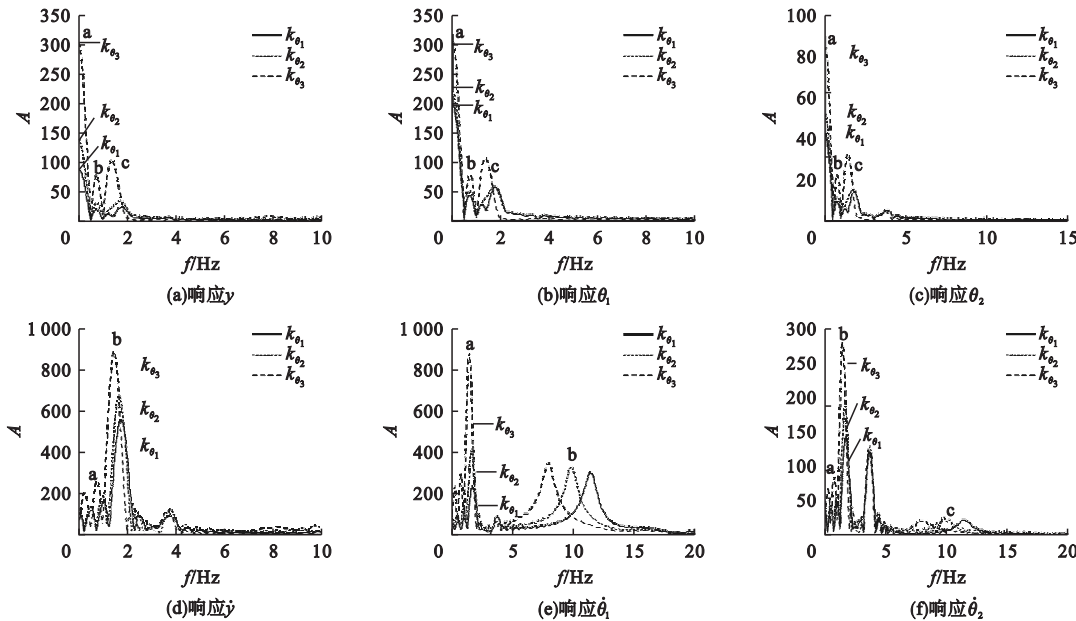


图8 匀速信号下各响应的频谱图

Fig. 8 The spectrograms of response under uniform speed signal

4 结 论

(1)在过渡过程阶段,不同信号状态下时域图与频谱图随裂纹改变的变化趋势均相似:在时域内,可用位移响应  $y$  作为振动机体结构裂纹故障程度的判别依据,其振幅与周期随着裂纹程度增大而增大;在频域内,过渡过程的  $y$ 、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\dot{y}$ 、 $\dot{\theta}_1$ 、 $\dot{\theta}_2$  响应随着裂纹程度的增大均会出现幅值增加与波峰前移现象,即该波峰对应的频率减小;其中,  $\dot{y}$ 、 $\dot{\theta}_2$  响应在频域上还会出现“增频”现象,随着裂纹故

障程度变大,频谱中会出现新的频率成分,成分愈为复杂;时域内位移幅值与周期变化,频域内的“频幅变化”、“增频”、“移频”等变化规律,均可作为反映裂纹程度的参考依据。

(2)改变裂纹位置,得出不同裂纹位置状态下的时域、频域上各响应随裂纹程度的变化规律与前文裂纹位置状态下的响应变化规律十分相近,进一步通过对比验证了笔者的方法是有效的,一定程度上丰富了过渡过程阶段振动响应动力学特性与裂纹故障诊断的研究内容,为振动机体结构裂纹的早期诊

断研究提供了理论支撑,有利于及时发现故障问题并做相应处理。

## 参考文献

- [1] 宗玉娟. 单质体反共振隔振振动机械的应用与设计方法探讨[J]. 现代制造技术与装备, 2018(10): 96-98.  
(ZONG Yujuan. Discussion on application and design method of single body anti resonance vibration isolation machinery [J]. Modern manufacturing technology and equipment, 2018(10): 96-98.)
- [2] 赵春雨, 赵乾斌, 贺斌, 等. 三质体振动机动力学参数对其性能的影响分析[J]. 振动与冲击, 2015, 34(12): 70-78.  
(ZHAO Chunyu, ZHAO Qianbin, HE Bin, et al. Effects of dynamic parameters on the performance of a three-mass vibrating machine [J]. Vibration and shock, 2015, 34(12): 70-78.)
- [3] 付胜, 许晓东, 陈涛, 等. 基于低频涡流技术的振动筛梁裂纹检测方法[J]. 煤炭学报, 2015, 40(10): 2490-2495.  
(FU Sheng, XU Xiaodong, CHEN Tao, et al. Detection method for the crack of shaker beam based on low frequency eddy current [J]. Journal of China coal society, 2015, 40(10): 2490-2495.)
- [4] 闫小锋. 振动筛关键部件的动态分析及裂纹诊断[D]. 唐山: 华北理工大学, 2020.  
(YAN Xiaofeng. Dynamic analysis and crack diagnosis of key parts of vibrating screen [D]. Tangshan: North China University of Science and Technology, 2020.)
- [5] 贾朱植, 祝洪宇, 杨理践, 等. 鼠笼电机启动暂态转子断条 Wigner-Ville 分布诊断方法[J]. 电机与控制学报, 2018, 22(7): 69-77.  
(JIA Zhuzhi, ZHU Hongyu, YANG Lijian, et al. Diagnosis of broken rotor bars in squirrel cage induction motor during start-up transient based on Wigner-Ville distribution [J]. Electric machines and control, 2018, 22(7): 69-77.)
- [6] 熊慧英, 何洁, 严爱芳. 烟气轮机转子不平衡故障诊断研究[J]. 噪声与振动控制, 2008(5): 86-90.  
(XIONG Huiying, HE Jie, YAN Aifang. Imbalance fault diagnosis of gas turbine rotor [J]. Noise and vibration control, 2008(5): 86-90.)
- [7] 陈是扞, 彭志科, 周鹏. 信号分解及其在机械故障诊断中的应用研究综述[J]. 机械工程学报, 2020, 56(17): 91-107.  
(CHEN Shiqian, PENG Zhike, ZHOU Peng. Review of signal decomposition theory and its applications in machine fault diagnosis [J]. Mechanical engineering, 2020, 56(17): 91-107.)
- [8] 杨华, 陈云良, 徐永, 等. 基于 VMD-HHT 方法的水电机组启动过渡过程振动信号分析研究[J]. 工程科学与技术, 2017, 49(2): 92-99.  
(YANG Hua, CHEN Yunliang, XU Yong, et al. Analysis of the hydropower unit vibration signal in the start transient process based on VMD-HHT method [J]. Advanced engineering sciences, 2017, 49(2): 92-99.)
- [9] 何雨辰. 数据驱动的过渡过程建模与监测[D]. 杭州: 浙江大学, 2017.  
(HE Yuchen. Data-driven modeling and monitoring of transient phases in continuous industrial process [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2017.)
- [10] 侯祥林, 伍丹霞, 刘铁林. 惯性式振动机过渡过程的动态响应分析[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2020, 36(3): 536-542.  
(HOU Xianglin, WU Danxia, LIU Tielin. Dynamic responses of inertial vibrating machine in transient processes [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2020, 36(3): 536-542.)
- [11] CHEN Xuejun, YANG Yongming, CUI Zhixin, et al. Vibration fault diagnosis of wind turbines based on variational mode decomposition and energy entropy [J]. Energy, 2019, 174(1): 1100-1109.
- [12] DANG Jian, JIA Rong, LUO Xingqi, et al. Partly duffing oscillator stochastic resonance method and its application on mechanical fault diagnosis [J]. Shock and vibration, 2016, 2016(8): 1-14.
- [13] MASTRIANI M. Quantum-classical algorithm for an instantaneous spectral analysis of signals: a complement to Fourier theory [J]. Journal of quantum information science, 2018, 8(2): 52-77.
- [14] 许波, 王振宇. 离散傅里叶变换误差分析与参数设置[J]. 电气电子教学学报, 2020, 42(4): 52-55.  
(XU Bo, WANG Zhenyu. Error analysis and parameters setting of discrete Fourier transform [J]. Journal of electrical & electronic education, 2020, 42(4): 52-55.)
- [15] 孙学辉, 赵冰, 骆震. 离散傅立叶变换用于非连续工业数据分析[J]. 分析化学, 2020, 48(10): 1422-1427.  
(SUN Xuehui, ZHAO Bing, LUO Zhen. Non-continuous industrial data analysis using discrete Fourier transform [J]. Chinese journal of analytical chemistry, 2020, 48(10): 1422-1427.)
- [16] 陈浩. 基于广义离散傅里叶变换的选择性谐波控制技术[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2019.  
(CHEN Hao. Research on selective harmonic control based on the generalized discrete Fourier transform [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2019.)
- [17] 徐岩, 张晓明, 王瑜, 等. 基于离散傅里叶变换的频谱分析新方法[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(11): 38-43.  
(XU Yan, ZHANG Xiaoming, WANG Yu, et al. A new method of spectrum analysis based on DFT [J]. Power system protection and control, 2011, 39(11): 38-43.)

(责任编辑: 刘春光 英文审校: 范丽婷)