

# 基于改进 PSO 算法的连续梁桥健康 监测传感器优化布置研究

包龙生<sup>1</sup>, 闫吉烁<sup>1</sup>, 王兴龙<sup>2</sup>, 白中华<sup>1</sup>, 于 玲<sup>1</sup>

(1. 沈阳建筑大学交通与测绘工程学院, 辽宁 沈阳 110168; 2. 中建二局第四建筑工程有限公司, 天津 300457)

**摘 要** 目的 研究不同线性递减策略的粒子群(PSO)算法,提出一种改进后的粒子群算法,提高算法寻优结果的精确性,解决连续梁桥健康监测传感器布置不合理的问题。方法 应用线性微分还原策略降低了粒子群惯性权重减小的速率,从而将典型线性递减 PSO 算法改进为线性微分递减 PSO 算法;通过工程算例检验改进粒子群(PSO)算法对传感器的优化布置。结果 与未采用改进 PSO 算法的传感器布置方案对比,改进 PSO 算法下的传感器优化布置适用度均值下降了 27.0%,适用度最大差值减少了 0.019 3,模态置信度准则下的均方根均值减少 0.003 3。结论 笔者所提改进 PSO 算法更适用于传感器的优化布置;基于该算法下提出的连续梁桥传感器优化布置方案用于监测数据,具有更强的适应性、稳定性及更高的使用价值,可为桥梁健康监测工作中相关问题的解决提供新思路、新方案。

**关键词** PSO 算法;传感器布置;连续梁桥;桥梁健康监测

中图分类号 TU997;U446

文献标志码 A

## Research on Optimal Layout of Continuous Beam Bridge Health Monitoring Sensor Based on Improved PSO Algorithm

BAO Longsheng<sup>1</sup>, YAN Jishuo<sup>1</sup>, WANG Xinglong<sup>2</sup>, BAI Zhonghua<sup>1</sup>, YU Ling<sup>1</sup>

(1. School of Transportation and Geomatics Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168;  
2. The Fourth Construction Engineering Co. Ltd., China Construction Second Engineering Bureau, Tianjin, China, 300457)

**Abstract:** In order to propose an improved PSO algorithm which will improve the accuracy of optimization results and solve the problem of unreasonable placement of health monitoring sensors for continuous beam bridges, particle swarm optimization (PSO) algorithm with different linear decreasing strategies is studied. The linear differential decreasing PSO algorithm is improved from typical linear decreasing PSO algorithm by using linear differential reduction strategy, which can

收稿日期:2021-06-07

基金项目:“十三五”国家重点研发计划重点专项基金项目(2018YFC0809600,2018YFC0809606)

作者简介:包龙生(1971—),男,教授,博士,主要从事桥梁工程结构方面研究。

decrease the rate of the lessening of particle swarm inertial weight reasonably. The effect of improved particle swarm optimization (PSO) algorithm on optimal sensor placement is verified by the results of engineering examples. Compared with the sensor layout scheme without the improved PSO algorithm, the mean applicability of the optimized sensor layout under the improved PSO algorithm is reduced by 27.0%, the maximum difference of the applicability is reduced by 0.019 3, and the mean root-mean-square value under the modal confidence criterion is reduced by 0.003 3. The results show that the improved PSO algorithm is more suitable for optimal placement of the sensor. Optimized sensor layout of scheme used of the improved PSO algorithm will render monitoring data of continuous beam bridges stronger adaptability and stability. It has higher value to work for bridge health monitoring in the relevant solution, and provides new ideas and new programs in the future.

**Key words:** PSO algorithm; sensor layout; continuous beam bridge; bridge health monitoring

桥梁健康监测技术是有效解决桥梁安全隐患的必要技术之一,监测系统需要数据测量、数据传输、数据分析、桥梁异常预警等多个工程领域协同工作<sup>[1-2]</sup>。

传感器优化布置指在适当的结构位置上布置合理数量的传感器,在大幅度降低结构监测成本的同时,还能采集到满足对结构状态分析与损伤识别要求的模态信息,从而指导桥梁结构后期的养护工作。传感器优化问题向来备受关注,但多数布置方案不能同时兼顾采集数据的多样性与信噪比。将粒子群算法引入传感器优化布置,令优化方案的模态向量具有较好的正交性与较强的信噪比。

粒子群 (Particle Swarm Optimization, PSO) 算法是一种新型的优化算法,灵感来源于鸟类的觅食过程<sup>[3]</sup>。该算法计算过程是迭代的方式,上一代粒子通过位置与速度来影响下一代粒子出现的位置。基于此,笔者以标准 PSO 算法作为基础算法,使用 MATLAB 研究基础算法的类型特点,对标准 PSO 算法、典型线性递减策略 PSO 算法、线性微分递减策略 PSO 算法分别进行 10 次测试。对比标准 PSO 算法,典型线性递减策略 PSO 算法的迭代次数过少,算法完成收敛过快,存在局部收敛的问题。线性微分递减策略 PSO 算法,即改进 PSO 算法,迭代次数与标准 PSO 算法接近且收敛速度较缓,将有效

避免局部收敛的情况发生。证明改进 PSO 算法更稳定,更适合解决传感器布置这类复杂的优化问题。基于上述分析,笔者以特大连续梁桥作为算例,运用 Midas/Civil 来建立结构模型,将多目标函数引入改进的 PSO 算法来对传感器数目进行确定;利用该算例检验改进 PSO 算法在传感器布置设计中的优化作用,以便设计更合理的传感器布置方案,为更好地收集桥梁健康监测数据服务。

## 1 改进 PSO 算法的建立

### 1.1 PSO 算法概述

PSO 算法是一种模拟群体运动的算法,它模仿的是鸟群在空间内随机觅食的现象与规律,在该随机觅食过程中鸟群会慢慢地在某一位置聚集,这个位置即是该空间内找到的最佳觅食位置<sup>[4-6]</sup>。粒子的运动过程与鸟类、鱼类等群体类生物运动习惯非常相似<sup>[7]</sup>。

PSO 算法在寻优过程中受参数影响极易发生局部收敛、过早收敛以及寻优失败的情况,因此在设置相关参数的同时需要建立一个动态的迭代过程,来保证准确性。

① PSO 算法对惯性权重  $w$  取值大小极为敏感, $w$  相当于粒子向最优解前进时的步长, $w$  越小,步长越小,反之亦然;② 学习因子  $c_1$ 、 $c_2$  代表自我总结和向优秀个体学习的能力,可调节步长,并能根据以往经验,实时调整轨迹方向<sup>[8]</sup>,在现阶段粒子群算法的运用

中有 G. Yang<sup>[9]</sup> 提倡将学习因子取值 2.0, 被广泛应用; ③种群规模影响收敛时间, 规模较小时, 收敛速度快, 但不能排除偶然性, 所以很难得出真实的最优解, 往往收敛于局部最优解; ④最大速度  $V_{\max}$  决定粒子运动速度的快慢, 粒子运动快可以提高其探索能力, 但也容易错过最优解范围, 导致寻优时间过长, 而当粒子运动速度变小时, 其容易陷入局部收敛。

1.2 改进 PSO 算法的测试

根据上文内容, 在影响 PSO 算法精确性的因素中, 惯性权重小幅度改变便可以直接影响到寻优结果的稳定性, 而较大的惯性权重可以使算法在计算开始阶段具备较强的全局搜索能力, 较小的惯性权重可以提升算法后期的寻优精度<sup>[10]</sup>。以此为出发点, 将固定赋值的惯性权重更改调整为动态自适应形式, 即根据以往迭代结果及时调整惯性权重  $w$  取值的方式。目前, 最常用的自适应方法是根据迭代次数线性调整惯性权重, 其自适应公式如下:

$$w = w_{\max} - \frac{t}{T} \cdot (w_{\max} - w_{\min}). \tag{1}$$

其中,  $t$  为当前迭代步数,  $T$  为迭代最大步数。该公式存在一定弊端, 如算法初期没有寻找到最优解所在的范围, 之后由于算法全局搜

索能力下降较快, 则很难再搜索到最优解所在的位置, 造成算法局部收敛。笔者提出一种线性微分还原策略, 这种策略放缓了惯性权重前期的递减速度。线性微分递减策略的自适应公式如下:

$$\frac{dw(t)}{dt} = 2 \frac{(w_{\max} - w_{\min})}{T^2} \times t. \tag{2}$$

线性微分还原策略降低了惯性权重减小的速率, 增加了全局搜索寻优时间, 提高了 PSO 算法寻优结果的精确度。线性微分递减策略在迭代初期的惯性权重变化较小, 可以为全局搜索提供充足时间, 更好地维持全局搜索的能力。中后期惯性系数减小的速度加快, 快速增强了算法的寻优精度, 从而在整体上完善 PSO 算法的寻优过程。

通过 MATLAB 软件实现标准 PSO 算法、典型线性递减策略 PSO 算法以及线性微分递减策略 PSO 算法, 先用 Rastrigin 函数作为测试函数, 对三类 PSO 算法进行测试, 分析计算结果, 并总结出线性微分递减策略 PSO 算法的特点与优势。Rastrigin 函数是存在多个极值点的函数, 且极值点以正弦波动产生, 具有一定的相关性, 会干扰算法寻优的过程, 使算法陷入局部收敛<sup>[10]</sup>。笔者将三种形式的粒子群算法的一般参数进行统一设置, 具体设置如表 1 所示。

表 1 PSO 算法参数设定

Table 1 The setting of PSO algorithm arguments

种群 $N$ /个	粒子维度 $D$	最大迭代 $T_{\max}$ /次	惯性权重		学习因子		随机数		粒子速度	
			$w_{\min}$	$w_{\max}$	$c_1$	$c_2$	$r_1$	$r_2$	$v_{\min}$	$v_{\max}$
30	2	100	0.4	0.9	2.0	2.0	(0,1)	(0,1)	-1	1

通过算法计算得出最优个体、最佳适应度值以及所需时间。将三种类型的粒子群算法进行 10 次运算, 对最佳适应度值和迭代次数进行比较。对标准 PSO 算法进行 10 次测试后, 计算结果如表 2 中编号 1~10 所示。对典型线性递减策略 PSO 算法进行 10 次测试后, 计算结果如表 2 中编号 11~20 所示, 对线性微分递减策略粒子群算法进行 10 次

计算寻优结果, 改进 PSO 算法计算结果如表 3 所示。

通过表 2 可以看出, 传统粒子群 (PSO) 算法运算 10 次, 只有 5 次得到最优解, 多次出现局部收敛; 典型线性递减策略粒子群 (PSO) 算法运算 10 次, 有 8 次获得最优解, 一次局部收敛现象; 由表 3 可知, 改进粒子群 (PSO) 算法运算 10 次均获得最优解。说明

表 2 PSO 算法计算结果

Table 2 The calculation results of PSO algorithm

标准 PSO 算法					典型线性递减策略 PSO 算法				
测试 编号	最优个体		最优 适应度值	寻优 时间/s	测试 编号	最优个体		最优 适应度值	寻优 时间/s
	$X_1$	$X_2$				$X_1$	$X_2$		
1	10.000	9.713	-210.713	0.621	11	9.549	9.549	-221.426	1.091
2	9.514	9.541	-220.725	0.557	12	9.549	9.549	-221.426	1.118
3	9.549	9.549	-221.426	0.521	13	8.535	8.540	-220.626	1.046
4	9.549	10.000	-210.713	0.615	14	9.549	9.549	-221.426	1.048
5	9.544	9.505	-220.867	0.594	15	9.549	9.549	-221.426	1.061
6	9.487	9.541	-220.579	0.574	16	9.549	9.549	-221.426	1.067
7	9.549	9.549	-221.426	0.605	17	9.549	9.549	-221.426	1.038
8	9.549	9.549	-221.426	0.551	18	9.549	10.000	-210.713	1.075
9	9.549	9.549	-221.426	0.511	19	9.549	9.549	-221.426	1.012
10	9.549	9.549	-221.426	0.421	20	8.544	7.528	-221.124	0.999

表 3 改进 PSO 算法计算结果

Table 3 The calculation results of improved PSO algorithm

测试 编号	最优个体		最优 适应度值	寻优 时间/s
	$X_1$	$X_2$		
1	9.549 2	9.549 2	-221.426 4	0.654 1
2	9.539 2	9.549 2	-221.426 4	0.647 1
3	9.539 2	9.549 0	-221.426 4	0.597 4
4	9.549 2	9.548 9	-221.426 4	0.674 1
5	9.549 2	9.549 2	-221.426 4	0.750 1
6	9.449 2	9.549 2	-221.426 4	0.598 7
7	9.449 2	9.549 2	-221.426 4	0.578 4
8	9.449 2	9.549 2	-221.426 4	0.578 6
9	9.449 2	9.549 2	-221.426 4	0.600 1
10	9.449 2	9.549 2	-221.426 4	0.578 5

典型线性递减策略粒子群算法相比于传统粒子群算法的寻优性能有所提升,而笔者采用的改进 PSO 算法比未改进 PSO 算法更加稳定。

## 2 传感器优化布置在连续梁桥健康监测中的应用

### 2.1 算例基本信息

该算例为某跨径为 (70 + 110 + 110 + 70)m 的特大连续梁桥,主梁采用预应力混凝土结构,上部结构使用 C50 混凝土,大跨径预应力混凝土变截面箱梁,单箱单室,箱底宽 7.5 m,悬臂端部厚 0.18 m,悬臂根部厚 0.9 m。单幅宽 16.5 m,桥面调整主梁腹板

高度实现 2% 横坡。中跨跨中梁高 3 m,梁底按 1.5 次抛物线变化,合拢段梁高为 3 m 等高,桥梁设计方案如图 1 所示。

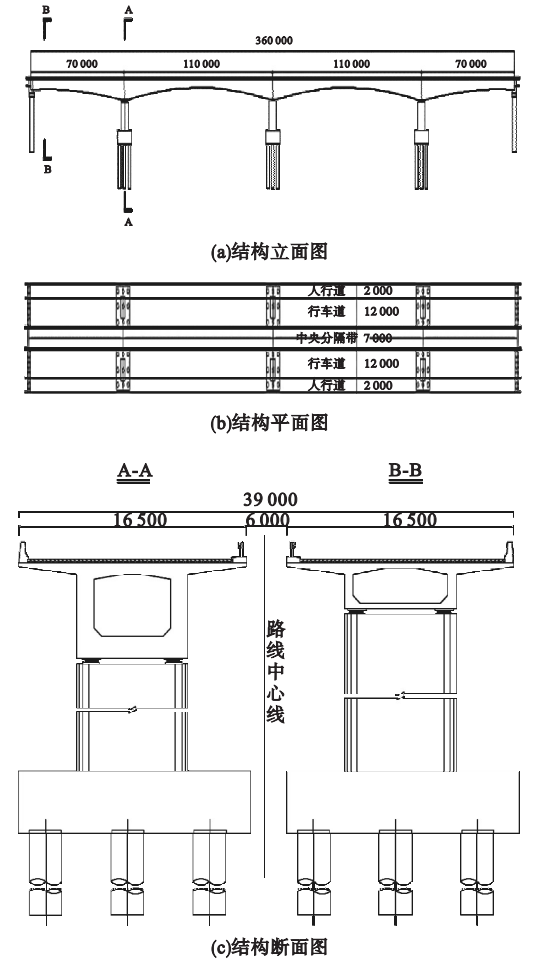


图 1 桥梁设计方案

Fig. 1 Conceptual design of the bridge

2.2 模型建立与传感器布置测点确定

桥梁结构建模软件 Midas/Civil 是一款具备强大素材库以及专业性能的软件,该软件可以模拟出桥梁结构特定模块,使模型更加贴合实际情况,计算结果更加精准。笔者使用 Midas/Civil 来对算例进行模拟,全桥采用梁单元进行建模,主梁部分有 131 个节点,有 130 个梁单元,模型结果如图 2 所示。

为了提高最终优化布置方案的准确性以及保证粒子中各元素的丰富程度,这里将整

个主梁结构分为等截面单元与变截面单元,在单元截面形式发生变化的节点处设立一个备选点,具体节点编号以及备选传感器布置位置如图 3、图 4 所示。根据 Midas/Civil 软件计算出的模型主梁结构模态阵型数据,对备选传感器布置位置进行评估,确定传感器测点最佳数目。本桥是连续梁桥结构,结合 MATLAB 编程软件,针对桥梁的竖向位移传感器布置问题进行计算。

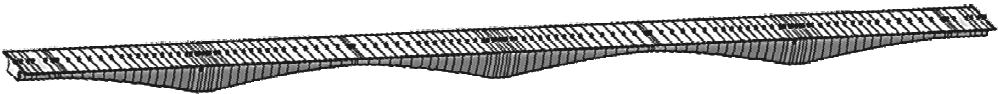


图 2 桥梁几何模型  
Fig. 2 Geometric model of the bridge

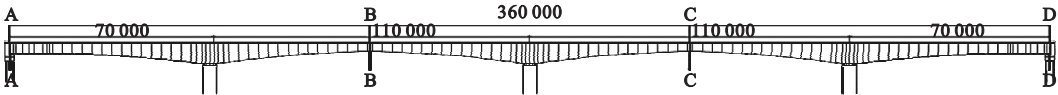


图 3 主梁整体分段情况  
Fig. 3 Overall segmental condition of the main girder

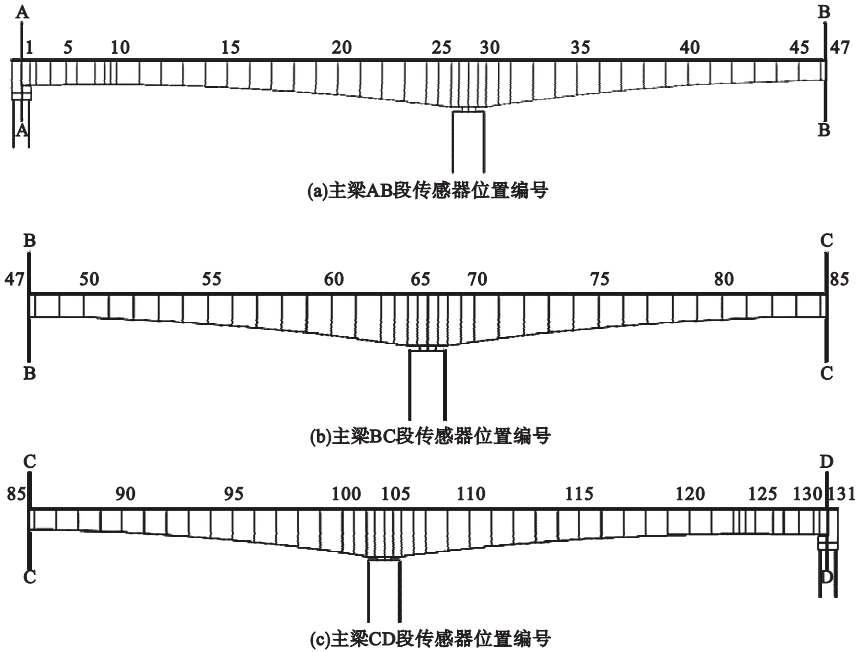


图 4 主梁传感器备选位置编号

Fig. 4 The position numbers of sensor candidate for main girder

根据结构动力学可知,结构各阶次固有阵型值为一组正交向量。但是由于传感器数量远远小于结构的自由度总数,而且受到现

场测量精度与环境噪声等因素的影响,导致测量获取的模态信息已不再具备正交条件。当阵型向量之间的交角过小时,会出现信息



重叠,所以要保证通过测量获取的各阶次模态振型具有较大的空间交角,从而保证获取结构尽可能多的模态信息。模态置信度准则 (Modal Assurance Criteron,MAC)<sup>[11-12]</sup>是测评模态阵型之间交角的一种有效的方式,它可以有效地对向量的相关性做出评价<sup>[13-14]</sup>。MAC 矩阵表达式:

$$MAC_{ij} = \frac{(\varphi_i^T \cdot \varphi_j)^2}{(\varphi_i^T \cdot \varphi_i) \cdot (\varphi_j^T \cdot \varphi_j)}$$

(3)

式中: $\varphi_i$  为第  $i$  阶阵型向量, $\varphi_j$  为第  $j$  阶阵型向量,MAC 矩阵的所有非对角元素在 $[0,1]$ 内。当元素趋向于 1 时,相对应的两个模态向量相关性越强,所携带的信息重叠加重;当元素趋向于 0 时,表示相对应的两个模态向量独立性越强,所携带的信息重叠减少,两个向量记录的信息更加丰富<sup>[15]</sup>。依据该准则建立目标函数时,将矩阵非对角元素最大值作为评价目标。以此构造适应度函数:

$$f_{MAC} = \text{MAX} \{MAC_{ij}\}, i \neq j$$

(4)

BHM 目标函数与 MAC 目标函数同时存在时会对寻优结果产生不利影响,因此笔者基于聚合方法将两个目标函数构建得多目标函数如式(5)所示。其中, $f_{MAC}$ 为模态置信度准则目标函数; $f_{BHM}$ 为模态能量准则目标函数; $\omega$ 为权重。在寻优过程中,MAC 目标函数起主导作用,BHM 目标函数起增强模态能作用。

$$f_{MAC-BHM} = \omega f_{BHM} + (1 - \omega) f_{MAC}$$

(5)

通过 Midas/Civil 有限元模型得到了主梁结构的模态阵型数据,结合多目标函数对改进后粒子群算法进行布置分析,笔者只对主梁结构竖向位移加速度传感器进行优化布置。结合上文构建的桥梁模型与传感器布置备选方案,可得到测点布置数目与 MAC 非对角元素最大值的变化曲线如图 5 所示。

图中曲线整体为下滑趋势,当自由度小于 16 个时,MAC 非对角元素最大值大幅度下降,当自由度大于 16 个时,MAC 非对角元素最大值变化范围小于 0.1,曲线趋于平缓,

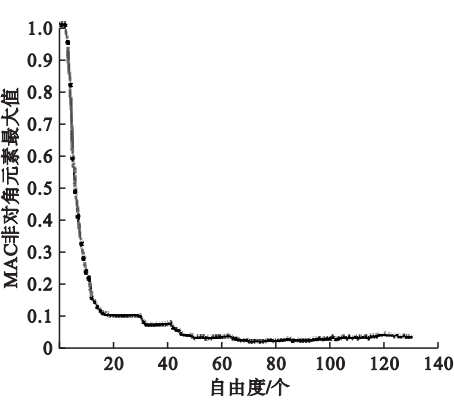


图5 最大非对角元素变化曲线

Fig. 5 Change curve of the maximum off-diagonal element

表明自由度增多对竖向坐标变化影响不大。说明该算例的竖向位移传感器理想布置数量应大于 16 个,提出的备选点数量大于 16 个,与该结论相符,可以投入使用。

### 3 基于改进 PSO 算法的传感器优化布置效率分析

使用模态置信度准则 (MAC) 作为适应度函数,分别通过未使用改进粒子群体编码方式的典型线性递减策略粒子群算法 (未改进 PSO 算法) 与使用改进粒子群体编码方式的线性微分递减策略粒子群算法 (改进 PSO 算法) 对传感器布置问题进行 10 次计算,并列出了最优适应度值、平均适应度值如表 4 所示,每次计算结果的 MAC 均方根如表 5 所示。其中编号 1~10 为未改进 PSO 算法结果,编号 11~20 为改进 PSO 算法结果。

表4 未改进 PSO 算法与改进 PSO 算法计算适应度值

Table 4 The comparison of fitness values between the unimproved PSO algorithm and the improved PSO algorithm

算法	运算/次	最优适应度	平均适应度
未改进 PSO 算法	6	0.111	0.138
改进 PSO 算法	5	0.082	0.101

表5 未改进 PSO 算法与改机 PSO 算法计算结果  
MAC 均方根

Table 5 The comparison of MAC root mean squares (RMS) between the unimproved PSO algorithm and the improved PSO algorithm

未改进 PSO 算法		改进 PSO 算法	
编号	MAC 均方根	编号	MAC 均方根
1	0.018	11	0.016
2	0.020	12	0.017
3	0.021	13	0.016
4	0.019	14	0.018
5	0.017	15	0.016
6	0.021	16	0.014
7	0.022	17	0.015
8	0.018	18	0.016
9	0.019	19	0.018
10	0.019	20	0.016

适应度值计算结果对比如图 6 所示,MAC 均方根计算结果对比如图 7 所示。图中 LD-PSO 代表典型线性递减策略粒子群算法(未改进 PSO 算法),SLD-PSO 代表线性微分递减策略粒子群算法(改进 PSO 算法)。

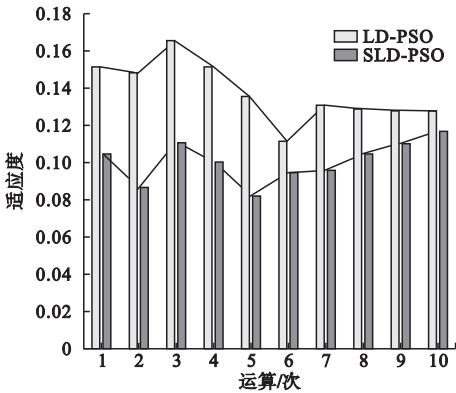


图6 适应度值结果对比

Fig. 6 Comparison of fitness values

由图 6 可以看出,在分别对两种算法进行 10 次寻优计算后,未改进 PSO 算法得到的适应度均值为 0.138 0,改进 PSO 算法得到的适应度均值为 0.100 7,改进算法计算结果相对下降了 27.0%,表明改进算法具有更强的计算能力;采用未改进 PSO 算法计算结

果最大差值为 0.054 1,采用改进 PSO 算法时计算结果的最大差值为 0.034 8,表明改进算法更具稳定性。

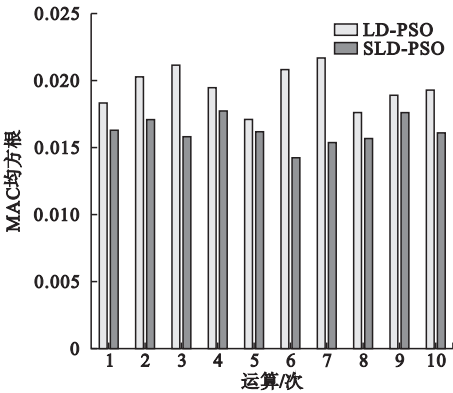


图7 MAC 均方根比较

Fig. 7 Comparison of MAC root mean square

MAC 均方根值是评价传感器优化布置方案优劣的重要手段。由图 7 可知,改进 PSO 算法相比于未改进 PSO 算法得到的传感器优化布置方案的 MAC 均方根值明显更小,未改进 PSO 算法 10 次计算的 MAC 均方根均值为 0.019 5,改进 PSO 算法 10 次计算的 MAC 均方根均值为 0.016 2,表明引入改进的粒子群体编码方式的粒子群算法,计算得到的布置方案独立性更好,可以抵抗不利因素的影响,能够更多保留结构的模态信息。

4 结 论

(1)对比改进 PSO 算法和未改进 PSO 算法下的连续梁桥传感器布置方案,应用改进算法的优化布置方案适应度均值相对下降了 27.0%,最大差值同比减少了 0.019 3,表明改进后粒子群体算法在传感器优化布置时的计算能力更强,算法稳定性更高。

(2)对比改进 PSO 算法和未改进 PSO 算法下的连续梁桥传感器布置方案,应用改进 PSO 算法的优化布置方案计算 MAC 均方根均值较原有算法计算的 MAC 均方根均值下降了 0.003 3,同比减少 15.6%;表明改进后算法得到的传感器优化布置方案独立性更好,保留了更多的结构模态信息。

(3) PSO 算法在寻优过程中极易发生局部收敛、过早收敛以及寻优失败的情况;基于改进 PSO 算法的连续梁桥桥梁健康监测传感器优化布置方案相比于传统布置方案适用性更好、稳定性更高,保留了更多结构模态信息,抵抗不利因素的能力更强;该布置方案能够更加真实有效地反映出桥梁健康状况,提高桥梁健康监测效率。

## 参考文献

- [1] KOO K Y, BROWN JOHN J M W, LIST D I, et al. Structural health monitoring of the Tamar suspension bridge [J]. Structural control and health monitoring, 2013, 20(4): 609 – 625.
- [2] HADI T, HARRY W S, MICHEAL J C, et al. Structural health monitoring of a cable-stayed bridge using regularly conducted diagnostic load tests [J]. Frontiers in built environment, 2019(9): 71 – 79.
- [3] 邓啟林. 基于粒子群算法改进的 BP 神经网络模型在量化投资中的应用研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2021.  
(DENG Qilin. Research on the application of improved BP neural network model based on particle swarm optimization in quantitative investment [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2021.)
- [4] OZCAN E, CAD S, NO T S, et al. Particle swarm optimization: surfing the waves [C]// Congress on evolutionary computation. [S. l.]: IEEE, 2002: 177.
- [5] 杨明轩. 粒子群算法的改进及应用研究[D]. 长沙: 湖南理工学院, 2020.  
(YANG Mingxuan. Research on improvement and application of particle swarm optimization [D]. Changsha: Hu'nan Institute of Science and Technology, 2020.)
- [6] 石怀涛, 郭磊, 王雨桐, 等. 基于多目标粒子群的加热段炉温优化设定[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2018, 34(4): 733 – 739.  
(SHI Huaitao, GUO Lei, WANG Yutong, et al. Optimization of temperature setting in heating section by multi-objective particle swarm [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2018, 34(4): 733 – 739.)
- [7] 徐丽红. 动态联盟项目管理模式在港珠澳大桥岛隧工程中的应用[D]. 广州: 华南理工大学, 2016.  
(XU Lihong. Application of dynamic alliance project management mode on the island tunnel project of Hong Kong-Zhuhai-Macao bridge [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2016.)
- [8] 胡康. 一种改进粒子群算法及其应用[D]. 保定: 华北电力大学, 2019.  
(HU Kang. An improved particle swarm optimization algorithm and its application [D]. Baoding: North China Electric Power University, 2019.)
- [9] YANG G. A modified particle swarm optimizer algorithm [C]// International conference on electronic measurement & instruments. [S. l.]: IEEE, 2007.
- [10] 李宏男, 高东伟, 伊廷华. 土木工程结构健康监测系统的研究状况与进展[J]. 力学进展, 2008(2): 151–166.  
(LI Hongnan, GAO Dongwei, YI Tinghua. Advances in structural health monitoring system in civil engineering [J]. Advances in mechanics, 2008(2): 151 – 166.)
- [11] 居凤霞. 粒子群优化算法的改进及应用[D]. 广州: 华南理工大学, 2014.  
(JU Fengxia. Modification and application of particle swarm optimization algorithm [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2014.)
- [12] 王学敏. 基于 Hilbert-Huang 变换的桥梁监测信号分析与处理和时变模态参数识别[D]. 长沙: 中南大学, 2008.  
(WANG Xuemin. Monitoring signal analysis and processing for bridges and time-varying modal parameter identification based on Hilbert-Huang transform [D]. Changsha: Central South University, 2008.)
- [13] LARSON C B, ZIMMERMAN D C, MAREK E L. A Comparison of modal test planning techniques: excitation and sensor placement using the NASA 8-bay truss [J]. Proceedings of SPIE-the international society for optical engineering, 1994(2251): 205.
- [14] 李壮. 基于粒子群算法的大跨度空间结构监测系统中应变传感器最优布点研究[J]. 建筑钢结构进展, 2013(1): 57 – 64.  
(LI Zhuang. Optimal placement of strain sensors for monitoring systems on reticulated shells using particle swarm optimization [J]. Progress in steel building structures, 2013(1): 57 – 64.)
- [15] 饶尚坤. 基于改进遗传算法的传感器优化布置和损伤识别研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2016.  
(RAO Shangkun. The study of optimal sensor placement and damage detection based on improved genetic algorithm [D]. Changsha: Hu'nan University, 2016.)

(责任编辑: 刘春光 英文审校: 范丽婷)