

平列式公铁两用钢桁梁桥节点动力响应 及冲击系数研究

王佐才^{1,2,3},董婷婷¹,孙晓彤^{1,2}

(1. 合肥工业大学土木与水利工程学院,安徽 合肥 230009;2. 安徽省基础设施安全检测与监测工程实验室,安徽 合肥 230009;3. 土木工程防灾减灾安徽省工程技术研究中心,安徽 合肥 230009)

摘要 目的 研究平列式公铁两用钢桁梁桥节点在列车和汽车作用下的动力响应特性及冲击系数。方法 根据实测桥梁交通流数据,采用 Monte-Carlo 法生成桥梁服役期间的随机车流模型;分别建立桥梁有限元柔性体子系统和列车、汽车的多刚体子系统,基于 Craig-Bampton 法求解车桥耦合运动方程及钢桁梁节点应力。计算移动车辆荷载作用下的桥梁节点动力响应和应力冲击系数,分析应力冲击系数随车速、载重、不平整度变化的规律。结果 相较仅列车作用,考虑列车和汽车同时作用时,节点竖向加速度、竖向位移及应力响应最大值分别增大了 3.47%、27.61% 和 31.54%,节点应力冲击系数值增大了 10.31%。节点应力冲击系数随车速、载重增加不呈单一变化趋势,而随平整度变差迅速增大。结论 桥梁的平整度对节点应力冲击系数影响显著,节点应力冲击系数的计算结果与规范中采用跨度计算冲击系数更接近。

关键词 平列式公铁两用桥;车桥耦合;钢桁梁节点;冲击系数;随机车流

中图分类号 TU391;U448.121

文献标志码 A

Study on Dynamic Response and Impact Factor of Parallel-type Combined Highway and Railway Steel Truss Bridge

WANG Zuocai^{1,2,3}, DONG Tingting¹, SUN Xiaotong^{1,2}

(1. School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, China, 230009; 2. Anhui Engineering Laboratory of Infrastructure Safety Inspection and Monitoring, Hefei, China, 230009; 3. Anhui Engineering Technology Research Center of Disaster Prevention and Mitigation in Civil Engineering, Hefei, China, 230009)

Abstract: In order to study the dynamic response and impact factor of highway and railway combined steel truss bridge caused by train and vehicle loads, taking a parallel-type combined

收稿日期: 2021-11-26

基金项目: 国家自然科学基金优秀青年科学基金项目(51922036);安徽省重点研发计划项目(1804a0802204);中央高校基本科研业务费专项资金项目(JZ2020HGPB0117)

作者简介:王佐才(1982—),男,教授,博士,主要从事桥梁结构健康监测等方面研究。

highway and railway steel truss bridge as the research object. According to the measured traffic flow, the statistical model of the highway random traffic load flow is generated by Monte Carlo method. The multi-body subsystems of the train and the vehicles, as well as the flexible finite element model subsystem of the bridge are established. The equation of motion for the vehicle-bridge coupled system is established and the stresses of the steel truss joint are obtained based on Craig-Bampton method. The dynamic responses and stress impact factor of the joint in steel truss bridge are studied due to vehicle load. The variation of the stress impact factor with train speed, weight and unevenness is analyzed. The results show that, compared with only considering the train load, the maximum values of the vertical acceleration, vertical displacement and stress response of the steel truss joint considering the train and vehicle flow load simultaneously increase by 3.47%, 27.61% and 31.54% respectively. And the stress impact factor increase by 10.31%. The variation of impact factor does not show a monotonous trend with the increase of train speed and weight but is raised with the deterioration of the pavement. Therefore, the joint stress impact factor is significantly affected by pavement deterioration. In addition, the calculated impact factor is close to the result according the code method based on the span length.

Key words: parallel-type combined highway and railway bridge; vehicle-bridge coupling; steel truss joint; impact factor; random traffic flow

桥梁在交通运输中发挥着重要作用,钢桁梁公铁两用桥建筑高度小、空间利用率高,能满足日渐增长的交通量需要,同时其自重轻、刚度大的优势使结构具备较强的承载能力^[1]。随着我国交通运输向重载化、高速化发展,公铁两用桥在我国的桥梁建设中获得了广阔的应用。

国内对桥梁结构车桥耦合振动分析已相对较为成熟,在车桥耦合振动分析中,一般采用简化的弹簧质量模型、多轴二系悬挂平面或者空间模型来建立车辆模型^[2-3],然后再开展移动车辆荷载作用下的车桥耦合振动研究^[4-5]。由于桥梁实际运营所承受的是车流荷载,近年来学者开始关注车流荷载对结构的动力响应^[6-9]。根据桥梁车桥耦合效应可以进一步开展桥梁动力冲击系数研究,进而探明移动车辆荷载作用下的动力放大效应^[10]。桥梁的整体冲击系数一般以结构整体动力响应为依据。然而近年来研究表明,桥梁整体冲击系数与局部冲击系数计算结果存在差异^[11],一些构件的冲击效应和桥梁局部动力响应关联性更强。因此,通过分析桥梁不同位置的局部冲击系数不均匀性以及影

响冲击系数的因素^[12-14],可以获悉桥梁受动力荷载作用影响显著的关键部位。

公铁两用钢桁梁桥的节点连接主桁和桥面板,受力复杂,是结构的薄弱构件^[15],目前针对钢桁梁节点冲击效应,考虑列车和汽车同时作用下的动力冲击效应研究相对较少^[16]。基于此,笔者以某平列式公铁两用钢桁梁桥为例,依托多体动力学建立桥梁柔性体子系统和列车、汽车多刚体子系统模型,采用 Hertz 接触模型模拟轮轨相对变形关系,通过 Craig-Bampton 法获得桥梁结构的动力响应。在此基础上,研究列车作用和汽车作用下的钢桁梁节点的应力冲击系数,探讨冲击系数随车速、载重、不平整度变化的规律,并将以数值方法得到的冲击系数值与参照不同规范计算的值进行比较。研究结果表明,相较仅列车作用,考虑列车和汽车同时作用时节点应力冲击系数计算值增大了 10.31%,节点应力冲击系数随车速、载重增加不呈单一变化趋势,而随平整度变差迅速增大。研究结果对动载作用下的平列式公铁两用钢桁梁桥动力响应特性和冲击系数选取具有较强的参考价值。

1 基于 Craig-Bampton 法的车桥耦合振动方程求解

Craig-Bampton 法为固定界面模态综合法的一种,该方法可组合桥梁有限元柔性体模型和车辆多刚体模型进行车桥耦合振动分析。假设车桥系统包括 α 、 β 两个子系统,系统整体刚度矩阵 $\bar{\mathbf{K}}$ 、质量矩阵 $\bar{\mathbf{M}}$ 可由式(1)表示:

$$\bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^\alpha & 0 \\ 0 & \mathbf{K}^\beta \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^\alpha & 0 \\ 0 & \mathbf{M}^\beta \end{bmatrix}. \quad (1)$$

式中: \mathbf{K}^α 、 \mathbf{M}^α 、 \mathbf{K}^β 、 \mathbf{M}^β 分别表示子系统 α 、子系统 β 的刚度、质量矩阵。

首先通过式(2)求解固定界面低阶主模态:

$$\mathbf{K}_{ii}^i \boldsymbol{\phi}_{ii}^i = \omega^2 \mathbf{M}_{ii}^i \boldsymbol{\phi}_{ii}^i. \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\phi}_{ii}^i$ 表示第 i 个子系统的固定界面主模态; \mathbf{K}_{ii}^i 、 \mathbf{M}_{ii}^i 分别为其刚度、质量矩阵的分块矩阵,下标表示行列; ω 为对应的圆频率。

由式(3)可得子系统全部界面坐标的约束模态:

$$\mathbf{K}^i \boldsymbol{\psi}_c^i = \mathbf{R}^i. \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\psi}_c^i$ 表示第 i 个子系统全部界面坐标的约束模态,包括刚体模态; \mathbf{K}^i 、 \mathbf{R}^i 分别表示子系统刚度、约束矩阵。

根据上述固定界面主模态和约束模态矩阵组合形成子系统 α 、子系统 β 的变换矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_{CB}^\alpha$ 、 $\boldsymbol{\Phi}_{CB}^\beta$,进一步得到系统整体的变换矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_{CB}$:

$$\boldsymbol{\Phi}_{CB} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{CB}^\alpha & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\Phi}_{CB}^\beta \end{bmatrix}. \quad (4)$$

对系统整体刚度、质量矩阵进行第一次坐标变换,式(5)、式(6)为变换后的模态刚度矩阵 $\tilde{\mathbf{K}}$ 、模态质量矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}$:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \boldsymbol{\Phi}_{CB}^T \bar{\mathbf{K}} \boldsymbol{\Phi}_{CB} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}^\alpha & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{K}}^\beta \end{bmatrix}. \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{M}} = \boldsymbol{\Phi}_{CB}^T \bar{\mathbf{M}} \boldsymbol{\Phi}_{CB} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}^\alpha & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{M}}^\beta \end{bmatrix}. \quad (6)$$

由界面位移连续性条件连接各个子系统,通过式(7)、式(8)进行独立坐标变换,得到经 Craig-Bampton 法缩减后的整体刚度矩阵 $\tilde{\mathbf{K}}_{CB}$ 和质量矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}_{CB}$:

$$\tilde{\mathbf{K}}_{CB} = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{T}. \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}_{CB} = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{T}. \quad (8)$$

式中: \mathbf{T} 表示考虑几何协调条件的坐标变换矩阵。

将 $\tilde{\mathbf{K}}_{CB}$ 、 $\tilde{\mathbf{M}}_{CB}$ 代入式(9)得到结构的独立广义坐标 \mathbf{q} ,进一步由式(10)求得物理坐标下系统整体的振型 $\tilde{\mathbf{u}}$:

$$(\tilde{\mathbf{K}}_{CB} - \omega_{CB}^2 \tilde{\mathbf{M}}_{CB}) \mathbf{q} = \mathbf{0}. \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = \boldsymbol{\Phi}_{CB} \mathbf{T} \mathbf{q}. \quad (10)$$

式中: ω_{CB} 表示系统整体广义坐标对应的圆频率。

笔者依据上述方法,建立桥梁柔性体子系统和车辆多刚体子系统,桥梁子系统中考虑轨道,采用 Hertz 接触模型模拟轮轨相对变形关系。组合多个子系统及其模态信息,形成车桥整体系统并求解车桥耦合振动方程。

根据系统整体振型 $\tilde{\mathbf{u}}$,由式(11)可获取单元应力 $\boldsymbol{\sigma}_i^e$:

$$\boldsymbol{\sigma}_i^e = \mathbf{D}_i^e \mathbf{B}_i^e (\mathbf{x}_i^e) \mathbf{u}_i^e. \quad (11)$$

式中: \mathbf{D}_i^e 、 \mathbf{B}_i^e 分别表示单元刚度、几何矩阵; \mathbf{x}_i^e 表示单元节点坐标; \mathbf{u}_i^e 表示单元节点位移。

2 工程算例

2.1 工程概况

笔者以某平列式公铁两用钢桁梁桥为算例,桥梁主跨 128 m,公铁线路采用非对称平列式布置形式(见图 1),单线铁路与双线公路位于同一水平面,同时铁路线路偏离纵向中心线,靠近桥面一侧布置。桥梁主桁桁高 16 m,上、下弦杆分别为 1.45 m、1.6 m 高的箱形截面,桥面系为正交异性板,板厚 16 mm,设 U 肋和板肋加劲,铁路轨道下方设有两道倒 T 肋纵梁;桥面系每间距 3 200 mm 设一道横

隔板。建立的有限元模型如图2所示。

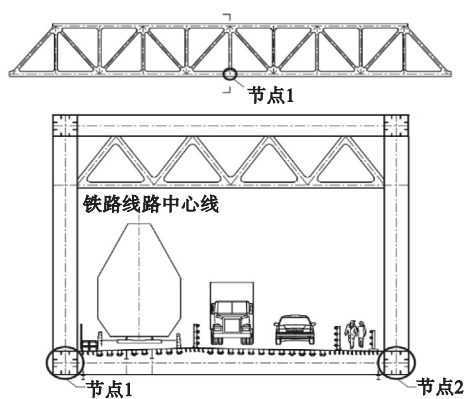


图1 主桁断面图

Fig. 1 The cross section of the main truss

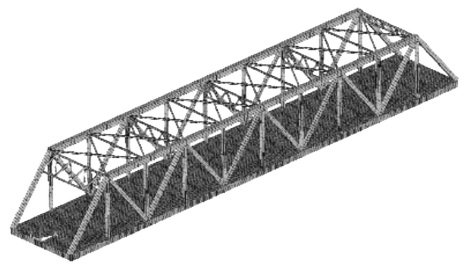


图2 钢桁梁桥有限元模型

Fig. 2 The finite element model of the steel truss bridge

其中桥面板、横隔板和加劲肋均用壳单元模拟,上、下弦杆、腹杆及横纵联结系用梁单元模拟,腹杆与桥面板间设刚性连接,所采用钢材的弹性模量、泊松比分别为 2.06×10^{11} Pa 和 0.3。通过有限元分析获取桥梁模态信息,并作为柔性体子系统导入整体车桥系统,桥梁前三阶模态频率及振型见表1。

表1 桥梁动力特性

Table 1 Dynamic characteristics of the steel truss bridge

模态阶数	频率/Hz	振型特点
1	1.580	主桁横向弯曲
2	2.417	桥面板竖向弯曲
3	3.196	主桁反对称横向弯曲

2.2 车辆多刚体模型

车辆由多个刚体组成,每个刚体有绕 x

轴、 y 轴、 z 轴 3 个平动自由度和 3 个转动自由度。选取符合实际的列车及汽车二系悬挂系统刚度、阻尼参数,通过一系列不同自由度铰和力元连接各个刚体,建立车辆多刚体模型。获取多刚体模态信息,作为子系统导入整体车桥系统。

为模拟桥梁运营期内交通状况,以同路线路段动态称重系统采集的公路交通流数据为依据,统计分析一定时间内过往车辆的车型、车速、车重及车间距等参数分布特征,采用 Monte-Carlo 算法生成桥梁随机车流荷载模型,作为本算例的汽车荷载模型。同时选取符合实际运营状态的列车编组建立列车模型。建立列车和不同类型汽车的多刚体模型如图3所示。

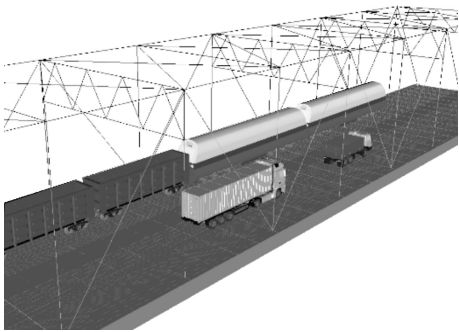


图3 车辆多刚体模型

Fig. 3 The multi-body models of train and vehicle

3 节点动力响应分析

通过车桥耦合振动计算,车辆过桥引起钢桁梁跨中节点动力响应较大,图1所示跨中腹杆与桥面板交接处两侧节点1和节点2因列车上桥引起的动挠度差值为 2.45 mm,约占单侧节点动挠度值的 11.84%,铁路侧节点的下挠程度明显高于公路侧,本节重点研究铁路侧节点1的动力响应,加载工况:工况一为仅汽车作用;工况二为仅列车作用;工况三为列车和汽车同时作用。

图4为列车以 80 km/h 速度过桥,钢桁梁跨中节点1的加速度响应时程。由图可知,车辆激励下节点1竖向加速度值明显高

于横向,结构竖向平稳性相对于横向较差。汽车引起节点1的加速度响应值较小,列车

与汽车同时作用下节点竖向加速度响应略高于仅列车作用,其最大值增大约3.47%。

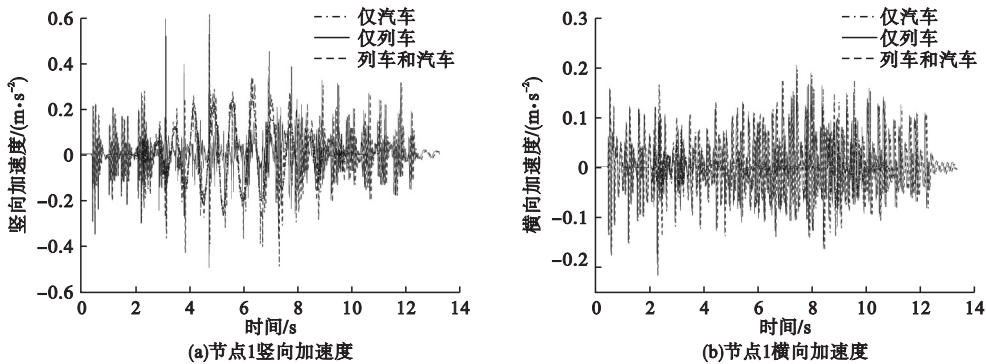


图4 跨中节点1加速度响应时程

Fig. 4 The acceleration of the joint 1 at mid-span

图5为节点1位移响应时程。由图可知,车辆过桥引起的节点竖向位移响应远大于横向,列车与汽车同时作用下,节点1竖向位移绝对值峰值达到33.79 mm,远高于横向1.35 mm;同时,汽车引起的节点竖向位移与

列车相比较小,横向位移的方向与列车作用相反。相对仅列车作用,列车与汽车共同作用时节点1横向位移响应有略微减小,而竖向位移响应增大显著,其最大值增加了27.61%。

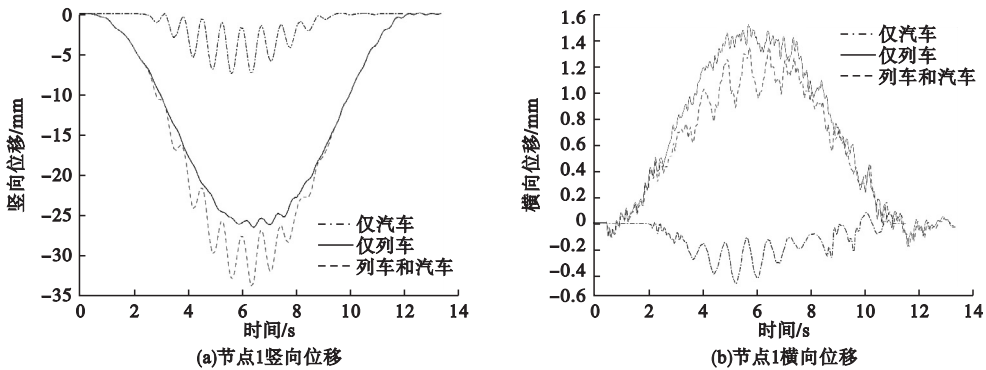


图5 跨中节点1位移响应时程

Fig. 5 The displacement of the joint 1 at mid-span

图6为节点1最大主应力时程。由图可知,汽车荷载引起的应力水平较小,相对于仅列车作用,列车与汽车同时作用对应力增大效果显著,主应力峰值由仅列车作用下17.40 MPa增至22.89 MPa,提高了31.54%。此外,列车与汽车同时作用时应力时程振幅明显增大,可见汽车的加载一定程度上加剧了对节点的冲击作用。

4 冲击系数

车桥耦合分析中以冲击系数作为衡量车桥动力效应放大程度,冲击系数 $(1 + \mu)$ 可表

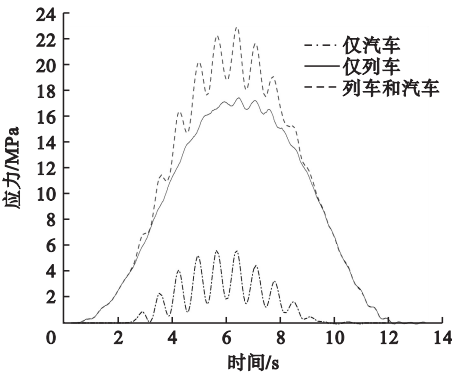


图6 跨中节点1应力响应时程

Fig. 6 The stress of the joint 1 at mid-span

示为

1 + \mu = \frac{R_{dyn}}{R_{sta}}. \tag{12}

式中: R_{dyn} 和 R_{sta} 分别表示移动车辆荷载作用下桥梁测点位置的最大动、静响应。

4.1 冲击系数规范取值

《铁路桥涵设计规范》(TB 10002—2017)^[17]中取冲击系数 $(1 + \mu)$ 为跨度 L 的函数,对于简支钢桥跨结构:

1 + \mu = 1 + \frac{28}{40 + L}. \tag{13}

《公路桥涵设计通用规范》(JTG D60—2015)^[18]中取 μ 为桥梁基频 f 的函数:

\mu = \begin{cases} 0.05, & f \leq 1.5 \text{ Hz}; \\ 0.1767 \ln f - 0.0157, & 1.5 \text{ Hz} < f \leq 14 \text{ Hz}; \\ 0.45, & f > 14 \text{ Hz}. \end{cases} \tag{14}

参照上述规范,按结构基频计算得到该钢桁梁公铁两用桥节点的冲击系数值为1.065,按桥梁跨度 L 计算得到的值为1.167,可以看出,以跨度计算的冲击系数值更保守。当列车以设计时速80 km/h行驶,采用应力指标,按式(12)计算仅列车作用下节点1的应力冲击系数为1.018,列车和汽车共同作用时应力冲击系数为1.123,计算结果增大了10.31%。

4.2 节点冲击系数随列车车速变化规律

由于并列式钢桁梁桥存在横向受力不均匀,因此本节研究钢桁梁跨中截面,列车侧节点1和公路侧节点2的应力冲击系数。以采用 Monte-Carlo 算法生成的桥梁随机车流荷载模型作为所研究桥梁的汽车荷载,计算得到节点1和节点2的动力冲击系数分别为1.26和1.34,显然靠近公路侧的节点2受汽车作用影响更大。由于计算仅汽车作用下的冲击系数综合考虑了车速、车重和车距的影响,计算结果为常数,后续冲击系数的影响因素研究就不再单独考虑仅汽车作用这一工况。

为探讨列车行驶速度对冲击系数的影响,以10 km/h为间隔,取50~100 km/h六组车速,不同工况下各节点的冲击系数值如图7所示。

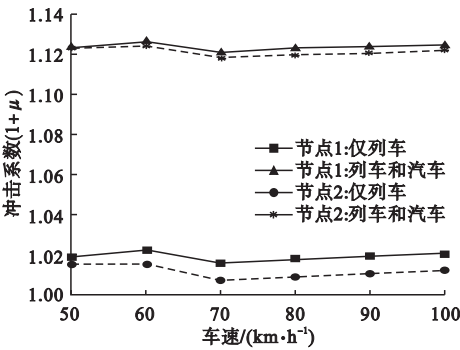


图7 列车不同车速作用下计算的冲击系数

Fig. 7 The impact factors with various train speeds

由图7可知,冲击系数值随车速增加变化幅度较小,且不呈单一变化趋势。由于货运列车重量大导致结构具有较大静力响应,仅列车作用计算的冲击系数要低于铁路规范建议以 L 计算的值,列车与汽车同时作用时节点冲击系数值明显提高,冲击系数均在车速为60 km/h时达到峰值,节点在该车速下,受到的冲击效应更明显。仅列车作用或者列车和汽车共同作用时,列车行驶侧的节点1的冲击系数值都高于汽车行驶侧的节2,列车行驶侧的节点动力冲击效应比汽车行驶侧的节点动力冲击效应更为显著。

4.3 节点冲击系数随列车载重变化规律

本节考虑两节货运机车+8节敞车的列车编组形式,设置车厢载重以10 t为间隔,从50~90 t递增,五组载重对应各节点的冲击系数如图8所示。

由图8可知,仅列车作用工况对应的冲击系数值整体较小,随着载重增加变化的范围不大;列车和汽车共同作用时,节点冲击系数值呈现随载重增加而减小的规律。仅列车作用时,节点1、节点2冲击系数的差值相对明显,这表明列车靠近单侧行驶对节点1冲击作用更大;而列车与汽车共同作用时,两节

点的冲击系数比较接近。

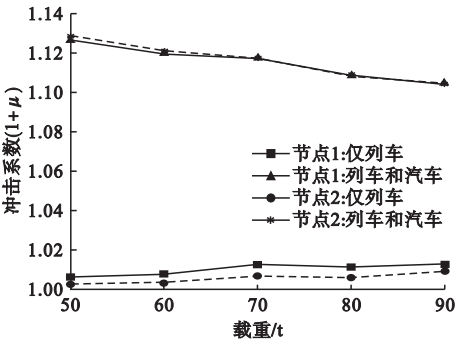


图8 不同列车载重作用下计算的冲击系数

Fig. 8 The impact factors with various train weights

4.4 节点冲击系数随平整度变化规律

本节采用美国 ARR 标准轨道谱一至六级的轨道不平顺度,其中一级代表不平顺度最差,六级表示不平顺度最好。参照《车辆振动输入路面平度表示方法》(GB/T 7031—1986)建议的功率谱密度函数,选取合适平整度系数,生成公路平整度“非常好”、“好”、“一般”、“差”、“非常差”五个等级。

组合公路路面平整度与铁路轨道不平顺度,将桥面总路况划为五个等级,组合形式见表2。

总路况等级	组合形式	
	铁路路况等级	公路路况等级
非常好	六级	非常好
好	五级	好
一般	三级	一般
差	二级	差
非常差	一级	非常差

不同路况对应的各节点冲击系数值如图9所示。由图可知,两工况下节点冲击系数值均随着路面平整度变差迅速增大,当路况等级为“非常差”时,列车与汽车共同作用工况对应的冲击系数值甚至超过了《铁路桥涵设计规范》(TB 10002—2017)建议的取值。列车和汽车共同作用时,计算的节点1和节点2的冲击系数值均远高于仅列车作用的冲击系数值。此外,仅列车作用工况对应的冲

击系数计算结果与按式(14)用基频的计算值更接近,而列车和汽车共同作用工况对应的冲击系数计算结果与按式(13)用跨度的计算值更接近。

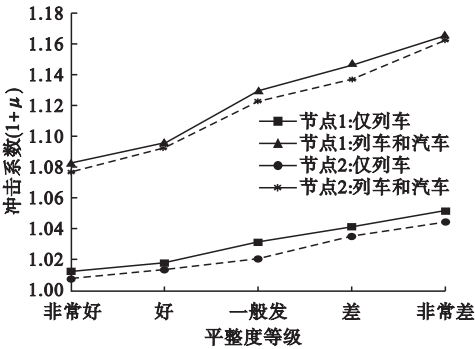


图9 不同路况下计算的冲击系数

Fig. 9 The impact factors with various unevenness levels

5 结 论

(1)仅汽车作用下钢桁梁节点动力响应相对较小,列车和汽车同时作用时,钢桁梁节点竖向加速度、竖向位移和应力响应最大值较仅列车作用分别增大了3.47%、27.61%和31.54%。

(2)相较仅列车作用,列车和汽车同时作用时应力冲击系数计算结果显著增大,增大幅度为10.31%。

(3)钢桁梁节点应力冲击系数值随列车车速或载重增加变化幅值较小,而随路况变差迅速增大。

(4)仅列车作用时跨中列车行驶侧节点1所受的冲击效应更大,列车和汽车同时作用时两节点所受的冲击效应相对更为均衡。

参考文献

[1] 孙建鹏,周鹏,刘银涛,等. 中国公铁两用桥主桥结构体系分析与展望[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2020, 42(2): 80–94. (SUN Jianpeng, ZHOU Peng, LIU Yintao, et al. Development trend and analysis of main bridge about the rail-road bridge in China [J]. Journal of civil and environmental engineering, 2020, 42(2): 80–94.)

[2] ARTURO G, OMAR M. Dynamic amplification factor of continuous versus simply supported

- bridges due to the action of a moving vehicle [J]. *Infrastructures*, 2018, 3(2): 12.
- [3] CHENG Zenong, ZHANG Nan, SUN Qikai, et al. Research on simplified calculation method of coupled vibration of vehicle-bridge system [J]. *Shock and vibration*, 2021, 2021: 1–14.
 - [4] 勾红叶, 石晓宇, 周文, 等. 铁路大跨 T 形刚构桥车桥耦合振动与动力性能[J]. *西南交通大学学报*, 2018, 53(4): 679–686.
(GOU Hongye, SHI Xiaoyu, ZHOU Wen, et al. Coupled train-bridge vibration and dynamic characteristics of long-span T-shaped rigid frame railway bridge [J]. *Journal of southwest jiaotong university*, 2018, 53(4): 679–686.)
 - [5] 郭薇薇, 蔡保硕, 姜亚峰, 等. 某大跨度公铁两用桁架斜拉桥车桥系统三分力系数风洞试验研究[J]. *工程力学*, 2021, 38(3): 192–201.
(GUO Weiwei, CAI Baoshuo, LOU Yafeng, et al. Wind tunnel test on tri-component force coefficients of the train-bridge system for a long-span rail-cum-road cable-stayed truss bridge [J]. *Engineering mechanics*, 2021, 38(3): 192–201.)
 - [6] HO H, NISHIO M. Evaluation of dynamic responses of bridges considering traffic flow and surface roughness [J]. *Engineering structures*, 2020, 225: 111256.
 - [7] 祝志文, 黄炎, 文鹏翔, 等. 随机车流下钢-UHPC 组合正交异性桥面疲劳性能研究[J]. *中国公路学报*, 2017, 30(3): 200–209.
(ZHU Zhiwen, HUANG Yan, WEN Pengxiang, et al. Investigation on fatigue performance of orthotropic bridge deck with steel-UHPC composite system under random traffic flows [J]. *China journal of highway and transport*, 2017, 30(3): 200–209.)
 - [8] 殷新锋, 邓露. 随机车流作用下桥梁冲击系数分析[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2015, 42(09): 68–75.
(YIN Xinfeng, DENG Lu. Impact factor analysis of bridges under random traffic loads [J]. *Journal of Hu'nan university (natural science)*, 2015, 42(9): 68–75.)
 - [9] 刘晨光, 张连振, 高庆飞, 等. 考虑车队叠加效应与桥面平整度影响的梁式桥动力冲击系数研究[J]. *振动与冲击*, 2019, 38(19): 226–232.
(LIU Chenguang, ZHANG Lianzhen, GAO Qingfei, et al. Research on the dynamic amplification factor of girder bridges considering interaction effect of vehicle string and bridge deck evenness [J]. *Journal of vibration and shock*, 2019, 38(19): 226–232.)
 - [10] 邓露, 王维. 公路桥梁动力冲击系数研究进展[J]. *动力学与控制学报*, 2016, 14(4): 289–300.
(DENG Lu, WANG Wei. Research progress on dynamic impact coefficient of highway bridges [J]. *Journal of dynamics and control*, 2016, 14(4): 289–300.)
 - [11] 冀伟, 邓露, 何维, 等. 波形钢腹板 PC 简支箱梁桥局部与整体动力冲击系数的计算分析[J]. *振动与冲击*, 2017, 36(8): 22–28.
(JI Wei, DENG Lu, HE Wei, et al. Local and global impact factors analysis for PC box girder bridges with corrugated steel webs [J]. *Journal of vibration and shock*, 2017, 36(8): 22–28.)
 - [12] 朱志辉, 赵婷婷, 王力东, 等. 基于随机振动模型的重载铁路拱桥吊杆应力冲击系数研究[J]. *振动工程学报*, 2017, 30(6): 955–964.
(ZHU Zhihui, ZHAO Tingting, WANG Lidong, et al. Study on stress impact factor of suspenders of heavy haul railway arch bridge based on random vibration model [J]. *Journal of vibration engineering*, 2017, 30(6): 955–964.)
 - [13] 姜金凤. 基于概率密度演化理论的尼尔森体系拱桥吊杆应力冲击系数研究[J]. *铁道科学与工程学报*, 2021, 18(9): 2350–2357.
(JIANG Jinfeng. Study on stress impact factor of suspenders of Nielsen system arch bridge based on probability density evolution method [J]. *Journal of railway science and engineering*, 2021, 18(9): 2350–2357.)
 - [14] 邓露, 何维, 王芳. 不同截面类型简支梁桥动力冲击系数研究[J]. *振动与冲击*, 2015, 34(14): 70–75.
(DENG Lu, HE Wei, WANG Fang. Study on dynamic impact coefficient of simply supported beam bridges with different section types [J]. *Journal of vibration and shock*, 2015, 34(14): 70–75.)
 - [15] PUERTO T S, MASHAYEKHI M, SANAYEI M, et al. Multiaxial fatigue assessment of complex steel connections: A case study of a vertical-lift gussetless truss bridge [J]. *Engineering structures*, 2021, 235: 111996.
 - [16] PARIDAS, TALUKDAR S. An insight to the dynamic amplification factor for steel truss girder bridge [J]. *International journal of steel structures*, 2020, 20(4): 1341–1354.
 - [17] 中华人民共和国国家铁路局. 铁路桥涵设计规范: TB10002—2017 [S]. 北京: 中国铁道出版社, 2017.
(National Railway Administration of the PRC. Code for design on railway bridge and culvert: TB10002—2017 [S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2017.)
 - [18] 中交公路规划设计院有限公司. 公路桥涵设计通用规范: JTG D60—2015 [S]. 北京: 人民交通出版社, 2015.
(CCCC Highway Consultants Co. Ltd. General specifications for design of highway bridges and culverts: JTG D60—2015 [S]. Beijing: China Communications Press, 2015.)
(责任编辑: 杨永生 英文审校: 刘永军)