

不稳定子系统组成的离散时间切换系统 区间观测器设计

石怀涛,侯马骁,佟圣皓,赵金宝

(沈阳建筑大学机械工程学院,辽宁 沈阳 110168)

摘要 目的 研究离散时间切换系统区间观测器的设计,实现所有子系统不稳定的离散时间切换系统状态估计,解决电主轴等复杂系统的状态监测。**方法** 针对不稳定子系统组成的离散时间切换系统设计区间观测器,通过构造一类递减 Lyapunov 函数,利用驻留时间方法给出误差系统的指数稳定条件。**结果** 在数值仿真中,所有子系统的状态不稳定,采用切换策略后所有子系统不稳定的离散时间切换系统状态稳定;区间观测器在未知干扰的影响下,仍然可以估计出离散时间切换系统状态。**结论** 笔者提出的离散时间切换系统状态估计方法可为日后研究电主轴等复杂系统的状态监测提供理论基础。

关键词 区间观测器;切换系统;不稳定子系统;线性矩阵不等式

中图分类号 TU607;TP11

文献标志码 A

Interval Observer Design for Switched Discrete-Time Systems Composed of Unstable Subsystems

SHI Huaitao, HOU Maxiao, TONG Shenghao, ZHAO Jinbao

(School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168)

Abstract: The design of interval observer for the discrete-time switched system are researched in this paper, to realize the state estimation of the discrete-time switched system with all unstable subsystems, and solve the state monitoring of complex systems such as motorized spindles. By constructing a class of decreasing Lyapunov function, the exponential stability condition of the error system is given by the dwell time method. In the simulation results, the state of all subsystems is unstable. After the switching strategy is adopted, the state of discrete-time switched system with all unstable subsystems is stable. The interval observer can still estimate the state of the discrete-time switched system under the influence of unknown disturbance. The proposed method for estimating the state of the discrete-time switched system provides a basis for future research on the state monitoring of complex systems such as motorized spindles.

收稿日期:2020-05-16

基金项目:国家重点研发计划项目(2017YFC0703903);国家自然科学基金项目(51905357,51705341,51675353);辽宁省教育厅项目(LNQN202009);河北省重点研发计划项目(19211904D)

作者简介:石怀涛(1982—),男,教授,博士,主要从事旋转机械故障诊断方面研究。

Key words: interval observer; switched systems; unstable subsystems; LMI

近些年来随着工业的发展,系统的复杂程度越来越高^[1-6]。保障某些复杂系统如轴承-转子系统和飞行控制系统的可靠性,监测这些复杂系统当前状态显得十分重要。然而,在实际中,由于环境或技术受限,并非所有的状态变量都是可测量的。为了解决这一问题,许多研究团队在观测器的设计上做出了大量的贡献^[7-11]。

目前利用 Luenberger 观测器对于线性系统进行状态估计已经取得了很多研究成果^[12-14],并扩展到非线性系统^[15]。在实际运行中,系统本身和信号的采集会存在不确定的干扰和噪声,会导致状态估计偏差。目前针对提高残差对未知干扰的鲁棒性设计,已提出了许多行之有效的方法。Q. H. ZHANG^[16]提出使用卡尔曼滤波的方法对观测器的增益进行优化,增加残差的鲁棒性。区间观测器具有天然阈值,可以有效地减少计算压力,这使得区间观测器被大量用于系统的状态边界估计。F. MAZENC 等^[17]使用两个 Luenberger 观测器构造成区间观测器。S. CHEBOTAREV 等^[18]针对 LPV 系统设计区间观测器,在 L_1/L_2 框架下首次分析了区间观测器的鲁棒性,并优化了估计精度。

切换系统在实际应用中十分常见,目前已经有许多针对切换系统状态估计的研究成果^[19-22]。尽管如此,对切换系统的稳定性证明和状态估计仍然是一个具有挑战性的课题。因为即使所有子系统稳定,切换系统仍然可能是不稳定的。刘永慧^[23]采用平均驻留时间方法对切换系统的稳定性进行了验证。上述方法均要求切换系统中的子系统稳定,这在实际情况中显然是无法保证的。然而,一些研究成果将所有子系统稳定的切换系统扩展到存在子系统稳定的切换系统,这也无法解决根本问题。W. M. XIANG 等^[24]等通过切换行为的稳定性来补偿由不稳定子

系统引起的状态发散,提出了所有子系统不稳定的连续时间切换系统镇定的充分条件。L. YU 等^[25]针对线性切换系统设计了一种基于观测器状态估计方法。J. Q. YANG 等^[26]针对非线性切换系统的状态估计进行了研究。然而,由于未知干扰以及参数测量误差,切换系统状态应该在合理的区间内进行估计。

基于上述分析,笔者设计区间观测器并通过给出依靠时间的切换策略来实现对所有子系统不稳定的离散时间切换系统的状态估计;研究表明:基于 Luenberger 观测器设计区间观测器,该区间观测器具有天然阈值,相比于传统的 Luenberger 观测器,可以有效减少计算压力;利用依靠时间的切换策略给出区间观测器产生误差系统指数稳定的充分条件,实现了对所有子系统不稳定的离散时间切换系统的状态边界估计。

1 切换系统模型描述和区间观测器设计

1.1 切换系统描述

离散时间切换系统如下:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + B_{\sigma(k)}d(k), \\ y(k) = C_{\sigma(k)}x(k) + D_{\sigma(k)}d(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x(k) \in \mathbb{R}^n, y(k) \in \mathbb{R}^p, d(k) \in \mathbb{R}^q$, 分别代表状态、输出及未知有界干扰, $k \in \mathbb{Z}^+$ 。系数矩阵分别为 $A_{\sigma(k)} \in \mathbb{R}^{n \times n}, B_{\sigma(k)} \in \mathbb{R}^{n \times q}, C_{\sigma(k)} \in \mathbb{R}^{p \times n}, D_{\sigma(k)} \in \mathbb{R}^{p \times q}$ 。定义集合 $M = \{1, 2, \dots, N\}$, N 为子系统个数。 $\sigma(k): [0, \infty) \rightarrow M$ 为切换信号即当 $k \in [k_l, k_{l+1})$ 时, $\sigma(k) = i_l \in M$, 其中 k_l 是第 l 次切换时间。

备注 1: 笔者去掉了系数矩阵 $A_{\sigma(k)}$ 为 Schur 稳定这一假设。

假设 1: 未知干扰 $d(k)$ 存在边界 $\underline{d}(k)$ 和 $\bar{d}(k)$, 未知干扰与边界的关系如下:

$$\underline{d}(k) < d(k) < \bar{d}(k). \quad (2)$$

其中, $\underline{d}(k)$ 和 $\bar{d}(k)$ 为给定常数, 不随时间变化。

定义 1: 对于任意时间段 (t_s, t_u) , 令 $N_\sigma(t_s, t_u)$ 表示第 σ 个子系统切换次数。如果如下不等式成立, 即认为第 σ 个子系统最大的驻留时间为 τ 。

$$N_\sigma(t_s, t_u) > \frac{t_u - t_s}{\tau}. \quad (3)$$

备注 2: 不稳定的子系统往往导致切换系统不稳定。在稳定子系统与不稳定子系统共存的条件下, L. I. ALLERHAN 等^[27] 利用稳定子系统补偿不稳定子系统的影响。然而当所有子系统不稳定时这种思想无法成立。笔者给出递减 Lyapunov 函数并利用最大驻留时间技术, 得到了不稳定子系统组成的切换系统指数镇定充分条件。

1.2 区间观测器

根据系统(1)区间观测器的设计如下:

$$\begin{cases} \underline{x}(k+1) = (A_{\sigma(k)} - \underline{L}_{\sigma(k)} C_{\sigma(k)}) \underline{x}(k) + \underline{L}_{\sigma(k)} y(k) + \underline{\Delta}; \\ \bar{x}(k+1) = (A_{\sigma(k)} - \bar{L}_{\sigma(k)} C_{\sigma(k)}) \bar{x}(k) + \bar{L}_{\sigma(k)} y(k) + \bar{\Delta}; \\ \underline{y}(k) = C_{\sigma(k)}^+ \underline{x}(k) - C_{\sigma(k)}^- \bar{x}(k); \\ \bar{y}(k) = C_{\sigma(k)}^+ \bar{x}(k) - C_{\sigma(k)}^- \underline{x}(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中,

$$\begin{aligned} \underline{\Delta} &= B_{\sigma(k)}^+ \underline{d}(k) - B_{\sigma(k)}^- \bar{d}(k) - \underline{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)}^+ \bar{d}(k) + \underline{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)}^- \underline{d}(k), \\ \bar{\Delta} &= B_{\sigma(k)}^+ \bar{d}(k) - B_{\sigma(k)}^- \underline{d}(k) - \bar{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)}^+ \underline{d}(k) + \bar{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)}^- \bar{d}(k), \\ B_{\sigma(k)}^+ &= \max \{0, B_{\sigma(k)}\}, \\ B_{\sigma(k)}^- &= B_{\sigma(k)}^+ - B_{\sigma(k)}, \\ D_{\sigma(k)}^+ &= \max \{0, D_{\sigma(k)}\}, \\ D_{\sigma(k)}^- &= D_{\sigma(k)}^+ - D_{\sigma(k)} \circ \end{aligned}$$

定义误差系统 $\underline{e}(k)$ 和 $\bar{e}(k)$, 残差 $\underline{r}(k)$ 和 $\bar{r}(k)$ 。

$$\underline{e}(k) = x(k) - \underline{x}(k), \bar{e}(k) = \bar{x}(k) - x(k),$$

$$\underline{r}(k) = y(k) - \bar{y}(k), \bar{r}(k) = y(k) - \underline{y}(k).$$

根据系统(1)和区间观测器(4), 笔者给出误差系统 $\underline{e}(k)$ 和 $\bar{e}(k)$ 的表达式:

$$\begin{aligned} \underline{e}(k+1) &= x(k+1) - \underline{x}(k+1) = \\ &A_{\sigma(k)} x(k) + B_{\sigma(k)} d(k) - \underline{x}(k+1) = \\ &(A_{\sigma(k)} - \underline{L}_{\sigma(k)} C_{\sigma(k)}) \underline{e}(k) + B_{\sigma(k)}^+ (d(k) - \\ &+_{\sigma(k)} \underline{d}(k)) + B_{\sigma(k)}^- (\bar{d}(k) - d(k)) + \\ &\underline{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)} (\bar{d}(k) - d(k)) + \underline{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)}^- (d(k) - \\ &\underline{d}(k)). \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \bar{e}(k+1) &= \bar{x}(k+1) - x(k+1) = \\ &(A_{\sigma(k)} - \bar{L}_{\sigma(k)} C_{\sigma(k)}) \bar{e}(k) + B_{\sigma(k)}^+ (\bar{d}(k) - \\ &d(k)) + B_{\sigma(k)}^- (d(k) - \underline{d}(k)) + \bar{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)}^- \cdot \\ &(\bar{d}(k) - d(k)) + \bar{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)}^+ (d(k) - \underline{d}(k)). \end{aligned} \quad (6)$$

将式(5)和(6)整合为如下形式:

$$\varepsilon(k+1) = \tilde{A}_{\sigma(k)} \varepsilon(k) + \tilde{B}_{\sigma(k)} \tilde{d}(k). \quad (7)$$

$$\text{其中, } \varepsilon(k) = \begin{bmatrix} \underline{e}(k) \\ \bar{e}(k) \end{bmatrix}, \tilde{d} = \begin{bmatrix} d(k) - \underline{d}(k) \\ \bar{d}(k) - d(k) \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{\sigma(k)} &= \\ &\begin{bmatrix} A_{\sigma(k)} - \underline{L}_{\sigma(k)} C_{\sigma(k)} & 0 \\ 0 & A_{\sigma(k)} - \bar{L}_{\sigma(k)} C_{\sigma(k)} \end{bmatrix}, \\ \tilde{B}_{\sigma(k)} &= \\ &\begin{bmatrix} B_{\sigma(k)}^+ + \underline{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)}^- & B_{\sigma(k)}^- + \underline{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)}^+ \\ B_{\sigma(k)}^- + \bar{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)}^+ & B_{\sigma(k)}^+ + \bar{L}_{\sigma(k)} D_{\sigma(k)}^- \end{bmatrix} \circ \end{aligned}$$

问题 1: 如果误差系统(7)指数稳定且矩阵系数 $\tilde{A}_{\sigma(k)}$ 非负定, 则区间观测器(4)可以估计切换系统(1)的状态边界。

2 指数稳定充分条件和误差系统 LMI 约束条件

2.1 切换系统指数稳定充分条件

定理 1: 考虑由子系统不稳定组成的切换系统 $x(k+1) = f_{\sigma(k)}(x(k))$, 给出两个标量 $\phi > 1$ 和 $0 < \varphi < 1$ 。假设存在连续正定函数 $V_{\sigma(k)}(x(k))$ 和正定标量 K_1, K_2 使得如下不等式成立。

$$K_1 \|x(k)\|^2 \leq V_i(x(k)) \leq K_2 \|x(k)\|^2. \quad (8)$$

$$V_i(x(k+1)) - \phi V_i(x(k)) \leq 0. \quad (9)$$

$$V_{\sigma(k_l)}(x(k_l)) - \varphi V_{\sigma(k_{l-1})}(x(k_l)) \leq 0. \quad (10)$$

切换信号满足如下关系时,切换系统指数稳定。

$$\frac{1}{\tau} \geq -\frac{\ln \phi}{\ln \varphi}. \quad (11)$$

其中, $\forall i \in M, k \in [k_l, k_{l+1}), k_{l+1} - k_l = \tau_l \geq \tau, l = 0, 1, 2, \dots$

证明:

对于切换信号 $\sigma(k) = i \in M$, 当 $\forall k \in [k_l, k_{l+1})$ 时切换到第 i 个子系统。根据不等式(9)得到如下不等式:

$$V_{\sigma(k)}(x(k)) \leq \phi^{(k-k_l)} V_{\sigma(k_l)}(x(k_l)). \quad (12)$$

然后根据式(10)和式(12),得到如下不等式:

$$\begin{aligned} \phi^{(k-k_l)} V_{\sigma(k_l)}(x(k_l)) &\leq \phi \phi^{(k-k_l)} V_{\sigma(k_{l-1})} \cdot \\ (x(k_l)) &\leq \phi \phi^{(k-k_l)} \phi^{k_l-k_{l-1}} V_{\sigma(k_{l-1})} \cdot \\ (x(k_{l-1})) &\leq \dots \leq \phi^{N_{\sigma(k_0, k)}} \phi^{(k-k_0)} V_{\sigma(k_0)} \\ (x(k_0)) &\leq \phi^{\frac{k-k_0}{\tau}} \phi^{k-k_0} V_{\sigma(k_0)}(x(k_0)). \end{aligned} \quad (13)$$

根据式(11)得出:

$$\phi \varphi^{\frac{1}{\tau}} \leq \phi \varphi^{-\frac{\ln \phi}{\ln \varphi}} = \phi \phi^{-1} = 1. \quad (14)$$

定义变量 $\alpha = \sqrt{\phi \varphi^{\frac{1}{\tau}}}$, 然后系统状态满足如下不等式:

$$\begin{aligned} \|x(k)\|^2 &\leq \frac{1}{K_1} V_{\sigma(k)}(x(k)) \leq \\ \frac{K_1}{K_2} \alpha^{2(k-k_0)} \|x(k_0)\|^2. \end{aligned} \quad (15)$$

不等式(15)意味着如下不等式成立。

$$\|x(k)\| \leq \sqrt{\frac{K_1}{K_2}} \alpha^{(k-k_0)} \|x(k_0)\|. \quad (16)$$

因此由不稳定子系统组成的切换系统指数稳定被证明。

$$\begin{aligned} V_{\sigma(k_{l+1})}(\varepsilon(k_{l+1})) &= \varepsilon^T(k_{l+1}) P_j \varepsilon(k_{l+1}) = \varepsilon^T(k_l) \tilde{A}_j^T P_j \tilde{A}_j \varepsilon(k_l) \leq \varphi \varepsilon^T(k_l) P_i \varepsilon(k_l) = \\ \varphi V_{\sigma(k_l)}(\varepsilon(k_l)) &\leq \varphi V_{\sigma(k_{l-1})}(\varepsilon(k_{l-1})). \end{aligned} \quad (23)$$

不等式(23)对应定理1中不等式(10)。

因此基于定理1能够证明在切换信号满足不等式(11)时,误差系统(7)指数稳定。

2.2 误差系统指数稳定性证明

误差系统(7)指数稳定性条件在定理2中被给出。

定理2: 当干扰 $\tilde{d}(k) = 0$ 时考虑误差系统(7)。对于给出的标量 $\phi > 1$ 和 $0 < \varphi < 1$, 如果存在矩阵 $P_i > 0$, 使得如下不等式成立

$$\begin{bmatrix} -\phi P_i & \tilde{A}_i^T P_i \\ P_i \tilde{A}_i & -P_i \end{bmatrix} \leq 0, \forall i \in M. \quad (17)$$

$$\tilde{A}_j P_j \tilde{A}_j - \varphi P_i \leq 0, \forall i \neq j \in M. \quad (18)$$

当切换信号满足不等式(11)时,误差系统(7)指数稳定。

证明:

对于误差系统(7),笔者给出如下 Lyapunov 函数。

$$V_{\sigma(k)}(\varepsilon(k)) = \varepsilon^T(k) P_{\sigma(k)} \varepsilon(k). \quad (19)$$

其中, $\varepsilon(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ \underline{e}(k) \\ \bar{e}(k) \end{bmatrix}$, $\underline{e}(k)$ 和 $\bar{e}(k)$ 表示系统状态与区间观测器上下界产生的误差。

很明显满足定理1中不等式(8)中的条件。对于所有的 $k \in [k_l, k_{l+1})$, $\sigma(k) = i \in M$, Lyapunov 函数满足如下等式:

$$\begin{aligned} V_i(\varepsilon(k+1)) - \phi V_i(\varepsilon(k)) &= \\ \varepsilon^T(k+1) P_i \varepsilon(k+1) - \phi \varepsilon^T(k) P_i \varepsilon(k) &= \\ \varepsilon^T(k) (\tilde{A}_i^T P_i \tilde{A}_i - \phi P_i) \varepsilon(k). \end{aligned} \quad (20)$$

根据 Schur 补定理和不等式(17),得出:

$$\tilde{A}_i P_i \tilde{A}_i - \phi P_i \leq 0. \quad (21)$$

根据等式(20)和不等式(21),得出:

$$V_i(\varepsilon(k+1)) - \phi V_i(\varepsilon(k)) \leq 0. \quad (22)$$

不等式(22)对应定理1中不等式(9)。

当切换时间 $k = k_{l+1}$ 时,切换控制信号 $\sigma(k) = j \in M$ 。使用不等式(18)得:

2.3 系数矩阵非负定条件

在本节中,笔者给出矩阵系数 $\tilde{A}_{\sigma(k)}$ 非负定条件。

首先采用二阶系统来举例,其中

$$\mathbf{A}_{\sigma(k)} = \begin{bmatrix} a_{11\sigma(k)} & a_{12\sigma(k)} \\ a_{21\sigma(k)} & a_{22\sigma(k)} \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{C}_{\sigma(k)} = \begin{bmatrix} c_{1\sigma(k)} & c_{2\sigma(k)} \end{bmatrix},$$
$$\underline{\mathbf{L}}_{\sigma(k)} = \begin{bmatrix} \underline{l}_{1\sigma(k)} \\ \underline{l}_{2\sigma(k)} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{L}}_{\sigma(k)} = \begin{bmatrix} \bar{l}_{1\sigma(k)} \\ \bar{l}_{2\sigma(k)} \end{bmatrix}。$$

误差系统的矩阵系数如下:

$$\mathbf{A}_{\sigma(k)} - \underline{\mathbf{L}}_{\sigma(k)} \mathbf{C}_{\sigma(k)} =$$
$$\begin{bmatrix} a_{11\sigma(k)} - \underline{l}_{1\sigma(k)} c_{1\sigma(k)} & a_{12\sigma(k)} - \underline{l}_{1\sigma(k)} c_{2\sigma(k)} \\ a_{21\sigma(k)} - \underline{l}_{2\sigma(k)} c_{1\sigma(k)} & a_{22\sigma(k)} - \underline{l}_{2\sigma(k)} c_{2\sigma(k)} \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{A}_{\sigma(k)} - \bar{\mathbf{L}}_{\sigma(k)} \mathbf{C}_{\sigma(k)} =$$
$$\begin{bmatrix} a_{11\sigma(k)} - \bar{l}_{1\sigma(k)} c_{1\sigma(k)} & a_{12\sigma(k)} - \bar{l}_{1\sigma(k)} c_{2\sigma(k)} \\ a_{21\sigma(k)} - \bar{l}_{2\sigma(k)} c_{1\sigma(k)} & a_{22\sigma(k)} - \bar{l}_{2\sigma(k)} c_{2\sigma(k)} \end{bmatrix}。$$

根据式(24),矩阵系数的非负定条件如下:

$$\begin{cases} a_{ij\sigma(k)} - \underline{l}_{i\sigma(k)} c_{j\sigma(k)} \geq 0, \\ a_{ij\sigma(k)} - \bar{l}_{i\sigma(k)} c_{j\sigma(k)} \geq 0. \end{cases}$$

其中, $i, j = 1, 2$ 。

不等式(25)可以运用 Matlab 中的 LMI 工具包进行求解,同理任意阶系统均可进行求解。

3 仿真分析

考虑由两个子系统组成的离散时间切换系统。

$$\begin{cases} x(k+1) = \mathbf{A}_i x(k) + \mathbf{B}_i d(k), \\ y(k) = \mathbf{C}_i x(k). \end{cases}$$

其中, $i = 1, 2$; $\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.1 \\ 0.01 & 1.12 \end{bmatrix}$; $\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1.15 & 0.4 \\ 0.1 & 0.17 \end{bmatrix}$; $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$; $\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

备注3:矩阵 \mathbf{A}_1 的特征值分别为 $\lambda_{11} = 0.149, \lambda_{12} = 1.121$, 矩阵 \mathbf{A}_2 的特征值分别为 $\lambda_{21} = 1.189\ 2, \lambda_{22} = 0.130\ 8$ 。系数矩阵均存在大于1的特征值,因此子系统1,2都是非 Schur 稳定的。

不考虑外部干扰 $d(k)$ 子系统1,2 状态发散如图1和图2所示。

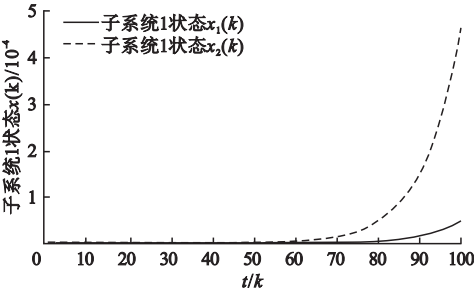


图1 子系统1状态 $x(k)$

Fig. 1 The state of subsystem 1

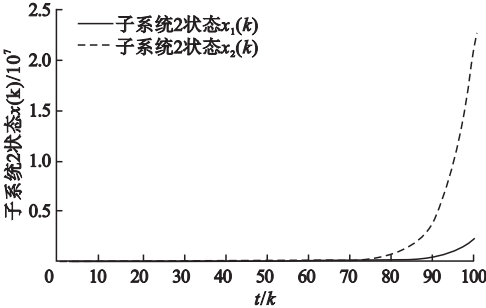


图2 子系统2状态 $x(k)$

Fig. 2 The state of subsystem 2

给定 $\mathbf{x}(0) = [0.5 \quad 0.5]^T$, 标量 $\phi = 2$, $\varphi = 0.1$ 。切换驻留时间 $1\text{ s} \leq \tau \leq 3.321\ 9\text{ s}$, 选择切换驻留时间为3 s, 切换周期为6 s, 切换信号如图3所示。

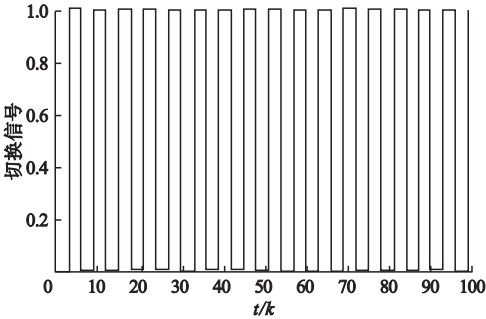


图3 切换信号

Fig. 3 Switching signal

在如图3的切换信号下由不稳定子系统1,2组成的不含干扰切换系统状态如图4所示。

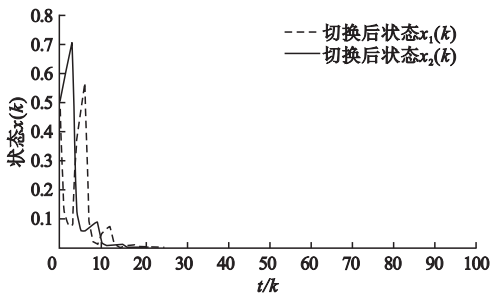


图 4 不含干扰切换系统状态

Fig. 4 Switching system state without disturbance
给出区间观测器 (4) 中增益参数 $\bar{L}_1 =$
 $\underline{L}_1 = \bar{L}_2 = \underline{L}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}$ 和未知干扰 $d(k) =$
 $(-0.1, 0.1)$, $\bar{d}(k) = 0.1, \underline{d}(k) = -0.1$ 。

切换系统(26) 状态边界估计如图 5 和图 6 所示。

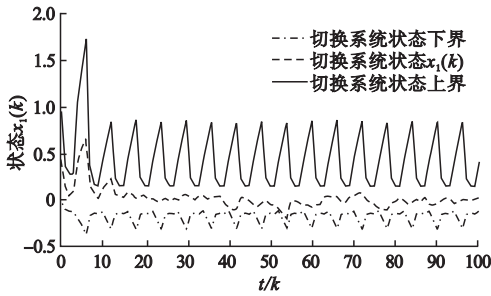


图 5 切换系统状态 $x_1(k)$ 估计

Fig. 5 State $x_1(k)$ estimation in the switching system

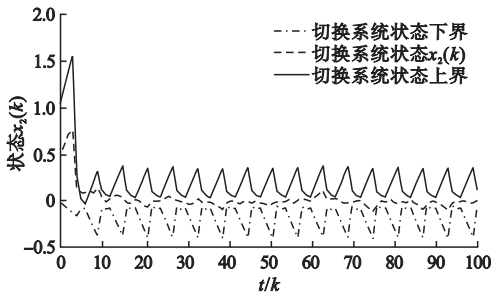


图 6 切换系统状态 $x_2(k)$ 估计

Fig. 6 State $x_2(k)$ estimation in the switching system

4 结 论

- (1) 笔者根据一类递减 Lyapunov 函数和驻留时间方法给出了所有子系统不稳定的离散时间切换系统的指数稳定条件。
- (2) 根据离散时间切换系统设计区间观

测器,并利用依靠时间的切换策略给出区间观测器产生误差系统指数稳定的充分条件,实现了对所有子系统不稳定的离散时间切换系统的状态边界估计。

(3) 在仿真结果中,所有子系统的状态不稳定,但是采用切换策略后,所有子系统不稳定的离散时间切换系统状态稳定,离散时间切换系统在未知干扰的影响下,区间观测器仍然可以估计出切换系统状态的上下边界。

(4) 笔者提出的离散时间切换系统状态边界估计方法为日后研究电主轴、深沟球轴承等复杂系统的故障检测以及容错控制提供了基础。

参考文献

[1] LI R R, YANG G H. Distributed optimization for a class of uncertain MIMO nonlinear multi-agent systems with arbitrary relative degree [J]. Information sciences, 2020, 506: 58 – 77.

[2] SHI H T, HOU M X, WU Y H. Distributed control for leader-following consensus problem of second-order multi-agent systems and its application to motion synchronization [J]. Applied sciences, 2019, 9(20): 4208.

[3] HOU M X, SHI H T. Stator-winding incipient shorted-turn fault detection for motor system in motorized spindle using modified interval observers [J]. IEEE transactions on instrumentation and measurement, 2020, 70: 1 – 16.

[4] SHI H T, HOU M X, WU Y H, et al. Leader-following consensus of first-order multi-agent systems with dynamic hybrid quantizer [J]. International journal of control, automation and systems, 2020, 18(11): 2765 – 2773.

[5] WANG Dong, PENG Zhike, XI Lifeng. The sum of weighted normalized square envelope: a unified framework for kurtosis, negative entropy, Gini index and smoothness index for machine health monitoring [J]. Mechanical systems and signal processing, 2020, 140: 106725.

[6] WANG D. Spectral L_1/L_2 norm: a new perspective for spectral kurtosis for characterizing non-stationary signals [J]. Mechanical systems and signal processing, 2018, 104: 290 – 293.

[7] 韩渭辛,王振华,沈毅. 不确定非线性系统的 L_∞ 观测器[J]. 控制理论与应用, 2019, 36(5): 705 – 710.

(HAN Weixin, WANG Zhenhua, SHEN Yi. L_∞ observer for uncertain nonlinear systems

- [J]. Control theory & applications, 2019, 36 (5):705–710.)
- [8] 朱宝彦,刘爱斌,赵恩良. 基于观测器的时滞 T-S 模糊广义系统无源控制[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2015, 31 (2):377–384.
(ZHU Baoyan, LIU Aibin, ZHAO Enliang. Observer-based passive control for delay of T-S fuzzy descriptor systems [J]. Journal of Shenyang jianzhu university(natural science), 2015, 31(2):377–384.)
- [9] 张柯,姜斌. 基于故障诊断观测器的输出反馈容错控制设计[J]. 自动化学报, 2010, 36 (2):274–281.
(ZHANG Ke, JIANG Bin. Fault diagnosis observer-based output feedback fault tolerant control design [J]. Acta automatica sinica, 2010, 36(2):274–281.)
- [10] LIAO H, LI H, ZHANG X. Distributed voltage equalization design for super capacitors using state observer [J]. IEEE transactions on industry and applications, 2019, 55 (1):620–630.
- [11] YI B W, ORTEGA R, ZHANG W D. On state observers for nonlinear systems: a new design and a unifying framework [J]. IEEE transactions on automatic control, 2019, 64 (3):1193–1200.
- [12] HAN W X, WANG Z H, SHEN Y. H_{∞}/L_{∞} fault detection observer design for uncertain linear systems [J]. International journal of systems science, 2019, 50(2):283–293.
- [13] TABATABAEIPOUR S M, BAK T. Robust observer-based fault estimation and accommodation of discrete-time piecewise linear systems [J]. Journal of the Franklin institute, 2014, 351:277–295.
- [14] KHAN I U, WAGG D, SIMS N D. Nonlinear robust observer design using an invariant manifold approach [J]. Control engineering practice, 2016, 55:69–79.
- [15] YANG Y, DING S X, LI L. Parameterization of nonlinear observer-based fault detection systems [J]. IEEE transactions on automatic control, 2016, 61(11):3687–3692.
- [16] ZHANG Q H. Adaptive Kalman filter for actuator fault diagnosis [J]. Automatica, 2018, 93:333–342.
- [17] MAZENC F, BERNARD O. Asymptotically stable interval observers for planar systems with complex poles [J]. IEEE transactions on automatic control, 2010, 55(2):523–527.
- [18] CHEBOTAREV S, EFIMOV D, RAISSI T, et al. Interval observers for continuous-time LPV systems with L_1/L_2 performance [J]. Automatica, 2015, 58:82–89.
- [19] WU C, LIU X Z. External stability of switching control systems [J]. Systems & control letters, 2017, 106:24–31.
- [20] VU L, MORGANSEN K A. Stability of time-delay feedback switched linear systems [J]. IEEE transactions on automatic control, 2010, 55(10):2385–2390.
- [21] SU X, WU L, SHI P. Model approximation for fuzzy switched systems with stochastic disturbance [J]. IEEE transactions on fuzzy systems, 2015, 23(5):1458–1473.
- [22] BARTLETT W F, RICHARDS G L. Impulse analysis and common control in an electronic telephone switching system [J]. IEEE transactions on communication & electronics, 2013, 83(75):612–620.
- [23] 刘永慧,苏庆堂. 基于模型依赖平均驻留时间的含不稳定子系统的离散切换系统的稳定性分析[J]. 东华大学学报, 2019, 45 (5):784–780.
(LIU Yonghui, SU Qingtang. Stability analysis of discrete switched systems with unstable subsystems via mode-dependent average dwell time [J]. Journal of donghua university (natural science), 2019, 45(5):784–780.)
- [24] XIANG W M, XIAO J. Stabilization of switched continuous-time systems with all modes unstable via dwell time switching [J]. Automatica, 2014, 50(3):940–945.
- [25] YU L, ZHENG G, BOUTAT D, et al. Observability and observer design for a class of switched systems [J]. IET control theory application, 2011, 5(9):1113–1119.
- [26] YANG J Q, BU X H, YU Q X, et al. Observer-based controller design for nonlinear semi-Markov switched system with external disturbance [J]. Journal of the Franklin institute, 2020, 357(13):8435–8453.
- [27] ALLERHAND L I, SHAKED U. Robust stability and stabilization of linear switched systems with dwell time [J]. IEEE transactions on automatic control, 2011, 56:381–386.
(责任编辑:刘春光 英文审校:范丽婷)