

# 曲线 U 型钢腹板组合箱梁剪力滞效应研究

王连广,黄学达,陈力栋

(东北大学资源与土木工程学院,辽宁 沈阳 110819)

**摘 要** 目的 为确定影响曲线 U 型钢腹板组合箱梁剪力滞效应的主要参数,提出一种计算曲线组合梁剪力滞的求解方法。方法 基于能量原理,同时考虑弯矩耦合和滑移效应的影响,选用抛物线型和余弦函数型位移函数曲线,对已建立的剪力滞控制微分方程和边界条件给出数值计算格式。采用差分法分析各参数的影响。结果 U 型钢腹板组合箱梁顶板的应变曲线随剪力滞翘曲位移函数的不同选择差别不大,但底板的应变曲线差别较大。混凝土顶板厚度和强度等级对顶板的有效宽度系数几乎没有影响;有效宽度系数随着滑移刚度的增加而减小,随曲率半径和跨宽比的增加而增加;当悬翼比小于 1 时,剪力滞效应随悬翼比增加而增加,当悬翼比大于 1 时则相反。结论 得到组合梁进行不同剪滞翘曲位移下应变曲线规律及各参数对曲线组合梁的影响曲线,为解决曲线组合梁剪力滞问题提供了思路。

**关键词** 曲线组合箱梁;能量变分法;差分法;剪力滞效应;翘曲位移函数

中图分类号 TU398

文献标志码 A

## Study on Shear Lag Effect of Composite Box Girder with Curved U-shaped Steel Webs

WANG Lianguang, HUANG Xueda, CHEN Lidong

(School of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang, China, 110819)

**Abstract:** In order to determine the main parameters of shear lag effect of u-shaped steel web composite box girder, a method for calculating the shear lag effect of curved composite box girders was proposed. Based on the energy principle and also considering both the sliding effect and the bending-torsional coupling effect, the parabolic and cosine function displacement functions were selected for constructing a numerical calculation format for the established shear lag control differential equation and boundary conditions. After using the difference method to analyze the influence of each parameter on the shear lag effect, the strain curve of the roof of u-shaped steel web composite box girder has little difference with the different selection of the shear-hysteresis warping displacement function, however, the strain curve of the bottom plate has large difference. The concrete roof thickness and concrete strength grade has little effect on the effective width

收稿日期:2020-09-23

基金项目:国家自然科学基金青年基金项目(51808100);辽宁省自然基金指导计划项目(2019-ZD\_0004);辽宁省自然科学基金项目(20170540303)

作者简介:王连广(1964—),男,教授,博士,博士研究生导师,主要从事钢与混凝土组合结构等方面研究。

coefficient of the roof. However, the effective width is inversely proportional to the slip stiffness and is in direct proportion to the radius of curvature as well as the width-span ratio. When the suspension-ratio is less than 1, the shear lag increases as the suspension-ratio rise, but the opposite is true in the situation of the suspension ratio is greater than 1. The law of the strain curve under different shear-hysteresis warping dispositions of the composite beam and the influence curve of each parameter on the curved composite beam are obtained. It provides an idea to solve the shear lag problem of curved composite beams.

**Key words:** curved combination box girder; energy variation method; finite difference method; shear lag effect; warping displacement function

利用曲线 U 型钢梁与混凝土板连接成的组合梁,具有承载力高、稳定性好等优点<sup>[1]</sup>。Ji Wei<sup>[2]</sup>、刘旭政等<sup>[3]</sup>通过研究得到宽跨比对箱梁剪力滞系数的影响较大;赵虎等<sup>[4]</sup>研究了波形混合多箱桥剪力滞效应,发现箱梁顶板和混凝土板腹板剪力滞效应较大;张元海等<sup>[5-6]</sup>使用初参数法分析薄壁箱梁的剪力滞效应,给出了方程的初参数解;邬晓光等<sup>[7-9]</sup>对剪力滞效应进行理论分析,得到了剪力滞影响下梁的应力方程。还有学者基于薄壁杆件理论对曲线箱梁进行了研究<sup>[10-11]</sup>。E. Yamaguchi 等<sup>[12-15]</sup>分析了宽跨比、荷载作用方式及类型等参数对应力和变形的影响;H. Amoushahi 等<sup>[16]</sup>利用有限条法预测了箱型梁不同荷载下的屈曲荷载。王连广<sup>[17]</sup>选择不同次数的抛物线型翘曲位移函数,得到了钢与混凝土组合箱梁的应力解析解,结果表明二次型剪滞位移函数更符合实际。

目前,国内外对钢与混凝土组合梁的研究主要针对直线组合梁的内力、变形等,而对于曲线组合梁的剪力滞效应研究较少。基于此,笔者基于能量法创建曲线组合梁的剪力滞效应控制微分方程,选用加权余量法分析曲线 U 型钢腹板组合箱梁在不同抛物线和余弦函数型剪滞翘曲位移函数下的应变规律;选用差分法计算分析影响 U 型钢腹板组合箱梁剪滞效应的主要参数,最终得到各参数对曲线 U 型钢腹板组合箱梁的影响曲线。

# 1 基于抛物线型位移函数的曲线组合梁剪力滞效应

## 1.1 剪力滞翘曲位移函数

进行分析时采用如下基本假定<sup>[18]</sup>:①U 型钢腹板与混凝土顶底板竖向贴合;②剪力滞效应只在竖向弯曲中计入;③忽略混凝土顶底板的竖向挤压应变和横向应变;④处于弹性工作状态;⑤均为线弹性材料。

曲线 U 型钢腹板组合箱梁截面简化示意图如图 1 所示。

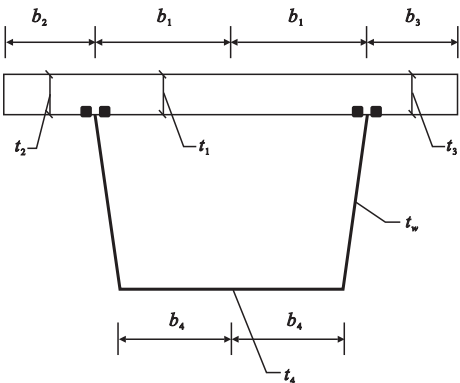


图 1 U 型钢腹板组合箱梁截面尺寸示意图

Fig. 1 Section size diagrams of U-shaped steel web composite box girder

曲线 U 型钢腹板组合箱梁在荷载作用下,上下翼板也会产生剪力滞效应,且由于曲率的存在,其剪力滞效应分析与直线梁不同。笔者在现有曲线 U 型钢腹板组合效应剪力滞效应研究的基础上,求得剪力滞效应的通用表达式,在此基础上分析其他组合结构形式的剪力滞效应。剪力滞翘曲位移函数

如下:

$$w(x,y,z)=\begin{cases} -h_1\zeta_1(1-\frac{x^n}{|b_1|^n})W_1(z), 0\leq x\leq b_1; \\ -h_2\zeta_2(1-\frac{(x+b_1+b_2)^n}{|b_2|^n})W_2(z), -b_1-b_2\leq x\leq -b_1; \\ -h_3\zeta_3(1-\frac{(x-b_1-b_3)^n}{|b_3|^n})W_3(z), b_1\leq x\leq b_1+b_3; \\ h_4\zeta_4(1-\frac{x^n}{|b_4|^n})W_4(z), 0\leq x\leq b_4. \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $b_1$  表示混凝土顶板宽度的一半;  $b_2$  表示混凝土上部外悬臂板宽度;  $b_3$  表示混凝土上部内悬臂板宽度;  $b_4$  表示钢底板宽度的一半;  $h_1$ 、 $h_2$ 、 $h_3$ 、 $h_4$  分别表示各板块形心至截面形心的距离;  $W_1(z)$ 、 $W_2(z)$ 、 $W_3(z)$ 、 $W_4(z)$  分别表示各板块的纵向位移剪切转角差函数;  $\zeta$  表示翼缘板宽度和边界条件不同下的修正系数<sup>[19]</sup>,  $\zeta_1=\zeta_4=1$ ,  $\zeta_2=(b_2/b_1)^2$ ,  $\zeta_3=(b_3/b_1)^2$ 。

由于受曲率的影响,曲线组合箱梁的几何方程由文献[20]给出:

$$\begin{aligned} \text{轴向应变: } \varepsilon_z &= \frac{du}{dz} - \frac{v}{R}; \text{水平曲率: } k_y = \frac{v}{R^2} + \frac{d^2v}{dz^2}; \text{竖向曲率: } k_x = \frac{d^2w}{dz^2} - \frac{\varphi}{R}; \text{扭曲率: } \\ k_z &= \frac{d\varphi}{dz} + \frac{1}{R} \frac{dw}{dz}. \\ \text{式中: } u、v、w &\text{分别表示 } x、y、z \text{ 方向的位移; } \varphi \text{ 为扭转角。} \\ \mathbf{1.2 组件势能} \\ \text{在考虑应变能时,忽略钢箱曲线组合梁中钢梁剪切变形,但腹板部分在抵抗弯曲形中不可忽略.根据最小势能原理可得:} \\ \delta \Pi = \delta(\bar{U} + \bar{V}) = 0. \quad (2) \\ \text{体系总势能如下:} \\ \Pi = \left[ E_c(I_1 + \frac{1}{2}I_2 + \frac{1}{2}I_3) + I_4E_s \right] \left\{ \int_0^s v''^2 + (\frac{\varphi}{R})^2 - 2v'' \frac{\varphi}{R} + \right. \\ \frac{2n^2}{(2n+1)(n+1)} \left( \sum_{i=1}^4 \sigma_i^2 W_i'^2 \right) - 2(v'' - \frac{\varphi}{R}) \frac{n}{(n+1)} \left( \sum_{i=1}^4 \sigma_i W_i' \right) \Big\} dz + \\ \int_0^s f_{c1}^2 \eta_1'^2 \left[ t_1 b_1 + \frac{1}{2}(t_2 b_2 + t_3 b_3) \right] dz + (E_c(I_1 + \frac{1}{2}I_2 + \frac{1}{2}I_3)) \left\{ \int_0^s -2f_{c1} \frac{n}{n+1} \eta_1' \left( \sum_{i=1}^3 S_i \sigma_i W_i' \right) + \right. \\ 2(v'' - \frac{\varphi}{R}) f_{c1} \eta_1' \left( \sum_{i=1}^3 S_i \right) \Big\} dz + \int_0^s f_{c2}^2 \eta_2'^2 t_4 b_4 dz + I_4 E_s \left\{ \int_0^s -2f_{c2} \frac{n}{n+1} \eta_2' S_4 \sigma_4 W_4' + \right. \\ 2(v'' - \frac{\varphi}{R}) f_{c2} \eta_2' S_4 \Big\} dz + \int_0^s G_c \frac{n^2}{2n-1} \left( \sum_{i=1}^3 \frac{I_i \sigma_i^2 W_i^2}{b_i^2} \right) dz + \frac{1}{2} \int_0^s (G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}) (\varphi' + \frac{v'}{R})^2 dz + \\ \frac{E}{2} \int_0^s I_\omega (\varphi'' + \frac{v''}{R})^2 dz + \int_0^s G_s \frac{n^2}{2n-1} \frac{I_4 \sigma_4^2 W_4^2}{b_4^2} dz + \frac{1}{2} \int_0^s k_d (\eta_1^2 + \eta_2^2) dz - \int_0^s (q_y v + m_z \varphi) dz + \\ \left[ m_x v' - Q_y v - T_z \varphi \right] \Big|_0^s + \frac{1}{3} E_s t_w (h_1'^3 + h_3'^3) \int k_x^2 dz + E_s t_w (h' + h) \int f_s^2 \eta_1'^2 dz + \\ E_s t_w (h_1'^2 - h_3'^2) \int k_x f_s \eta_1' dz. \quad (3) \end{aligned}$$

其中,  $I_1=t_1b_1h_1^2$ ,  $I_2=\frac{1}{2}t_2b_2h_2^2$ ,  $I_3=\frac{1}{2}t_3b_3h_3^2$ ,  $I_4=t_4b_4h_4^2$ ,  $S_1=t_1b_1h_1$ ,  $S_2=\frac{1}{2}t_2b_2h_2$ ,  $S_3=\frac{1}{2}t_3b_3h_3$ ,

$$S_4 = t_4 b_4 h_4 \circ$$

### 1.3 控制微分方程

方程。

根据最小势能原理可知,  $\delta\Pi = 0$ , 考虑弯曲、剪力滞后以及界面滑移耦合的控制微分

$$\begin{aligned} & [2E_c(\sum_{i=1}^3 I_i) + \frac{2}{3}E_s t_w(h_1^3 + h_3^3) + 2E_s I_4 + \frac{EI_\omega}{R^2}]w^{(4)} - \frac{G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}}{R^2}w'' + \frac{EI_\omega}{R}\varphi^{(4)} + \\ & [\frac{-2E_c}{R}(\sum_{i=1}^3 I_i) - \frac{2E_s t_w(h_1^3 + h_3^3)}{3R} - \frac{2E_s I_4}{R} - \frac{G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}}{R}]\varphi'' - \frac{2n}{n+1}E_c(\sum_{i=1}^3 I_i \sigma_i W_i''') - \\ & \frac{2n}{n+1}E_s I_4 \sigma_4 W_4''' + 2f_c E_c(\sum_{i=1}^3 S_i) \eta_{i1}''' - 2f_s E_s S_4 \eta''' - E_s t_w(h_3^2 - h_1^2) f_s \eta''' - q_y = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{EI_\omega}{R}w^{(4)} + [\frac{-2E_c}{R}(\sum_{i=1}^3 I_i) - \frac{2E_s t_w(h_1^3 + h_3^3)}{3R} - \frac{2E_s I_4}{R} - \frac{G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}}{R}]w'' + EI_\omega \varphi^{(4)} - \\ & (G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts})\varphi'' + [\frac{-2E_c}{R^2}(\sum_{i=1}^3 I_i) + \frac{2E_s}{R^2}(\frac{1}{3}t_w(h_1'^3 + h_3^3) + I_4)]\varphi + \frac{2}{R} \frac{2n}{n+1}E_c(\sum_{i=1}^3 I_i \sigma_i W_i') + \\ & \frac{2}{R} \frac{n}{n+1}E_s I_4 \sigma_4 W_4' - \frac{2E_c f_c}{R}(\sum_{i=1}^3 S_i) \eta_{i1}' + \frac{2}{R} f_s E_s S_4 \eta_{i1}' + \frac{E_s t_w(h_3^2 - h_1^2) f_s \eta_{i1}'}{R} - m_z = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2n}{n+1}E_c \sigma_i I_i w''' - \frac{4n^2 E_c}{(2n+1)(n+1)}I_i \sigma_i^2 W_i'' + \frac{n^2}{2n-1}G_c \frac{2I_i \sigma_i^2}{b_i^2}W_1 - \frac{2n}{R(n+1)}E_c \sigma_i I_i \varphi' - \\ & \frac{2n}{n+1}f_c E_c \sigma_i S_i \eta_{i1}'' = 0, i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2n}{n+1}E_s \sigma_4 I_4 w''' - \frac{4n^2 E_c}{(2n+1)(n+1)}I_4 \sigma_4^2 W_4'' + \frac{n^2}{2n-1}G_s \frac{2I_4 \sigma_4^2}{b_4^2}W_1 - \frac{2n}{R(n+1)}E_s \sigma_4 I_4 \varphi' \times \\ & \frac{2n}{n+1}E_s \sigma_4 I_4 w''' - \frac{4n^2 E_c}{(2n+1)(n+1)}I_4 \sigma_4^2 W_4'' + \frac{n^2}{2n-1}G_s \frac{2I_4 \sigma_4^2}{b_4^2}W_1 - \frac{2n}{R(n+1)}E_s \sigma_4 I_4 \varphi' - \\ & \frac{2n}{n+1}f_c E_s \zeta_4 S_4 \eta_{i1}'' = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & [-2f_{cl} E_c(\sum_{i=1}^3 S_i) + 2f_s E_s S_4]w''' [\frac{2E_c f_{cl}}{R}(\sum_{i=1}^3 S_i) - \frac{2E_s t_4 S_4}{R} - \frac{E_s t_w(h_3^2 - h_1'^2) f_s}{R}]\varphi' + \\ & \frac{2n}{n+1}f_{cl} E_c(\sum_{i=1}^3 S_i \zeta_i W_i') - \frac{2n}{n+1}f_s E_s S_4 \zeta_4 W_4'' - f_{cl}^2 E_c[2t_1 b_1 + t_2 b_2 + t_3 b_3]\eta_{i1}'' - 2f_s^2 E_s t_4 b_4 - \\ & 2f_s^2 E_s t_w(h_1' + h_3) + k_d \eta_{i1} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

边界条件如下:

$$\begin{aligned} & \{ [2E_c(\sum_{i=1}^3 I_i) - \frac{EI_\omega}{R^2} - \frac{2}{3}E_s t_w(h_1^3 + h_3^3) - 2E_s I_4]w''' + \frac{G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}}{R^2}w' - \frac{EI_\omega}{R}\varphi''' + \\ & [\frac{2E_c}{R}(\sum_{i=1}^3 I_i) + \frac{G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}}{R} + \frac{2E_s t_w(h_1^3 + h_3^3)}{3R} + \frac{2E_s I_4}{R}]\varphi' + \frac{2n}{n+1}E_c(\sum_{i=1}^3 I_i \sigma_i W_i'') + \\ & \frac{2n}{n+1}E_s I_4 \sigma_4 W_4'' + 2f_s E_s S_4 \eta_{i1}'' - 2f_c E_c(\sum_{i=1}^3 S_i) \eta_{i1}'' + E_s t_w(h_3^2 - h_1^2) f_s \eta'' - Q_y \} \delta w|_0^S = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

$$\{ [2E_c(\sum_{i=1}^3 I_i) + \frac{EI_\omega}{R^2} + \frac{2}{3}E_s t_w(h_1^3 + h_3^3) + 2E_s I_4]w'' + \frac{EI_\omega}{R}\varphi'' - [\frac{2E_c}{R}(\sum_{i=1}^3 I_i) +$$

$$\begin{aligned} & \frac{2E_s t_w (h_1^3 + h_3^3)}{3R} + \frac{2E_s I_4}{R} \Big] \varphi - \frac{2n}{n+1} E_c \Big( \sum_{i=1}^3 I_i \sigma_i W'_i \Big) - \frac{2n}{n+1} E_s I_4 \sigma_4 W'_4 - 2f_s E_s S_4 \eta''_1 + \\ & 2f_c E_c \Big( \sum_{i=1}^3 S_i \Big) \eta'_1 - E_s t_w (h_3^2 - h_1'^2) f_s \eta'' + M_x \Big\} \delta w' \Big|_0^s = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Big[ -\frac{EI_\omega}{R} w''' + \frac{G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}}{R} w' - EI_\omega \varphi''' + (G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}) \varphi' - T_z \Big] \delta \varphi \Big|_0^s = 0. \quad (11)$$

$$\Big[ \frac{EI_\omega}{R} w''' + EI_\omega \varphi'' \Big] \delta \varphi' = 0. \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \Big[ -\frac{2n}{n+1} E_c \sigma_i I_i w'' + \frac{2n}{R(n+1)} E_c \sigma_i I_i \varphi + \frac{4n^2 E_c}{(2n+1)(n+1)} I_i \sigma_i^2 W' - \\ & \frac{2n}{n+1} f_c E_c \sigma_i S_i \eta'_1 \Big] \delta W_i \Big|_0^s = 0, i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \Big[ -\frac{2n}{n+1} E_s \sigma_4 I_4 w'' + \frac{2n}{R(n+1)} E_s \sigma_4 I_4 \varphi + \frac{4n^2 E_s}{(2n+1)(n+1)} I_4 \sigma_4^2 W' - \\ & \frac{2n}{n+1} f_s E_s \sigma_4 S_4 \eta'_1 \Big] \delta W_4 \Big|_0^s = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \Big\{ \Big[ 2f_{cl} E_c \Big( \sum_{i=1}^3 S_i \Big) - 2f_s E_s S_4 - E_s t_w f_s (h_3^2 - h_1'^2) \Big] + \Big[ \frac{-2E_c f_{cl}}{R} \Big( \sum_{i=1}^3 S_i \Big) + \frac{2E_s t_4 S_4}{R} + \\ & \frac{E_s t_w (h_3^2 - h_1'^2) f_s}{R} \Big] \varphi - \frac{2n}{n+1} f_{cl} E_c \Big( \sum_{i=1}^3 S_i \sigma_i W'_i \Big) + \frac{2n}{n+1} f_s E_s S_4 \sigma_4 W'_4 + \\ & \Big[ f_{cl}^2 E_c (2t_1 b_1 + t_2 b_2 + t_3 b_3) + f_s^2 E_s t_4 b_4 + f_s^2 E_s t_w (h'_1 + h_3) \Big] \eta'_1 \Big\} \delta \eta_1 \Big|_0^s = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

#### 1.4 控制微分方程解析

上述平衡微分方程是含有多个位移函数耦合的线性高阶常系数微分方程,难以求得闭合解,因此考虑数值解代替。加权余量法

是数值计算中应用较为广泛的一种方法,采用加权余量法可求得混凝土顶底板不同宽度处的正应力值。

顶板应力:

$$\sigma_{ci} = E_c \Big[ h_i \Big( \frac{d^2 w}{dz^2} - \frac{\varphi}{R} \Big) - h_i \zeta_i \Big( 1 - \frac{x^n}{|b_i^n|} \Big) w'_i(z) + f_{cl} \eta'_1(z) \Big], i = 1, 2, 3. \quad (16)$$

底板应力:

$$\sigma_{c4} = E_s \Big[ -h_4 \Big( \frac{d^2 w}{dz^2} - \frac{\varphi}{R} \Big) + h_4 \zeta_4 \Big( 1 - \frac{x^n}{|b_4^n|} \Big) w'_4(z) + f_{cl} \eta'_1(z) \Big]. \quad (17)$$

## 2 基于余弦函数型位移函数的曲线组合梁剪力滞分析

### 2.1 剪力滞翘曲位移函数

基于余弦函数型位移函数的曲线 U 型钢腹板箱梁进行分析时的基本假定为①混凝土顶底板与 U 型钢腹板竖向贴合;②剪力滞效应只在竖向弯曲中计入;③忽略混凝土顶底板的竖向挤压应变和横向应变;④组合箱梁处于弹性工作状态;⑤均为线弹性材料。梁截面示意图同第 1 节所设。

剪力滞翘曲位移函数如下:

$$w(x, y, z) = \begin{cases} -\alpha_1 \cos \frac{\pi x}{|2b_1|} v_1(z), 0 \leq x \leq b_1; \\ -\alpha_2 \cos \frac{\pi(x+b_1+b_2)}{|2b_2|} v_2(z), \\ -b_1 - b_2 \leq x \leq -b_1; \\ -\alpha_3 \cos \frac{\pi(x-b_1-b_2)}{|2b_3|} v_3(z), \\ b_1 \leq x \leq b_1 + b_3; \\ \alpha_4 \cos \frac{\pi x}{|2b_4|} v_4(z), 0 \leq x \leq b_4. \end{cases} \quad (18)$$

式中:  $\alpha_1 = \alpha_4 = 1, \alpha_2 = (b_2/b_1)^2, \alpha_3 = (b_3/b_1)^2$ ;  $v_i(z)$  表示翼板剪切变形最大位移差函数。

2.2 控制微分方程解析

采用加权余量法可求得混凝土顶底板不

$$\sigma_{ci}=E_c[h_i(\frac{d^2w}{dz^2}-\frac{\varphi}{R})-\alpha_i\cos\frac{\pi x}{|2b_i|}v'_i(z)+f_{ci}\eta'_1(z)],i=1,2,3.$$

(19)

底板应力:

$$\sigma_{c4}=E_s[h_4(\frac{d^2w}{dz^2}-\frac{\varphi}{R})-\alpha_4\cos\frac{\pi x}{|2b_4|}v'_4(z)+f_{c1}\eta'_1(z)].$$

(20)

3 算例分析

考虑不同的剪滞翘曲位移计算所得的应变会产生差异,截面形式的不同会导致计算得到的应变差异不同,故对不同截面的位移函数进行分析。曲线U型钢腹板箱梁截面示意图如图2所示。

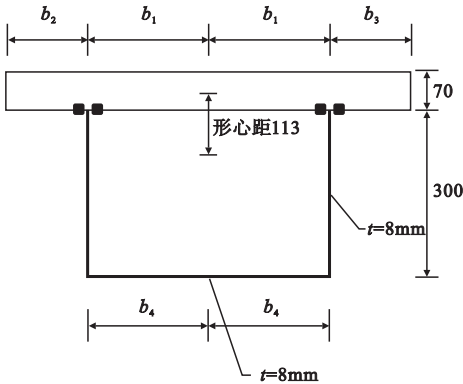


图2 曲线U型钢腹板组合梁尺寸简化示意图

Fig. 2 Section size diagrams of curved U-shaped steel web composite box girder

材料属性及截面参数: $b_1=b_4=300\text{ mm}$ ,  $b_2=b_3=200\text{ mm}$ ,  $t_1=t_2=t_3=70\text{ mm}$ , 钢板壁厚为  $8\text{ mm}$ ,  $E_c=3.45\times10^4\text{ MPa}$ ,  $E_s=2\times10^5\text{ MPa}$ , 泊松比  $\mu_c=0.2$ ,  $\mu_s=0.3$ ; 混凝土选用 C50, 抗压强度设计值为  $23.1\text{ MPa}$ ; 剪力连接件刚度  $K=0.66V_u$ ,  $V_u$  为单个栓钉的抗剪承载力,  $V_u=0.43A\sqrt{E_cf_c}$ ; 截面采用双排栓钉,  $d=13\text{ mm}$ , 间距取  $s=300\text{ mm}$ 。

令  $W_1=W_2=W_3=W_4=W(z)$ , 计算得:  $K_d=448.37\text{ N/mm}$ 。中和轴位置:  $h_1=h_2=183\text{ mm}$ ,  $h_4=217\text{ mm}$ ,  $G_c=1.44\times10^4\text{ MPa}$ ,  $G_s=7.69\times10^4\text{ MPa}$ ,  $f_c=-0.443$ ,  $f_s=0.557$ 。扇形惯性矩:  $EI_w=1.67\times$

同宽度处的正应力值。

顶板应力:

$10^{21}\text{ mm}^6$ 。组合梁抗扭惯性矩:  $G_ck_{Tc}+G_sk_{Ts}=1.152\times10^{14}\text{ N}\cdot\text{mm}^2$ 。曲线梁曲率半径  $R=50\text{ m}$ , 计算跨度  $l=5\text{ m}$ , 均布荷载为  $80\text{ N/mm}$ ,  $q_n=102\text{ N/mm}$ ,  $\zeta_1=\zeta_4=1$ ,  $\zeta_2=\zeta_3=0.44$ 。

取  $n=2, n=3, n=4, n=5, n=6$ , 以及取剪滞函数按余弦变化后解方程, 计算结果见表1。

表1 曲线U型钢腹板箱梁计算结果

Table 1 Calculated results of curved U-shaped web box girder

$n$	$\nu_n$	$\varphi_n$	$W_n/u_n$	$\eta_{1n}$
2	12.431 3	-0.000 26	0.000 21	0.959 6
3	12.420 3	-0.000 26	0.000 18	0.959 5
4	12.402 7	-0.000 26	0.000 15	0.959 4
5	12.386 3	-0.000 26	0.000 13	0.959 4
6	12.372 4	-0.000 26	0.000 11	0.959 3

跨中截面不同宽度处顶底板正应变曲线如图3、图4所示。

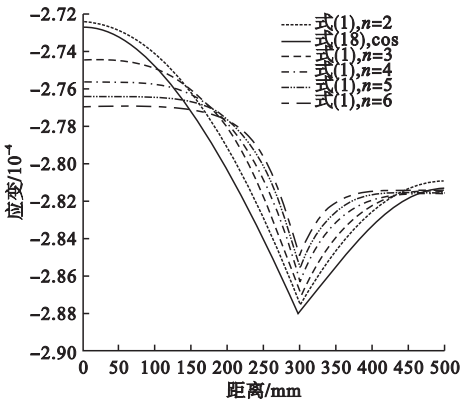


图3 顶板位移函数对比分析

Fig. 3 Comparative analysis of displacements function of roof



由图可见,在顶板各位置处,按 $n$ 次抛物线规律变化的考虑剪力滞效应的应变曲线差别不大,按余弦函数变化得出的曲线与 $n$ 次抛物线变化得出的曲线较接近,所有曲线中最大和最小处仅相差 $3 \times 10^{-6}$ 。因此剪滞翘曲位移变化形式对顶板的受力分析影响不大,在工程实例中可任取一种剪滞翘曲位移变化规律分析,不影响精度。但在底板上所有曲线的最大和最小应变差值为 $1.8 \times 10^{-5}$ ,如需较高分析精度则同样需通过实验或模拟确定最适曲线。

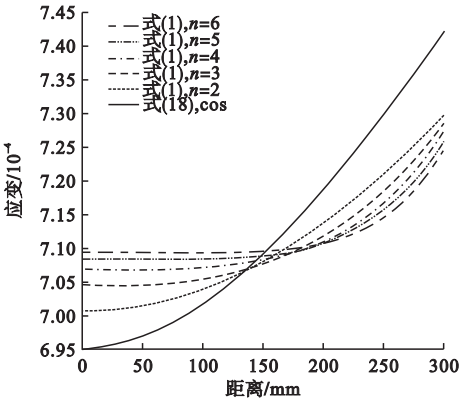


图4 底板位移函数对比分析

Fig. 4 Comparative analysis of displacement function of bottom plate

4 剪力滞效应参数分析

4.1 混凝土板厚影响

参数与第3节中U型钢截面相同,曲率半径取 $R=50\text{ m}$ ,跨度取 $l=5\text{ m}$ ,将曲线组合梁分为16段,则有17个实节点,两个虚节点,编号见图5,其中0和18号为虚节点。

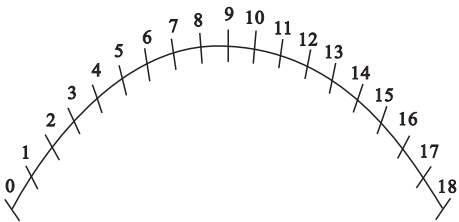


图5 差分网格示意图

Fig. 5 Schematic diagram of differential grid  
取 $n=2$ 时的剪滞位移函数,均布荷载

$q=80\text{ kN/m}$ ,此时第1、17节点处的边界条件为 $v_1=v_{17}=0$ ;  $\varphi_1=\varphi_{17}=0$ ;  $W'_1=W'_{17}=0$ ;  $\eta'_1=\eta'_{17}=0$ ,每个弧段长 $312.5\text{ mm}$ ,设置混凝土板厚度分别为 $60\text{ mm}$ 、 $65\text{ mm}$ 、 $70\text{ mm}$ 、 $75\text{ mm}$ 、 $80\text{ mm}$ 、 $85\text{ mm}$ 。

代入微分方程得:

$A_1x=b_1.$  (21)

式中: $A_1=[A_{11}\ A_{21}\ A_{31}\ A_{41}]^T$ ;  $b_1=[80\cdots 80\cdots 0\cdots 0]^T$ ;  $x=[v_0v_1\cdots v_{18}\ \varphi_0\varphi_1\cdots\varphi_{18}\ W_0W_1\cdots W_{18}\eta_0\eta_1\cdots\eta_{18}]^T$ (共76个未知数)。

$A_{11}$ 为第一个控制微分方程的差分形式分别代入截面参数后得到的分块矩阵。取 $60\text{ mm}$ 板厚为例,15个差分点可以列出15个式子,阶梯状分布。 $A_{21}$ 、 $A_{31}$ 、 $A_{41}$ 同理,不再赘述。

将第1、第17节点处的边界条件代入方程可得如下矩阵:

$A_2x=b_2.$  (22)

式中:

$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1^{(2)} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1^{(18)} & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1^{(21)} & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1^{(37)} & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1^{(39)} & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1^{(55)} & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1^{(58)} & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1^{(74)} & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$

$b_2=[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$ 。

代入边界条件得:

$A_3x=b_3.$  (23)

式中: $A_3$ 为四个边界条件的差分表达式,代入截面参数所得矩阵 $b_3=[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$ 。

将3个表达式合并可得:

$[A_1A_2A_3]^Tx=[b_1\ b_2\ b_3]^T.$  (24)

解得每个节点的竖向位移 $v$ 、转角 $\varphi$ 、剪滞函数值 $W$ 以及滑移量 $\eta$ ,进而求得每个节点处的应变和有效宽度系数 $\beta$ 随板厚变化趋势(见图6)。

从图 6 可以看出,当保持组合截面的其余参数不变,只改变混凝土顶板厚度,得到的顶板有效宽度系数随板厚的增加而增加,但增加幅度非常小,在板厚增加 42% 的情况下有效宽度系数仅提高了 2%,说明顶板厚度不是影响曲线 U 型钢腹板组合箱梁的主要因素。

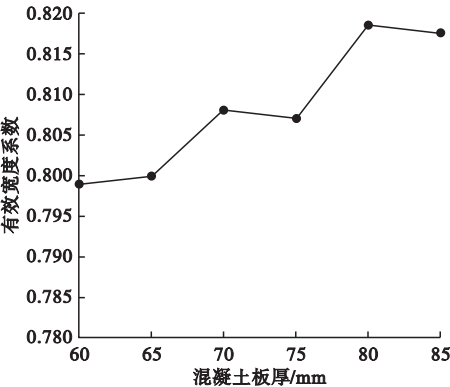


图 6 有效宽度系数随顶板厚度变化曲线

Fig. 6 Curve of effective width coefficient with the change of roof thickness

4.2 混凝土强度等级影响

计算过程与板厚对有效宽度系数的影响分析类似,此处不再赘述。当混凝土强度等级分别取 C40、C45、C50、C55、C60、C65 时,顶板有效宽度系数变化曲线如图 7 所示。

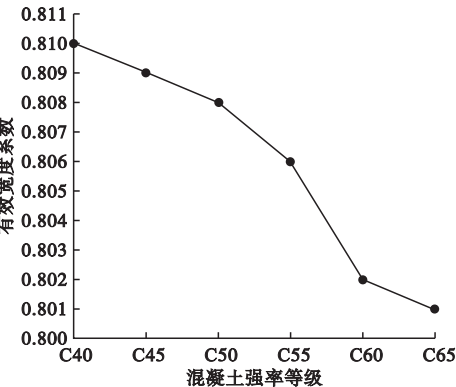


图 7 有效宽度系数随混凝土强度等级变化曲线

Fig. 7 Curve of effective width coefficient with the change of concrete strength grade

从图 7 可以看出,当混凝土强度等级从 C40 增加到 C65 时,有效宽度系数仅从 0.81 下降至 0.801,可见混凝土强度等级的增加

使有效宽度系数有所降低,但影响非常小。

4.3 界面滑移刚度影响

界面滑移刚度从 336 N/mm 增加到 1 345 N/mm,有效宽度系数变化曲线如图 8 所示。

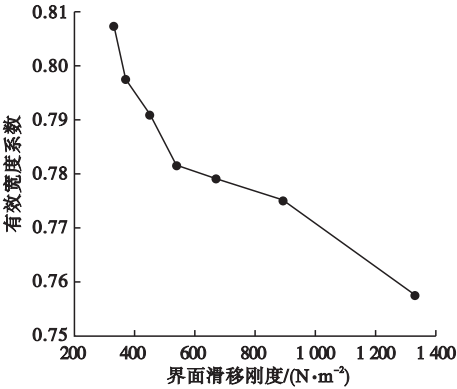


图 8 有效宽度系数随界面滑移刚度变化曲线

Fig. 8 Curve of effective width coefficient with the change of interface slip stiffness

由图 8 可以看出,当滑移刚度从 336 N/mm 增加到 1 345 N/mm 时,混凝土顶板有效宽度系数明显减少。界面滑移刚度的增加虽然可以使组合梁拥有更好的整体性,也会使剪力滞效应发生明显变化。

4.4 曲率影响

跨长不变,曲率半径由 20 m 增加至 80 m,混凝土顶板有限宽度系数变化曲线如图 9 所示。

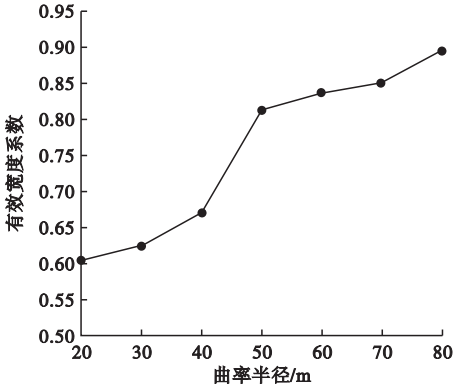


图 9 有效宽度系数随曲率半径变化曲线

Fig. 9 Curve of effective width coefficient with the change of radius of curvature



由图9可以看出,在曲线U型钢腹板组合梁中,顶板有效宽度系数随曲率半径的增大而增大。即随着曲梁弯曲程度的减缓,剪力滞效应下降非常明显。

4.5 悬翼比影响

悬臂板宽度由200 mm增加至400 mm时,悬翼比由0.67增加到1.33(悬翼比为悬臂板宽度与顶板宽度一半的比值)。顶板有效宽度系数变化曲线如图10所示。

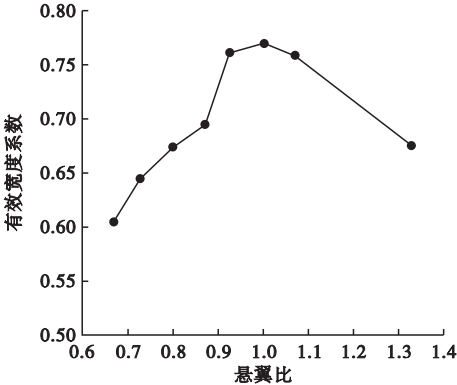


图10 有效宽度系数随悬翼比变化曲线

Fig. 10 Curve of effective width coefficient with the change of cantilever-wing ratio

由图10可以看出,在悬翼比小于1时,有效宽度系数随翼板的增大而增大;但当悬翼比大于1时,有效宽度系数随翼板的增大而减小。反应到曲线梁实际受力当中,即当悬臂板宽度不大于顶板宽时,随着悬臂板宽度增加,截面惯性矩减小从而使顶板正应力整体减小,与腹板相连顶板位置的正应力减小值较其余部位小,从而使有效宽度系数减小;但当悬臂长度大于1倍顶板宽度时,有效宽度系数也迅速减小。

4.6 跨宽比影响

跨长从4 m增加至9 m时,顶板有效宽度系数变化曲线如图11所示。从图11可以看出,当跨宽比 $l/b$ 增大时,有效宽度系数显著增加;当跨宽比增加1.25倍时,有效宽度系数增加了37%。说明简支曲线组合梁的剪力滞效应随跨度的增加而减小,宽跨比对

曲线梁剪滞效应影响较大。

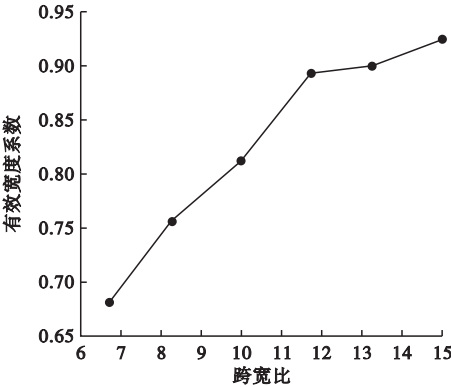


图11 有效宽度系数随跨宽比变化曲线

Fig. 11 Curve of effective width coefficient with the change of width-span ratio

5 结 论

- (1)U型钢腹板组合箱梁顶板应变曲线随剪力滞翘曲位移函数的不同选择差别不大,但底板的应变曲线差别较大。
- (2)混凝土顶板厚度和混凝土强度等级对顶板的剪力滞效应影响不大;顶板有效宽度系数随滑移刚度的增加而减小,随曲率半径的增加而增加,随跨宽比的增加而增加。当悬翼比小于1时,剪力滞效应随悬翼比增加而减小,当悬翼比大于1时则相反。

参考文献

[1] 王连广. 预应力钢与混凝土组合结构[M]. 北京: 科学出版社, 2009.  
(WANG Lianguang. Prestressed composite structures of steel and concrete [M]. Beijing: Science Press, 2009. )

[2] JI W, LUO K, ZHANG J W, MIGUEL C. Computation of deflections for PC box girder bridges with corrugated steel webs considering the effects of shear lag and shear deformation [J]. Mathematical problems in engineering, 2020(10): 1-12.

[3] 刘旭政, 程坤, 陈晔, 等. 大跨度变截面波形钢腹板组合连续箱梁桥剪力滞效应研究[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2017, 33(5): 855-862.  
(LIU Xuzheng, CHENG Kun, CHEN Ye, et al. Shear lag effect of long span composite continuous box-girder bridge with corrugated steel webs and variable cross-section [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2017, 33(5): 855-862. )

- [4] 赵虎,勾红叶,尼颖升. 波形钢与混凝土混合多箱室斜拉桥的剪力滞效应[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2020, 48(7): 93-103.  
(ZHAO Hu, GOU Hongye, NI Yingsheng. Shear lag effect of corrugated steel-concrete composite multi-box cable-stayed bridge [J]. Journal of south China university of technology (natural science edition), 2020, 48(7): 93-103.)
- [5] 张元海,李琳,林丽霞,等. 以附加挠度作为广义位移时薄壁箱梁剪力滞效应的梁段有限元分析[J]. 土木工程学报, 2013, 46(10): 100-107.  
(ZHANG Yuanhai, LI Lin, LIN Lixia, et al. Beam-segment finite element analysis on shear lag effect of thin-walled box girder adopting additional deflection as generalized displacement [J]. China civil engineering journal, 2013, 46(10): 100-107.)
- [6] 张元海,林丽霞. 薄壁箱梁剪力滞效应分析的初参数法[J]. 工程力学, 2013, 30(8): 205-211.  
(ZHANG Yuanhai, LIN Lixia. Initial parameter method for analyzing shear lag effect of thin-walled box girders [J]. Engineering mechanics, 2013, 30(8): 205-211.)
- [7] 邬晓光,安平和,时元绪,等. 箱梁剪力滞翘曲位移函数理论分析[J]. 武汉大学学报(工学版), 2020, 53(8): 692-697.  
(WU Xiaoguang, AN Heping, SHI Yuanxu, et al. Theoretical analysis of shear lag warping displacement function of box girder [J]. Engineering journal of Wuhan university, 2020, 53(8): 692-697.)
- [8] 张玉元,张元海,张慧,等. 考虑边界约束影响的薄壁箱梁剪力滞翘曲应力分析[J]. 应用基础与工程科学学报, 2019, 27(5): 1042-1053.  
(ZHANG Yuyuan, ZHANG Yuanhai, ZHANG Hui, et al. Analysis on shear lag warping stress of thin-walled box girders with boundary constraint effect [J]. Journal of basic science and engineering, 2019, 27(5): 1042-1053.)
- [9] 张玉元,张元海,张慧. 梁端约束条件对箱形梁剪力滞效应的影响[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2018, 48(4): 671-677.  
(ZHANG Yuyuan, ZHANG Yuanhai, ZHANG Hui. Influence of end restraint condition on shear lag effect of box girder [J]. Journal of southeast university (natural science edition), 2018, 48(4): 671-677.)
- [10] KHALED M S, JOHN B K. Literature review in analysis of box-girder bridges [J]. Journal of bridge engineering, 2002, 7(2): 134-143.
- [11] SHIH T C. Shear lag effect in simply supported prestressed concrete box girder [J]. Journal of bridge engineering, 2004, 9(2): 178-184.
- [12] YAMAGUCHI E, CHAISOMPHOB T, SA-NGUANMANASAK J, et al. Stress concentration and deflection of simply supported box girder including shear lag effect [J]. Structural engineering and mechanics, 2008, 28(2): 207-220.
- [13] SA-NGUANMANASAK J, CHAISOMPHOB T, YAMAGUCHI E. Stress concentration due to shear lag in continuous box girders [J]. Engineering structures, 2007, 19(7): 1414-1421.
- [14] LERTSIMA C, CHAI SOMPHOB T, YAMAGUCHI E, et al. Deflection of simply supported box girder including effect of shear lag [J]. Computers and structures, 2005, 26(8): 1093-1101.
- [15] LERTSIMA C, CHAI SOMPHOB T, YAMAGUCHI E. Stress concentration due to shear lag in simply supported box girders [J]. Engineering structures, 2004, 26(8): 1093-1101.
- [16] AMOUSHAH H, AZHARI M. Buckling of composite FRP structural plates using the complex finite strip method [J]. Composite structures, 2009, 90(1): 28-33.
- [17] 王连广,万江. 钢与混凝土组合箱梁剪力滞效应分析[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2015(8): 1204-1207.  
(WANG Lianguang, WAN Jiang. Analysis of shear lag effect of steel and concrete composite box girders [J]. Journal of northeastern university (natural science), 2015(8): 1204-1207.)
- [18] 万江. 预应力钢与混凝土组合箱梁剪力滞效应研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2015.  
(WAN Jiang. Study on shear lag effect of steel and concrete composite box girder [D]. Shenyang: Northeastern University, 2015.)
- [19] 张元海,李乔. 曲线箱梁考虑剪滞效应时的弯扭分析[J]. 工程力学, 2009, 26(10): 123-129.  
(ZHANG Yuanhai, LI Qiao. Flexural-torsional analysis of curved box-girders with the consideration of the shear lag effect [J]. Engineering mechanics, 2009, 26(10): 123-129.)
- [20] 邵容光,夏淦. 混凝土弯梁桥[M]. 北京: 人民交通出版社, 1994.  
(SHAO Rongguang, XIA Gan. Concrete curved beam bridge [M]. Beijing: China Communications Press, 1994.)

(责任编辑:杨永生 英文审校:刘永军)