

# 基于影响矩阵的矮塔斜拉桥索力二次优化方法的研究

王占飞<sup>1</sup>, 黄昊<sup>1</sup>, 全伟<sup>2</sup>, 杨非凡<sup>1</sup>

(1. 沈阳建筑大学交通工程学院, 辽宁 沈阳 110168; 2. 黄山学院建筑工程学院, 安徽 黄山 245041)

**摘要** 目的 针对矮塔斜拉桥索力优化问题, 提出一种实用索力优化方法, 为同类型桥梁优化设计提供参考依据。方法 采用索力二次优化的方法, 根据影响矩阵的原理, 以结构整体弯曲能量最小为目标, 弯矩和位移为约束条件, 求得初步优化索力, 再以理想成桥索力为控制目标, 采用直线内插法进行正装迭代计算求得第2次优化索力。以某客专特大桥为例, 利用有限元软件进行索力二次优化计算。结果 对索力优化前后矮塔斜拉桥的挠度、内力以及应力结果对比可以看出, 优化后无论在恒载作用下还是在主力+附加力作用下, 矮塔斜拉桥整体的挠度、内力以及应力都有一定量的减少; 同时主梁整体受力和线形相对比较均匀, 桥梁整体结构更接近理想成桥状态。结论 采用影响矩阵和直线内插法结合的二次索力优化法计算后的索力更均匀, 结构状态更加满足设计和施工要求。

**关键词** 矮塔斜拉桥; 理想成桥; 影响矩阵; 索力优化; 有限元分析

中图分类号 TU391

文献标志码 A

## Research on Secondary Optimization Method of Cable Force for Extradosed Cable-stayed Bridges Based on Influence Matrix

WANG Zhanfei<sup>1</sup>, HUANG Hao<sup>1</sup>, QUAN Wei<sup>2</sup>, YANG Feifan<sup>1</sup>

(1. School of Transportation Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168; 2. School of Architecture and Engineering, Huangshan University, Huangshan, China, 245041)

**Abstract:** In order to solve the problem of cable force optimization for extradosed cable-stayed bridges, a practical cable force optimization method was proposed to provide reference for the optimization design of the same type of bridges. In this paper, the method of secondary optimization of cable force was adopted according to the principle of influence matrix, the minimum bending energy of the whole structure was taken as the goal, and the bending moment and displacement were taken as the constraint condition to obtain the initial optimization cable

收稿日期: 2020-12-18

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51938009); 辽宁省高校创新人才项目(LR2019056)

作者简介: 王占飞(1976—), 男, 教授, 博士, 主要从事桥梁结构分析及桥梁抗震方面研究。

force. And, the method of secondary optimization of cable force was adopted according to the principle of influence matrix, the minimum bending energy of the whole structure was taken as the goal, and the bending moment and displacement were taken as the constraint condition to obtain the initial optimization cable force. Subsequently, the ideal finished bridges was taken as the control target and the linear interpolation method was used to carry out the forward iteration calculation to obtain the second optimization cable force. Finally, a passenger special bridge was taken as the example and the secondary optimization calculation of cable force was carried out by using Finife element soft. It can be seen that the overall deflection, internal force and stress of extradosed cable-stayed bridges under the constant load or main + additional force all have a certain amount of reduction after optimization. At the same time, the overall structure of bridges is closer to the ideal bridge state. The cable force calculated by the method combined with the influence matrix method and the linear interpolation method is more uniform, and the structure state more satisfies the design and construction requirements.

**Key words:** extradosed cable-stayed bridge; ideal completed bridge; influential matrix; stay cable tension optimization; finite element analysis

矮塔斜拉桥是介于普通斜拉桥和梁式桥之间的一种新型组合结构体系,具有“塔矮、梁刚、索集中”的特点<sup>[1]</sup>。矮塔斜拉桥的整体刚度是由主梁与斜拉索共同提供的,根据刚度分配原则,通常主梁提供 70% 刚度,斜拉索提供 30% 刚度,所以对矮塔斜拉桥的索力进行优化可以改善结构的受力性能<sup>[2-5]</sup>。斜拉索的索力作用既体现主梁挠度,塔顶横向位移,主梁、主塔的内力对桥体的影响,又通过对主梁的加劲作用,改善主梁的受力性能,保证结构的安全性<sup>[6]</sup>,因此需要对矮塔斜拉桥索力优化问题进行研究。

对于斜拉桥的索力优化,国内外学者给出很多方法。A. M. B. Martins 等<sup>[7]</sup>根据主梁位移与极限位移的比值以及拉索应力与容许应力的比值作为目标函数求得优化索力。Chen 等<sup>[8]</sup>在刚性支承连续梁法基础上用迭代求解的方法求得优化索力。郭钟群等<sup>[9]</sup>提出了在主梁应力可行域范围求得优化索力。康春霞等<sup>[10]</sup>提出斜拉桥三种合理施工阶段拉索计算方法并进行了对比分析。苑仁安等<sup>[11]</sup>根据斜拉索索力调整的无应力状态法求得优化的索力。现有的索力优化研究主要针对常规斜拉桥,但与常规斜拉桥相比,矮塔斜拉桥梁体较刚以及索塔较矮,因此需要

新的设计方法。基于此,笔者根据矮塔斜拉桥的结构特点,以某客专特大桥为例,提出二次优化的方法,根据影响矩阵的思想,采用多约束的影响矩阵法和直线内插法相互配合,不仅可以最大程度考虑实际受力的影响,还可以保证桥梁结构内力和线形的均匀,为同类型桥梁研究提供了理论基础。

## 1 计算模型

### 1.1 工程概况

某客专特大桥为新建邯济铁路至胶济铁路联络线工程上的一座独塔双索面预应力混凝土矮塔斜拉桥,该桥全长 240 m,桥跨布置为(120+120)m,主桥位于曲线上,曲率半径为 800 m,线间距为 4.4 m。桥梁中支点截面梁高 7.0 m,跨中及边跨等高段截面梁高 5.0 m,桥面宽度为 14.8 m,索塔附近桥宽加宽到 16.5 m。梁顶板厚除支点附近外均为 0.4 m,腹板厚按折线变化分别为 0.5 m、0.7 m、0.8 m,底板厚按折线变化分别为 0.4 m、0.7 m、1 m。斜拉索横向为双索面,立面为半扇形布置。索塔塔高在桥面以上为 29.7 m,索塔为钢筋混凝土结构,每个索塔设 10 对斜拉索,塔上索距 1.1 m,梁上索距 8.0 m。该桥墩墩身采用实体墩,桥墩底部纵

向宽度 6.0 m, 横向宽度 16.5 m, 承台高度 5.5 m, 采用桩径为 2.0 m 的钻孔灌注桩基

础。矮塔斜拉桥整体构造如图 1 所示。

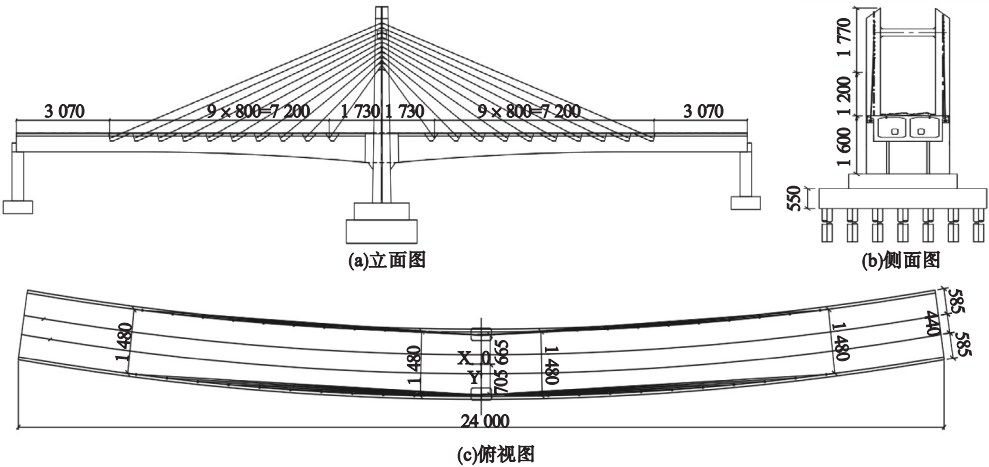


图 1 矮塔斜拉桥整体构造

Fig. 1 Overview of the extradosed cable-stayed bridge

1.2 模型建立

采用有限元软件建立矮塔斜拉桥模型, 桥梁主梁、桥墩和主塔均采用梁单元模拟, 斜拉索采用桁架单元模拟, 塔、梁、墩固结处采用刚性连接, 拉索与主梁及桥塔的连接采用刚性连接。全桥共划分 210 个节点和 176 个单元, 其中梁单元 136 个, 桁架单元(斜拉索)40 个。斜拉索左侧最外侧拉索为 T10, 最内侧拉索为 T1; 右侧最外侧斜拉索编号为 P10, 最内侧拉索为 P1。有限元模型如图 2 所示。

2 索力优化计算原理

2.1 影响矩阵法

和常规斜拉桥相比, 矮塔斜拉桥因为跨径较小且有较长一段的无索区, 所以拉索较短, 产生的垂度效应较小, 因此可以采用基于线性叠加原理的影响矩阵法和直线内插法两种方法相互配合进行索力优化。当采用影响矩阵法进行优化索力时, 既可以同时考虑某些节点位移、截面内力或索力对整体结构产生的影响, 又可以通过目标函数最小化从而使整个结构的位移、弯矩及索力达到最优解。而直线内插法则可以保证施工阶段桥梁结构内力和线形的均匀, 两种方法相互配合可以使优化结果更加合理。

计算时可以将矮塔斜拉桥的塔梁单元假定为等截面杆系单元, 桥梁整体结构弹性模量、惯性矩沿单元长度保持不变, 则结构的应变能可表示为<sup>[12]</sup>

$$U = \sum_{i=1}^m \left[ \frac{L_i}{4E_i I_i} M^2 + \frac{L_i}{4E_i A_i} N^2 \right]. \quad (1)$$

式中:  $m$  为全桥结构单元总数;  $M$  为第  $i$  号单元左右两端的弯矩;  $N$  为第  $i$  号单元左右两端的轴力;  $E_i$ 、 $I_i$ 、 $A_i$ 、 $L_i$  分别为第  $i$  号单元材

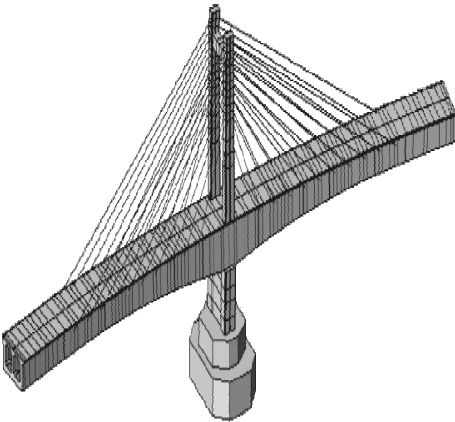


图 2 矮塔斜拉桥有限元模型

Fig. 2 Finite element model of the extradosed cable-stayed bridge

料弹性模量、截面惯性矩、截面积、单元长度。

在考虑不计桥梁自重和斜拉索初张拉力为零的情况下,通过索力的施加使拉索单元发生变化,采用有限元程序,基于矮塔斜拉桥整体结构模型,可以计算得到当斜拉索单位索力发生变化时对全桥结构整体状态的影响向量,全桥整体结构与索力关系的表达式如下:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{Z}_0. \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}$  为斜拉索初张拉力组成的列阵; $\mathbf{Z}_0$  为桥梁结构在自重下各单元的内力或位移的列阵; $\mathbf{Z}$  为桥梁结构在索力和自重下各单元的内力或位移的列阵; $\mathbf{A}$  为在单位索力作用下位移和弯矩的影响矩阵。

把式(2)带入到式(1)中:

$$\mathbf{U} = \mathbf{x}^T \mathbf{G}\mathbf{x} + 2\mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{P}. \quad (3)$$

在式(3)的基础上提出优化过程中需要的约束条件,则式(3)为<sup>[13]</sup>

$$\min \mathbf{U}(\mathbf{T}) = \mathbf{T}^T \mathbf{G}\mathbf{T} + 2\mathbf{F}\mathbf{T}. \quad (4)$$

约束条件如下:

$$\begin{cases} 0 \leq T \leq T_u; \\ \mathbf{D}_{\min} \leq \mathbf{D}_D + \mathbf{D}_A \mathbf{T} \leq \mathbf{D}_{\max}; \\ \mathbf{M}_{\min} \leq \mathbf{M}_D + \mathbf{M}_A \mathbf{T} \leq \mathbf{M}_{\max}. \end{cases}$$

式中: $\mathbf{T}$  为索力值; $T_u$  为索力的上限; $\mathbf{D}_{\max}$  和  $\mathbf{D}_{\min}$  为约束塔梁位移上下限的极限值; $\mathbf{M}_{\max}$  和  $\mathbf{M}_{\min}$  为约束塔梁内力或应力上下限的极限值; $\mathbf{D}_D$  为在桥梁自重下的节点位移列阵; $\mathbf{D}_A$  为结构位移响应的单位索力影响矩阵; $\mathbf{M}_D$  为在桥梁自重下的内力或应力的位移列阵; $\mathbf{M}_A$  为结构内力或应力响应的单位索力影响矩阵。

通过式(4)把矮塔斜拉桥的初张拉力优化过程转化为有约束的二次规划问题,求解该方程可以得到合理成桥索力。

## 2.2 直线内插法

通过影响矩阵法计算得出矮塔斜拉桥的优化索力,不仅能够保证桥梁整体结构,还能初步形成矮塔斜拉桥的结构受力体系。但是本次主梁施工采用满堂支架法,由于满堂支

架法施工时主梁浇筑梁段较长并且刚度过大,单次优化可能无法达到理想成桥状态,为了保证优化结果的准确,需要根据矮塔斜拉桥的索力与结构整体线形和内力要求,再进行二次优化。由于对斜拉索进行第二次优化时桥梁整体结构受力体系已经完成,桥梁结构边界条件不会发生改变,可以直接把合理成桥索力值作为优化目标,采用直线内插法进行正装迭代计算<sup>[14-16]</sup>。

直线内插法的原理<sup>[17]</sup>是将理想成桥索力表示为  $T$ ,成桥状态的控制参数值为  $F_{m \times 1}$ ,在计算过程中,设斜拉索单位力张拉时控制参数的增量为  $a$ ,与矮塔斜拉桥合理成桥状态的差值  $b$  为

$$b = F_0 - F. \quad (5)$$

对斜拉索索力调整量为  $x$ ,则可得:

$$ax = b. \quad (6)$$

根据调整量采用直线内插法计算得到新的张拉索力:

$$T_2 = T_1 + xT_2. \quad (7)$$

直线内插法的迭代收敛原则如下:

$$\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{nT_1} < s_1, \max \frac{x_i}{T_i} < s_2. \quad (8)$$

式中: $s_1$  在  $[0.005, 0.02]$  内; $s_2$  在  $[0.01, 0.05]$  内,根据精度确定范围。若计算结果满足收敛准则,则迭代停止;否则,按照相同方法进行下一轮迭代计算,进而得出二次优化的索力值。

## 3 结果分析

### 3.1 索力优化结果

笔者基于上述计算方法,对某客专特大桥进行索力优化分析,在考虑桥梁自重,二期铺装层重量以及预应力荷载,同时考虑混凝土收缩、徐变影响的基础上,求解矮塔斜拉桥的影响矩阵。优化约束条件如下:初张力的上限为8 000 kN,斜拉索与主梁相交节点垂直方向的位移限制条件为  $-0.15 \sim 0.1$  m,同时塔顶顺桥向位移限制为  $-0.01 \sim 0.01$  m,主梁的塔根弯矩值限

定在  $-120\,000 \sim 120\,000\text{ kN}\cdot\text{m}$ ,其他位置弯矩值限定在  $-80\,000 \sim 80\,000\text{ kN}\cdot\text{m}$ 。对于上述计算,可以利用 Matlab 工具箱进行求解,在迭代 12 次后可以得到第一次优化的索力。

根据前文中索力二次优化的计算方法,把第一次优化后的索力值作为初始张拉索力进行差值迭代计算。在优化过程中,充分考虑施工阶段混凝土的收缩和徐变以及结构的非线性,对于矮塔斜拉桥拉索二次优化索力数值经过多次迭代计算后确定,得出优化索力满足精度要求,从而计算出二次优化索力。

将优化索力与工程实际设计索力进行对比,结果如图 3 所示。从图中可以看出,优化后索力分布均匀,同时索力满足两边大,中间小的特征;优化后拉索总索力与设计总索力相差不大,可以实现总用索量不变而改善桥梁受力。

在索力优化中,荷载组合中的结构自重、二期恒载、预应力、隔板自重都属于恒载。主力+附加力荷载组合由恒载、活载、温度荷载、横向风荷载组成。将恒载作用下的索力与主力+附加力荷载组合作用下的索力进行对比,结果如图 4 所示。

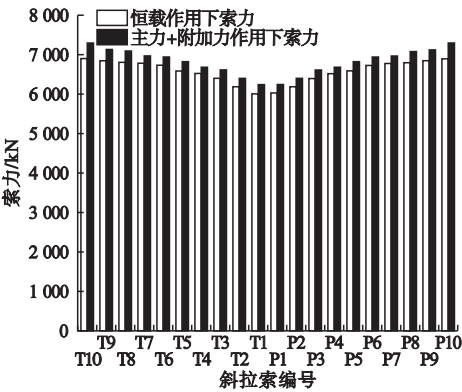


图 4 恒载作用和主+附作用的索力对比图  
Fig. 4 Comparison between the cable force under the constant load and main, additional load

从图中可以看出,恒载作用下的索力与主力+附加力荷载组合作用下的索力差距较小,其中差值最小的为 P1 号拉索,差值为 181 kN;差值最大为 P10 号拉索,差值为 359 kN。

3.2 主梁弯矩结果对比

优化前后在恒载作用下的主梁弯矩图如图 5 所示,优化前后主力+附加力荷载组合作用下的主梁弯矩图如图 6 所示。

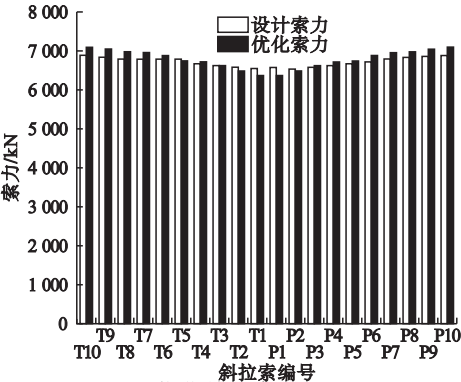


图 3 优化前后索力对比图  
Fig. 3 Comparison between the cable force before optimization and after optimization

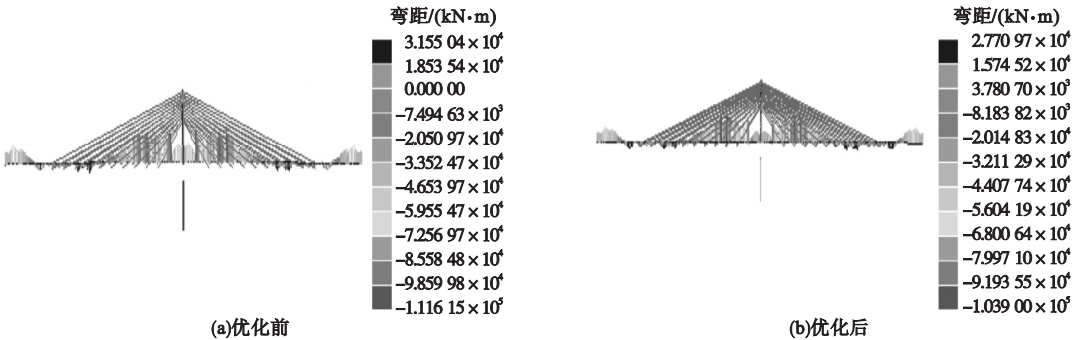


图 5 优化前后恒载作用下的弯矩图

Fig. 5 Bending moment under the constant load before optimization and after optimization



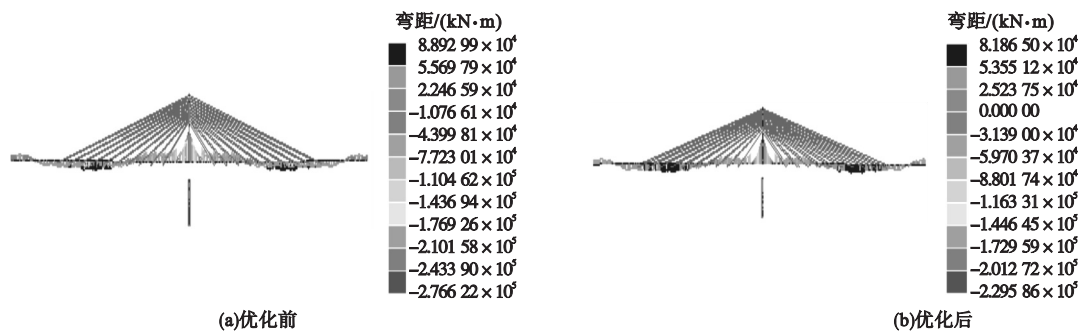


图6 优化前后主+附作用下的弯矩图

Fig. 6 Bending moment under the main, additional load before optimization and after optimization

从图5可以看出,主梁最大负弯矩出现在1/4跨处,主梁最大正弯矩出现在跨中处。可以看到在恒载作用下优化前最大弯矩值为31 550 kN·m,优化后最大弯矩值为27 709 kN·m,降低了12.17%;优化前最小弯矩值为-111 615 kN·m,优化后最小弯矩值为-103 900 kN·m,绝对值降低了7.42%;优化前跨中弯矩值为22 724 kN·m,优化后跨中弯矩值为20 980 kN·m,减低了7.67%。从图6可以得出,在恒载、活载、温度、横向风荷载同时作用下,主梁的正负弯矩值都有一定量的增加,同时因为矮塔斜拉桥在活载作用的影响,塔根负弯

矩会比较。通过索力优化,在主力+附加力作用下的塔根负弯矩从-276 622 kN·m减少到-229 586 kN·m,降低了16.96%,最大弯矩值也从优化前的88 929 kN·m减少到81 865 kN·m,降低了7.94%。分析表明,通过优化,主梁最大正负弯矩绝对值以及各处弯矩值都有一定程度的降低,主梁弯矩图也变得更加均匀。

3.3 主梁挠度结果对比

在自重和斜拉索竖向分力作用下,矮塔斜拉桥的主梁位移以竖向挠度为主,以主塔为中心线,索力优化前后主梁挠度对比如图7所示。

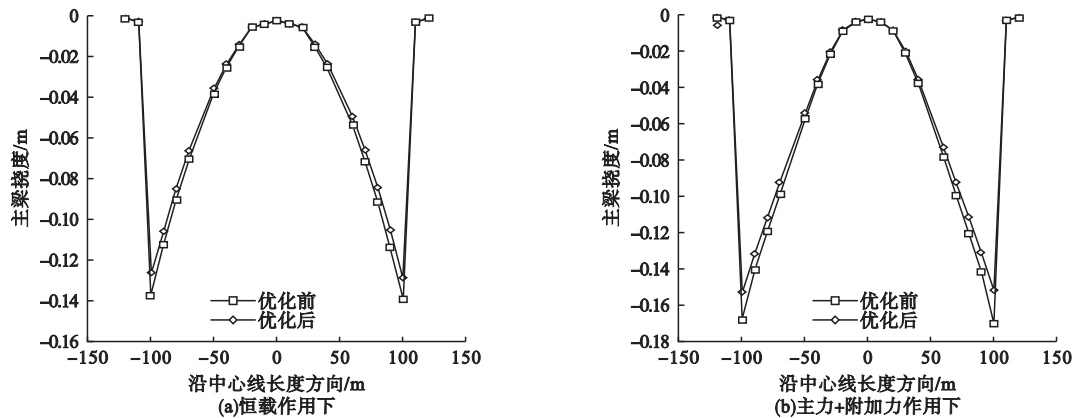


图7 优化前后恒载作用和主+附作用的挠度对比图

Fig. 7 Comparison of deflection under the constant load and main, additional force before optimization and after optimization

从图7可以看出,在恒载作用下,主梁位移方向为竖直向下,同时主梁竖向最大位移发生在两端的最大悬臂端附近。优化前主梁竖直方向的最大位移为-0.139 m,优化后主梁竖直方向的最大位移为-0.123 m,最

大位移量降低了11.51%。在主力+附加力作用下,由于受到恒载、活载、温度、横向风荷载的共同作用,主梁的竖向位移均有所增加。优化前竖直方向的最大位移为-0.169 m,优化后竖直方向的最大位移为-0.151 m,

最大位移量减低了 10.651%。因此可以看出,无论从恒载作用下还是从主力 + 附加力作用下的优化前后主梁挠度均可以得出,通过索力优化可以改变矮塔斜拉桥局部线形的变化情况,从而使主梁更接近理想成桥状态。

3.4 主梁应力结果对比

恒载作用下优化前后矮塔斜拉桥的应力如图 8 所示,主力 + 附加力作用下优化前后矮塔斜拉桥的应力如图 9 所示。

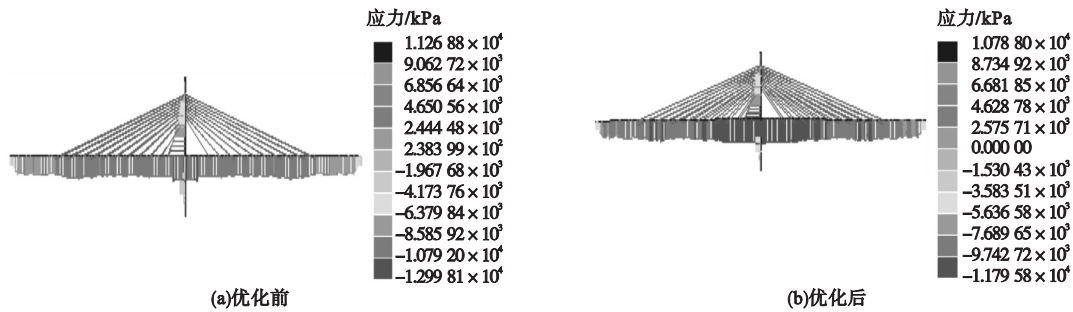


图 8 优化前后恒载作用下的应力图

Fig. 8 Stress under the constant load before optimization and after optimization

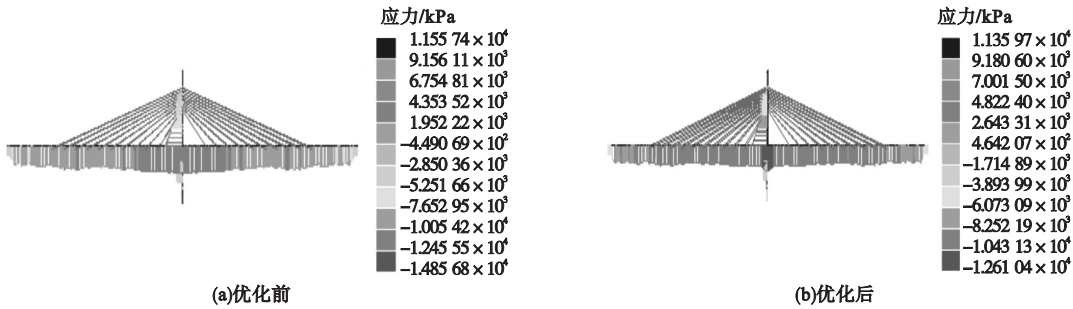


图 9 优化前后主 + 附作用下的主梁应力图

Fig. 9 Stress under the main, additional force before optimization and after optimization

从图 8 可以看出,在恒载作用下,优化前后的主梁均为压应力,主塔也呈全截面受压状态。主梁的最大压应力在最大悬臂端处,最小压应力在两端边墩处,而主塔的最大压应力位于塔梁固结的地方。优化前主梁最大压应力为 12.99 MPa,优化后主梁最大压应力为 11.79 MPa,降低了 9.23%;优化前主塔的最大压应力为 6.94 MPa,优化后主塔最大压应力为 6.38 MPa,降低了 8.06%。从图 9 可以看出,在主力 + 附加力作用下,矮塔斜拉桥整体结构状态同样为全截面受压。优化前主梁最大压应力为 14.85 MPa,优化后主梁最大压应力为 12.61 MPa,降低了 14.99%;优化前主塔最大压应力为 7.43 MPa,优化后主塔最大压应力为 6.87 MPa,降低了 7.53%。分析可知,索力优化可以有效地降

低矮塔斜拉桥整体结构的应力状态,使应力分布更加均匀,应力状态满足材料容许的应力要求。

4 结 论

(1) 在进行矮塔斜拉桥拉索索力优化过程中,通过恒载作用下的索力和主力 + 附加力作用下的优化结果对比可以看出,活载、温度荷载、横向风荷载对于索力的影响比恒载对索力的影响要小,因此可以从恒载的角度考虑成桥索力优化。

(2) 索力优化后,主梁最大正负弯矩绝对值以及各处弯矩值均有一定程度的降低,主梁弯矩图也变得更加均匀,避免出现桥梁个别截面内力过大的情况。

(3) 索力优化可以改变矮塔斜拉桥局部

线形的变化情况,从而使主梁更接近理想成桥状态。

(4) 索力优化可以有效地降低矮塔斜拉桥整体结构的应力状态,使应力分布更加均匀,应力状态满足材料容许的应力要求。

## 参考文献

- [1] 戴杰,秦凤江,狄瑾,等.斜拉桥成桥索力优化方法研究综述[J].中国公路学报,2019,32(5):17-37.  
(DAI Jie, QIN Fengjiang, DI Jin, et al. Review on cable force optimization method for cable-stayed bridge in completed bridge state[J]. Chinese journal of highway and transport, 2019, 32(5): 17-37.)
- [2] 王立峰,刘龙,肖子旺,等.大跨度矮塔斜拉桥结构静动力特性分析[J].中外公路,2013,33(3):118-121.  
(WANG Lifeng, LIU Long, XIAO Ziwan, et al. Analysis of static and dynamic characteristics of long-span cable-stayed extradosed bridge[J]. Journal of China and foreign highway, 2013, 33(3): 118-121.)
- [3] 田源,杨海霞.斜拉桥成桥索力优化理论及方法的最新进展[J].三峡大学学报(自然科学版),2013,35(2):47-52.  
(TIAN Yuan, YANG Haixia. Recent development of optimization theory and methods for completed bridge stay cable forces of cable-stayed bridge[J]. Journal of China three gorges university (natural sciences), 2013, 35(2): 47-52.)
- [4] HASSAN M M, NASSEF A O. Determination of optimum post-tensioning cable forces of cable-stayed bridges [J]. Engineering structures, 2012, 44: 248-259.
- [5] ASGARI B, OSMAN S A, ADNAN A. A new multi-constraint method for determining the optimal cable stresses in cable-stayed bridges [J]. The scientific world journal, 2014, 2014: 1-9.
- [6] 张雷.京沪高速铁路津沪联络线矮塔斜拉桥设计[J].桥梁建设,2012,42(4):69-74.  
(ZHANG Lei. Design of extradosed bridge on Tianjin-shanghai link line of Beijing-Shanghai high speed railway [J]. Bridge construction, 2012, 42(4): 69-74.)
- [7] MARTINS A M B, SIMOES L M C, NEGRAO J. Optimization of cable forces on concrete cable-stayed bridges including geometrical non-linearities [J]. Computers and structures, 2015, 155(15): 18-27.
- [8] CHEN D W, SUNG Y C, TEO E H. Optimum post-tensioning cable forces of Mau-Lo Hsi cable-stayed bridge [J]. Engineering structures, 2006, 28(10): 1407-1417.
- [9] 郭钟群,谢志华,赵奎,等.基于可行域法的斜拉桥索力优化[J].江西理工大学学报,2012,33(3):10-13.  
(GUO Zhongqun, XIE Zhihua, ZHAO Kui, et al. The cable tension optimization based on the feasible domain methods [J]. Journal of Jiangxi university of science and technology, 2012, 33(3): 10-13.)
- [10] 康春霞,杜仕朝,邹晓光.斜拉桥合理施工状态计算方法对比分析研究[J].铁道科学与工程学报,2017,14(1):87-93.  
(KANG Chunxia, DU Shizhao, ZU Xiaoguang. Discussion and comparative analysis on calculation method of reasonable construction state of cable stayed bridge [J]. Journal of railway science and engineering, 2017, 14(1): 87-93.)
- [11] 苑仁安,秦顺全.无应力状态法在钢绞线斜拉索施工中的应用[J].桥梁建设,2012,42(3):75-79.  
(YUAN Ren'an, QIN Shunquan. Application of unstressed state method to construction of steel strand stay cable [J]. Bridge construction, 2012, 42(3): 75-79.)
- [12] 周银,张雪松.基于最小弯曲能的结合梁斜拉桥恒载索力优化计算方法[J].中外公路,2018,38(4):177-180.  
(ZHOU Yin, ZHANG Xuesong. Optimization calculation method of dead load cable force of combined girder cable-stayed bridge based on minimum bending energy [J]. Journal of China and foreign highway, 2018, 38(4): 177-180.)
- [13] HA M H, VU Q A, TRUONG V H. Optimum design of stay cables of steel cable-stayed bridges using nonlinear inelastic analysis and genetic algorithm [J]. Structures, 2018, 16: 288-302.
- [14] BALDOMIR A, HERNANDEZ R, NIETO R. Cable optimization of a long span cable stayed bridge in la coruna (Spain) [J]. Advances in engineering software, 2010, 41(7): 93-1.
- [15] 刘益铭,刘大洋,刘山洪.基于MATLAB联合ANSYS的斜拉桥恒载索力优化[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2013,32(6):1111-1114.  
(LIU Yiming, LIU Dayang, LIU Shanhong. Optimization of cable forces of cable-stayed bridges based on MATLAB and ANSYS software under dead loads [J]. Journal of Chongqing jiaotong university (natural science), 2013, 32(6): 1111-1114.)
- [16] 全伟,白士杰,包龙生.高铁矮塔斜拉桥减隔震装置性能对比研究[J].沈阳建筑大学学报(自然科学版),2020,36(2):299-306.  
(QUAN Wei, BAI Shijie, BAO Longsheng. Study on seismic mitigation and isolation design of high-speed railway extradosed bridge [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2020, 36(2): 299-306.)
- [17] SONG C L, XIAO R C, SUN B. Optimization of cable pretension forces in long-span cable-stayed bridge considering the counterweight [J]. Engineering structures, 2018, 172: 919-928.  
(责任编辑:杨永生 英文审校:刘永军)