

曲线波纹钢腹板组合箱梁剪力滞翘曲 位移函数研究

王连广, 佟永晨, 陈力栋

(东北大学资源与土木工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘要 为解决曲线组合箱梁剪力滞效应分析方法、计算理论存在局限性的问题,提出一种解析的求解方法。**方法** 考虑滑移效应和弯扭耦合影响的同时,基于最小势能原理,建立分别基于抛物线型和余弦函数型位移函数的曲线波纹钢腹板组合箱梁的剪力滞效应的控制微分方程,及数值计算公式。通过对曲线波纹钢腹板组合箱梁实取截面进行计算分析,采用加权余量法对组合箱梁进行不同剪力滞翘曲位移下应变曲线规律的探讨。**结果** 当剪力滞翘曲函数按 n 次抛物线设定时, n 的取值对应变影响大小有限;相较于 n 次抛物线函数变化形式,余弦函数变化形式的应变差值更大,剪力滞效果更明显。**结论** 曲线波纹钢腹板组合箱梁顶底板的应变曲线随剪力滞翘曲位移函数的不同选择呈现出较大的差别。

关键词 波纹钢腹板;曲线组合箱梁;剪力滞效应;翘曲位移函数

中图分类号 TU398

文献标志码 A

Study on Shear Lag Warpage Displacement Function of Composite Box Girder with Curved Corrugated Steel Web

WANG Lianguang, TONG Yongchen, CHEN Lidong

(School of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang, China, 110819)

Abstract: In order to solve the limitations of the analysis method and calculation theory of the shear lag effect of curved composite box girder, an analytical solution method was proposed. Based on principle of minimum potential energy, differential equations and numerical calculation formats of a curved corrugated steel web composite box girder was established based on both the sliding effect and the bending-torsional coupling effect and based on parabolic and cosine function displacement functions, respectively. The strain curve of the composite box girder's actual section under different shear lag and warpage displacement was discussed by weighted residual method.

收稿日期:2020-09-23

基金项目:国家自然科学基金青年基金项目(51808100);辽宁省自然基金指导计划项目(2019-ZD_0004);辽宁省自然科学基金项目(20170540303)

作者简介:王连广(1964—),男,教授,主要从事预应力组合结构设计与计算理论方面研究。

When the shear lag warping function is set according to the n -th parabola, the value of n has a limited effect on the strain; the strain difference of the cosine function variation is larger and the shear lag effect is more obvious compared with that of the n -th parabolic function. The results show that the strain curves of the top and bottom plates of curved corrugated steel web composite box girder vary greatly with the shear lag warping displacement function.

Key words: corrugated steel web; curved composite box girder; shear lag effect; warping displacement function

波纹钢腹板组合箱梁具有较好的抗整体和局部剪切屈曲的能力,抗剪性能良好,且波纹钢腹板重量轻,避免了混凝土腹板质量过大的缺点,较大幅度减小了传递到下部结构的荷载,降低工程成本^[1-3]。纵向刚度较小的波纹钢腹板能有效地提高体内以及体外的预应力利用效率^[4]。在外部荷载作用下,由于波纹钢腹板有较小的厚度,产生的剪切变形更明显^[5]。由于结构变形沿其横向宽度方向的不均匀分布,在组合箱梁结构中广泛存在剪力滞后行为,并导致结构不稳定和破坏^[6]。目前,研究学者选择众多类型函数作为研究剪力滞的翘曲位移函数,文献^[7-10]分别采用 n 次抛物线型、余弦函数型和经验公式作为研究剪力滞效应的翘曲位移函数,并针对不同函数类型提出不同求解建议。不同剪力滞翘曲位移函数只是针对直线箱梁,而非曲线箱梁。附加外荷载的情况下,由于曲线梁曲率的存在,会产生扭转变形,导致横截面产生不对称的正应力。因此对于曲线组合箱梁而言,研究剪力滞效应时选择的翘曲位移函数同直线箱梁存在差异。曲线箱梁会产生强烈的弯扭耦合变形,分析剪力滞效应时需要考虑滑移效应和弯扭耦合^[11]效应所带来的影响。笔者以曲线波纹钢腹板组合箱梁作为研究分析对象,对其剪力滞效应翘曲位移函数的选择基于能量原理^[12-14],建立曲线波纹钢腹板组合箱梁的剪力滞效应抛物线型及余弦型翘曲位移函数计算公式^[15-16]。并采用加权余量法,对曲线波纹钢腹板组合箱梁实取截面进行计算分析。

1 抛物线型及余弦型翘曲位移函数

波纹钢腹板组合箱梁构造如图 1 所示。

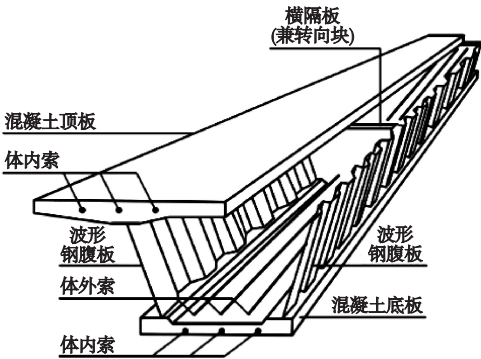


图 1 波纹钢腹板组合箱梁构造图
Fig. 1 Structural drawing of corrugated steel web composite box girder

根据波纹钢腹板组合箱梁的特点,基于能量原理研究剪力滞效应时假定:①混凝土顶板底板与波纹钢腹板竖向完全贴合;②剪力滞效应只在竖向弯曲中考虑;③忽略混凝土顶底板的竖向挤压应变和横向应变^[17];④波纹钢腹板组合箱梁各部分均为线弹性材料,并保持弹性工作状态。组合箱梁截面示意图如图 2 所示。

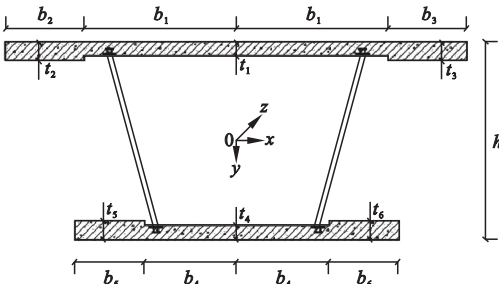


图 2 截面尺寸及坐标示意图
Fig. 2 Section size and coordinates

1.1 抛物线型翘曲位移函数

组合箱梁顶板底板假设6个不同剪力滞翘曲位移函数 $w_i(x, y, z)$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) 用来描述顶底板的纵向位移沿板宽方向的变化情况,并考虑竖向挠度位移和扭转位移的影响。

剪力滞翘曲位移函数设置:

$$\left\{ \begin{aligned} w_1(x, y, z) &= -h_1 \zeta_1 \left(1 - \frac{x^n}{|b_1|^n}\right) W_1(z), \\ w_2(x, y, z) &= -h_2 \zeta_2 \left(1 - \frac{(x+b_1+b_2)^n}{|b_2|^n}\right) W_2(z), \\ w_3(x, y, z) &= -h_3 \zeta_3 \left(1 - \frac{(x-b_1-b_3)^n}{|b_3|^n}\right) W_3(z), \\ w_4(x, y, z) &= h_4 \zeta_4 \left(1 - \frac{x^n}{|b_4|^n}\right) W_4(z), \\ w_5(x, y, z) &= h_5 \zeta_5 \left(1 - \frac{(x+b_4+b_5)^n}{|b_5|^n}\right) W_5(z), \\ w_6(x, y, z) &= h_6 \zeta_6 \left(1 - \frac{(x-b_4-b_6)^n}{|b_6|^n}\right) W_6(z). \end{aligned} \right. \quad (1)$$

式中: b_i ($i = 1, 4$) 为混凝土板宽度的一半; b_i ($i = 2, 3, 5, 6$) 为混凝土悬臂板宽度; $W_i(z)$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) 为翼缘板纵向转角差函数; h_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) 为区域形心至截面形心的距离; ζ_i 为边界条件与翼缘板宽度不同情形下的修正系数^[18]。

由于受曲率的影响,曲线组合箱梁的几何方程由 Timoshenko 给出^[19]:

$$\begin{aligned} \text{轴向应变为} \\ \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} - \frac{u}{R}. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{水平曲率为} \\ k_y = \frac{u}{R^2} + \frac{d^2 u}{dz^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{竖向曲率为} \\ k_x = \frac{d^2 v}{dz^2} - \frac{\varphi}{R}. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{扭率为} \\ k_\varphi = \frac{dv}{dz} + \frac{d\varphi}{R dz}. \end{aligned} \quad (5)$$

式中: u 为 x 方向位移; v 为 y 方向位移; w 为 z 方向位移, φ 为扭转角。

根据假定,混凝土顶底板产生的整正应变 ε_z 是满足平截面假定的刚性平面产生的正应变 ε_{z1} 与剪力滞翘曲位移产生的正应变 ε_{z2} 的和。正应变差值越大,剪力滞翘曲位移产生的正应变差值越大,剪力滞效应越明显。

体系总势能由变形势能 \bar{U} 和外荷载势能 \bar{V} 两部分组成:

$$\delta \Pi (\bar{U} + \bar{V}) = 0. \quad (6)$$

根据最小势能原理,体系总势能表达式为

$$\begin{aligned} \Pi = & \int_0^s \left[v'^2 + \left(\frac{\varphi}{R} \right)^2 - 2v'' \frac{\varphi}{R} \right] E_c \left(\sum_{i=1}^6 I_i \right) + \int_0^s \frac{2n^2 E_c}{(2n+1)(n+1)} \left(\sum_{i=1}^6 I_i \sigma_i^2 W_i'^2 \right) dz + \\ & (M_x v' - Q_v v - T_z \varphi) \Big|_0^s + \frac{1}{2} E_{\text{eff}} I_f \int_0^s \left(v'' - \frac{\varphi}{R} \right)^2 dz - \int_0^s 2 \left(v'' - \frac{\varphi}{R} \right) \frac{n}{n+1} E_c \left(\sum_{i=1}^6 I_i \zeta_i W_i' \right) dz + \\ & \int_0^s f_{c1}^2 E_c \eta_1'^2 \left[t_1 b_1 + \frac{1}{2} (t_2 b_2 + t_3 b_3) \right] + f_{c2}^2 E_c \eta_2'^2 \left[t_4 b_4 + \frac{1}{2} (t_5 b_5 + t_6 b_6) \right] dz - \int_0^s 2 f_{c1} \frac{n}{n+1} E_c \eta_1' \\ & \left(\sum_{i=1}^3 S_i \zeta_i W_i' \right) dz + \int_0^s 2 \left(v'' - \frac{\varphi}{R} \right) f_{c1} E_c \eta_1' \left(\sum_{i=1}^3 S_i \right) dz + \int_0^s 2 f_{c2} \frac{n}{n+1} E_c \eta_2' \left(\sum_{i=4}^6 S_i \zeta_i W_i' \right) dz - \\ & \int_0^s 2 \left(v'' - \frac{\varphi}{R} \right) f_{c2} E_c \eta_2' \left(\sum_{i=4}^6 S_i \right) dz + \int_0^s G_c \frac{n^2}{2n-1} \left(\sum_{i=1}^6 \frac{I_i \zeta_i^2 W_i'^2}{b_i^2} \right) dz + \frac{1}{2} \int_0^s (G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}) \\ & \left(\varphi' + \frac{v'}{R} \right)^2 dz + \frac{E}{2} \int_0^s I_\omega \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right)^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^s k_d (\eta_1^2 + \eta_2^2) dz - \int_0^s (q_y v + m_z \varphi) dz. \end{aligned} \quad (7)$$

式中: M_x 为端部弯矩; Q_v 端部剪力; T_z 为端部扭矩; q_y 为竖向荷载; m_z 为分布扭矩; E_c 为混凝土弹性模量; E_{eff} 为等效弹性模量; K_{Tc} 、 K_{Ts} 为混凝土、钢筋抗扭惯性矩; G_c 、 G_s 为混凝土、钢筋剪切模量; f_{cl} 、 f_{c2} 为混凝土轴心抗压强度设计值; I_f 为波纹钢腹板惯性矩; I_{ω} 为广义扇形惯性矩; k_d 为剪力连接件分布刚度; η_1 、 η_2 为组合箱梁界面滑移量; 令 $S_i =$

$t_i b_i h_i (i = 1, 4); S_i = 0.5 t_i b_i h_i (i = 2, 3, 5, 6); I_i = t_i b_i h_i^2 (i = 1, 4); I_i = 0.5 t_i b_i h_i^2 (i = 2, 3, 5, 6)。$

当 $\delta\pi = 0$ 时, 在外部荷载作用下, 结构保持平衡状态, 采用分部积分法并考虑弯扭、剪力滞后以及界面滑移耦合得到控制微分方程:

$$\begin{aligned} & [2E_c(\sum_{i=1}^6 I_i) + \frac{EI_{\omega}}{R^2} + E_{\text{eff}}I_f]v^{(4)} + \frac{EI_{\omega}}{R}\varphi^{(4)} \left[\frac{-2E_c(\sum_{i=1}^6 I_i)}{r} - \frac{G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}}{R^2} - \frac{E_{\text{eff}}I_f}{R} \right] \varphi'' - \\ & \frac{2n}{n+1}E_c(\sum_{i=1}^6 I_i \zeta_i W_i''') + 2f_{cl}E_c \eta_1' (\sum_{i=1}^3 S_i) - \frac{G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}}{R^2} v'' - 2f_{c2}E_c \eta_2' (\sum_{i=4}^6 S_i) - q_y = 0. \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{EI_{\omega}}{R}v^{(4)} + \left[\frac{-2E_c}{R}(\sum_{i=1}^6 I_i) - \frac{G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts}}{R^2} - \frac{E_{\text{eff}}I_f}{R} \right] v'' + EI_{\omega}\varphi^{(4)} - (G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts})\varphi'' - m_z + \\ & \left[\frac{2E_c}{R^2}(\sum_{i=1}^6 I_i) + \frac{E_{\text{eff}}I_f}{R^2} \right] \varphi + \frac{2n}{R(n+1)}E_c(\sum_{i=1}^6 I_i \zeta_i W_i') - \frac{2E_{\omega}f_{cl}}{R}(\sum_{i=1}^3 S_i)\eta_1' + \frac{2E_{\omega}f_{c2}}{R}(\sum_{i=4}^6 S_i)\eta_2' = 0. \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2n}{n+1}E_c \zeta_i I_i v''' - \frac{4n^2 E_c}{(2n+1)(n+1)} I_i \zeta_i W_i'' + \frac{n^2}{2n-1} G_c \frac{2I_i \zeta_i^2 W_i}{b_i^2} - \frac{2n}{R(n+1)} E_c I_i \zeta_i \varphi' + \\ & \frac{2n}{n+1} f_{cl} E_c \zeta_i S_i \eta_1'' = 0 (i = 1, 2, 3). \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2n}{n+1}E_c \zeta_i I_i v''' - \frac{4n^2 E_c}{(2n+1)(n+1)} I_i \zeta_i W_i'' + \frac{n^2}{2n-1} G_c \frac{2I_i \zeta_i^2 W_i}{b_i^2} - \frac{2n}{R(n+1)} E_c I_i \zeta_i \varphi' + \\ & \frac{2n}{n+1} f_{c2} E_c \zeta_i S_i \eta_2'' = 0 (i = 4, 5, 6). \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -2f_{cl}E_c(\sum_{i=1}^3 S_i)v''' + \frac{2f_{cl}E_c}{R}(\sum_{i=1}^3 S_i)\varphi' - f_{cl}^2 E_c [2t_1 b_1 + (t_2 b_2 + t_3 b_3)]\eta_1'' + \\ & \frac{2n}{n+1}f_{cl}E_c(\sum_{i=1}^3 S_i \zeta_i W_i'') + k_d \eta_1 = 0. \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2f_{c2}E_c(\sum_{i=1}^3 S_i)v''' - \frac{2f_{c2}E_c}{R}(\sum_{i=1}^3 S_i)\varphi' - f_{c2}^2 E_c [2t_4 b_4 + (t_5 b_5 + t_6 b_6)]\eta_2'' - \\ & \frac{2n}{n+1}f_{c2}E_c(\sum_{i=1}^3 S_i \zeta_i W_i'') + k_d \eta_2 = 0. \quad (13) \end{aligned}$$

多个位移函数耦合的高阶常系数微分方程联立很难求得闭合解, 因此考虑数值解代替。笔者采用加权余量法进行求解。

根据边界条件假设试函数和权函数均为

$v = v_n \sin(\pi z/l); \varphi = \varphi_n \sin(\pi z/l);$
 $W_i = W_{in} \cos(\pi z/l), (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6);$
 $\eta_i = \eta_{in} \cos(\pi z/l), (i = 1, 2)。$

代入(8)~(13)中得:

$$\begin{cases} k_{11}v_n + k_{12}\varphi_n + \sum_{i=3}^8 k_{1i}W_{(i-2)n} + \sum_{i=9}^{10} k_{1i}\eta_{(i-8)n} = q_n, \\ k_{21}v_n + k_{22}\varphi_n + \sum_{i=3}^8 k_{2i}W_{(i-2)n} + \sum_{i=9}^{10} k_{2i}\eta_{(i-8)n} = m_z, \\ k_{31}v_n + k_{32}\varphi_n + \sum_{i=3}^8 k_{3i}W_{(i-2)n} + \sum_{i=9}^{10} k_{3i}\eta_{(i-8)n} = 0, \\ \vdots \\ k_{101}v_n + k_{102}\varphi_n + \sum_{i=3}^8 k_{10i}W_{(i-2)n} + \sum_{i=9}^{10} k_{10i}\eta_{(i-8)n} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

采用加权余量法求得混凝土顶底板不同宽度处的正应力值:

顶板应力为

$$\sigma_{ci} = E_c \varepsilon_i = E_c \left[h_i \left(\frac{d^2 v}{dz^2} - \frac{\varphi}{R} \right) - h_i \sigma_i \left(1 - \frac{x^n}{|b_i^n|} \right) w'_i(z) + f_{ci} \eta'_i(z) \right], (i=1, 2, 3). \quad (15)$$

底板应力为

$$\sigma_{ci} = E_c \varepsilon_i = E_c \left[-h_i \left(\frac{d^2 v}{dz^2} - \frac{\varphi}{R} \right) + \right.$$

$$\left. h_i \sigma_i \left(1 - \frac{x^n}{|b_i^n|} \right) w'_i(z) + f_{ci} \eta'_i(z) \right], (i=4, 5, 6). \quad (16)$$

1.2 余弦型翘曲位移函数

基于抛物线型剪力滞翘曲位移的公式推导的基础上,推导出曲线波纹钢腹板组合箱梁余弦型剪力滞翘曲位移函数^[20-21]。

剪力滞翘曲位移函数设置:

$$\begin{cases} w_1(x, y, z) = -\alpha_1 \cos \frac{\pi x}{|2b_1|} u_1(z), \\ w_2(x, y, z) = -\alpha_2 \cos \frac{\pi(x+b_1+b_2)}{|2b_2|} u_2(z), \\ w_3(x, y, z) = -\alpha_3 \cos \frac{\pi(x-b_1-b_3)}{|2b_3|} u_3(z), \\ w_4(x, y, z) = \alpha_4 \cos \frac{\pi x}{|2b_4|} u_4(z), \\ w_5(x, y, z) = \alpha_5 \cos \frac{\pi(x+b_4+b_5)}{|2b_5|} u_5(z), \\ w_6(x, y, z) = \alpha_6 \cos \frac{\pi(x-b_4-b_6)}{|2b_6|} u_6(z). \end{cases} \quad (17)$$

式中: $\alpha_1 = \alpha_4 = 1$; $\alpha_i = (b_i/b_1)^2 (i=2, 3)$; $\alpha_i = (b_i/b_4)^2 (i=5, 6)$; $u_i(z)$ 为翼缘板纵向最大位移差函数。

基于能量法推导出控制微分方程和边界条件,采用加权余量法得出混凝土顶底板不同宽度处表达式:

顶板应力为

$$\sigma_{ci} = E_c \varepsilon_i = E_c \left[h_i \left(\frac{d^2 v}{dz^2} - \frac{\varphi}{R} \right) - \right.$$

$$\left. \alpha_i \cos \frac{\pi x}{|2b_i|} u'_i(z) + f_{ci} \eta'_i(z) \right], (i=1, 2, 3). \quad (18)$$

底板应力为

$$\sigma_{ci} = E_c \varepsilon_i = E_c \left[-h_i \left(\frac{d^2 v}{dz^2} - \frac{\varphi}{R} \right) + \right.$$

$$\left. \alpha_i \cos \frac{\pi x}{|2b_i|} u'_i(z) + f'_{ci} \eta'_i(z) \right], (i=4, 5, 6). \quad (19)$$

2 算例分析

笔者采用推导的控制微分方程式(8)~(13)和化简的代数方程式(15)、(16)、(18)、(19)计算,简化起见,令 $b_5 = b_6 = 0$, $t_5 = t_6 = 0$, $w_i = w(z) (i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$, $b_1 = b_4 = 1\,000\text{ mm}$, $b_2 = b_3 = 400\text{ mm}$, $t_i = 50\text{ mm} (i=1, 2, 3, 4)$ 。

材料及截面参数: $E_c = 3.45 \times 10^4\text{ MPa}$, $E_s = 2 \times 10^5\text{ MPa}$, $\mu_c = 0.2$, $\mu_s = 0.3$, 混凝土选用 C50, $f_c = 23.1\text{ MPa}$, 剪力连接件截面采用双排栓钉, 直径 $d = 13\text{ mm}$, 间距 $s = 100\text{ mm}$, 刚度 $K = 0.66 V_u$, 其中 $V_u = 0.43 A \sqrt{E_s f_c}$ 。

曲线波纹钢腹板组合箱梁截面尺寸与腹板波纹形状如图3所示。

计算得: $K_d = 1\,345\text{ N/mm}$, 中和轴位置: $h_i = 183\text{ mm} (i=1, 2, 3)$, $h_4 = 217\text{ mm}$, $h_5 = h_6 = 0$, $G_c = 1.44 \times 10^4\text{ MPa}$, $G_s = 7.69 \times 10^4\text{ MPa}$, $G_{\text{eff}} = 7.0 \times 10^4\text{ MPa}$, $E_{\text{eff}} = 186.6\text{ MPa}$, $I_{\text{eff}} = 14\,696\,267\text{ mm}^4$, $f_{cl} = -1.08 \times 10^{-4}$,

$f_{c2} = -1.51 \times 10^{-4}$, 扇形惯性矩: $EI_w = 3.28 \times 10^{19} \text{ mm}^6$, 组合梁抗扭惯性矩: $G_c k_{Tc} + G_s k_{Ts} = 3.3 \times 10^{14} \text{ MPa}$, 曲线梁曲率半径: $R = 5 \times 10^4 \text{ mm}$, $l = 5\,000 \text{ mm}$, 均布荷载: 160 N/mm , $q_n = 203.7 \text{ N/mm}$, $\zeta_1 = \zeta_4 = 1$, $\zeta_2 = \zeta_3 = 0.16$ 。

式(10)可简化为:

$$\begin{cases} k_{11}v_n + k_{12}\varphi_n + k_{13}W_n + k_{14}\eta_{1n} + k_{15}\eta_{2n} = q_y, \\ k_{21}v_n + k_{22}\varphi_n + k_{23}W_n + k_{24}\eta_{1n} + k_{25}\eta_{2n} = m_z, \\ k_{31}v_n + k_{32}\varphi_n + k_{33}W_n + k_{34}\eta_{1n} + k_{35}\eta_{2n} = 0, \\ k_{41}v_n + k_{42}\varphi_n + k_{43}W_n + k_{44}\eta_{1n} + k_{45}\eta_{2n} = 0, \\ k_{51}v_n + k_{52}\varphi_n + k_{53}W_n + k_{54}\eta_{1n} + k_{55}\eta_{2n} = 0. \end{cases}$$

(20)

表1 曲线波纹钢腹板箱梁计算结果

Table 1 Calculate results of curved corrugated steel web box girder

函数类型	v_n/mm	φ_n	W_n/u_n	η_{1n}/mm	η_{2n}/mm
2次抛物线	3.820 3	-0.000 74	0.000 6	0.000 061	-0.000 11
3次抛物线	3.792 1	-0.000 74	0.000 51	0.000 061	-0.000 11
4次抛物线	3.740 1	-0.000 74	0.000 43	0.000 060	-0.000 10
5次抛物线	3.687 1	-0.000 68	0.000 37	0.000 060	-0.000 10
6次抛物线	3.641 0	0.000 68	0.000 33	0.000 060	-0.000 10
7次抛物线	3.604 1	-0.000 68	0.000 33	0.000 060	-0.000 10
余弦型函数	4.06	-0.000 74	0.173/0.23	0.000 058	-0.001 20

其中沿着 x 轴正方向滑移得到数值为正的滑移量 η_{1n} , 沿着 x 轴负方向滑移得到数值为负的滑移量 η_{2n} 。

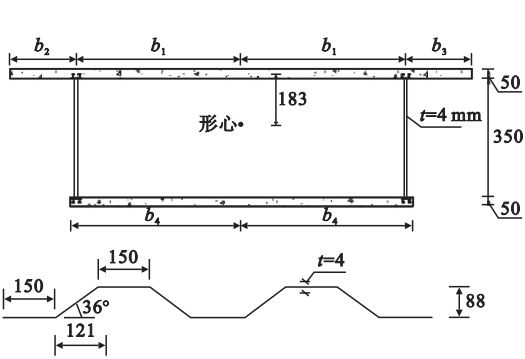
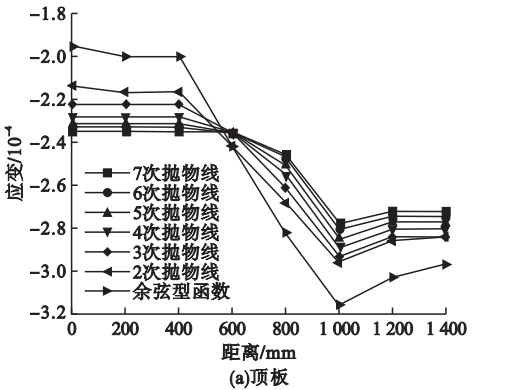


图3 波纹钢腹板组合箱梁截面尺寸与形状示意图

Fig.3 Schematic diagram of section size and shape of corrugated steel web composite box girder
 n 取 2 ~ 7, 设剪力滞翘曲位移函数按余弦变化, 解方程得出计算结果如表 1 所示。



跨中截面不同宽度处顶底板抛物线型和余弦型函数正应变对比分析如图 4 所示。

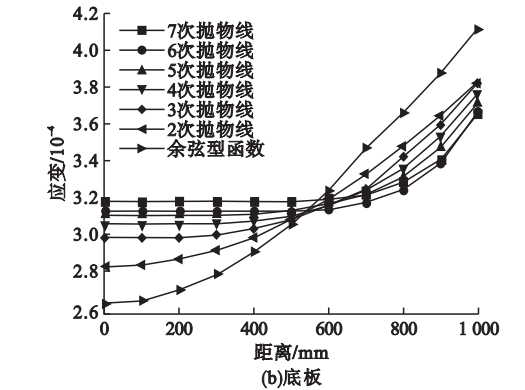


图4 顶板底板位移函数对比分析

Fig.4 Comparative analysis of displacement functions of roof plate and bottom plate

由图4(a)可知,在 n 取值从2到7的过程中,顶板应变曲线呈逐渐逼近的规律而非远离,说明顶板剪力滞翘曲函数按 n 次抛物线设定是收敛的。在顶板中点位置、翼缘板腹板交点位置和悬臂板边缘,按 n 次抛物线规律变化的考虑剪力滞效应的应变差别不大,即 n 的取值对应变的影响大小有限。在上翼缘板中,当剪力滞翘曲函数的变化规律为余弦函数时,顶板中点与翼缘板腹板交点、翼缘板腹板交点和悬臂板边缘的应变差值较 n 次抛物线函数变化形式更大,说明按照余弦函数变化的剪力滞翘曲函数在整块顶板会得出更明显的考虑剪力滞的应变变化曲线。所有曲线中同一位置最大和最小应变差值为 4.4×10^{-5} ,顶板沿板宽的实际应变规律更符合哪条应变曲线需由试验或精细化模型模拟得出。由图4(b)可知,在 n 取值从2到7的过程中,底板应变曲线呈逐渐逼近的规律而非远离,说明剪力滞翘曲函数按 n 次抛物线设定是收敛的。在底板中点位置,按 n 次抛物线规律变化的考虑剪力滞效应的应变差别略大,达到 3.4×10^{-5} ,但在底板腹板交点位置处变化不大。当剪力滞翘曲函数的变化规律为余弦函数时,在悬臂板边缘较 n 次抛物线函数变化形式更大,说明按照余弦函数变化的剪力滞翘曲函数在整块顶板会得出更明显的考虑剪力滞的应变变化曲线。所有曲线中最大和最小应变差值为 5.4×10^{-5} ,底板沿板宽的实际应变规律更符合哪条应变曲线需由试验或精细化模型模拟得出。

3 结 论

(1)曲线波纹钢腹板剪力滞翘曲函数按 n 次抛物线设定是收敛的。

(2)剪滞翘曲函数按照 n 次抛物线变化考虑剪力滞时,顶板不同位置应变差值差异不大,小于 2.0×10^{-5} ;底板中点位置应变差值差异较大,达到 3.4×10^{-5} ,其他位置变化不大,故对底板 n 的考虑需区分应变考察的

位置。

(3)曲线波纹钢腹板组合箱梁应变曲线中最大与最小应变差值为 4.4×10^{-5} ,底板差值为 5.4×10^{-5} ,应变随剪力滞翘曲位移函数的不同选择呈现出较大的差别,顶板底板沿板宽的实际应变规律更符合哪条应变曲线需由试验或精细化模型模拟得出。

参考文献

- [1] 王连广. 预应力钢与混凝土组合结构[M], 北京: 科学出版社, 2009.
(WANG Lianguang. Prestressed composite structures of steel and concrete [M]. Beijing: Science Press, 2009.)
- [2] 万水, 李淑琴, 马磊. 波形钢腹板预应力混凝土组合箱梁结构在中国桥梁工程中的应用[J]. 建筑科学与工程学报, 2009, 26(2): 15-20.
(WAN Shui, LI Shuqin, MA Lei. Application of prestressed concrete composite box-girder structure with corrugated steel webs in bridge engineering in China [J]. Journal of architecture and civil engineering, 2009, 26(2): 15-20.)
- [3] 徐强, 万水. 波形钢腹板 PC 组合箱梁设计与应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 2015.
(XU Qiang, WAN Shui. Design and application of PC composite box girder with corrugated steel webs [M]. Beijing: China Communications Press, 1994.)
- [4] 吴丽丽, 余珍, 邢瑞蛟, 等. 新型波形钢腹板支架结构及力学性能分析[J]. 中国矿业大学学报, 2014, 43(2): 227-232.
(WU Lili, YU Zhen, XING Ruijiao, et al. A new metal supporting structure with corrugated webs and its mechanical property [J]. Journal of China university of mining & technology, 2014, 43(2): 227-232.)
- [5] CHANG S T. Shear lag effect in simply supported prestressed concrete box girder[J]. Journal of bridge engineering, 2014, 9(2): 178-184.
- [6] GARA F, RANZI G, LEONI G. Partial interaction analysis with shear-lag effects of composite bridges: a finite element implementation for design applications[J]. Advanced steel construction, 2011, 7(1): 1-16.
- [7] 张元海, 白昕, 林丽霞. 箱形梁剪力滞效应的改进分析方法研究[J]. 土木工程学报, 2012, 45(11): 153-158.
(ZHANG Yuanhai, BAI Xin, LIN Lixia. An improved approach for analyzing shear lag effect of box girders [J]. China civil engineering journal, 2012, 45(11): 153-158.)
- [8] 姚晓东, 张元海. 基于抽象翘曲位移函数的箱

- 形梁剪力滞效应分析[J]. 应用数学和力学, 2018, 39(12): 1351-1363.
(YAO Xiaodong, ZHANG Yuanhai. Analysis of shear lag effects in box girders based on abstract warping displacement functions[J]. Applied mathematics and mechanics, 2018, 39(12): 1351-1363.)
- [9] 李夏元, 万水, 陈建兵, 等. 基于修正翘曲位移函数的薄壁箱梁剪力滞效应分析[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2018, 48(5): 851-856.
(LI Xiayuan, WAN Shui, CHEN Jianbing, et al. Analysis on shear lag effect in thin-walled box girders based on modified warping displacement function[J]. Journal of southeast university (natural science edition), 2018, 48(5): 851-856.)
- [10] 刘旭政, 程坤, 陈晔, 等. 大跨度变截面波形钢腹板组合连续箱梁桥剪力滞效应研究[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2017, 33(5): 855-862.
(LIU Xuzheng, CHENG Kun, CHEN Ye, et al. Analysis on shear lag effect in thin-walled box girders based on modified warping displacement function[J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2017, 33(5): 855-862.)
- [11] HAN H, LIU L, CAO D Q. Dynamic modeling for rotating composite Timoshenko beam and analysis on its bending-torsion coupled vibration[J]. Applied mathematical modeling, 2020, 78(2): 773-791.
- [12] 张绍武, 吕安安, 赵志刚, 等. 装配式夹芯保温板拉结件性能指标评价体系研究[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2020, 36(2): 255-262.
(ZHANG Shaowu, Lü Anan, ZHAO Zhigang, et al. Assembling evaluation index of tensile strength of assembled sandwich insulation board department of research[J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2020, 36(2): 255-262.)
- [13] ZHANG Y H, LIN L X. Shear lag analysis of thin-walled box girders based on a new generalized displacement[J]. Engineering structures, 2014, 61(3): 73-83.
- [14] 罗旗帜. 计算曲线梁桥的传递矩阵法[J]. 中南公路工程, 1990(3): 32-42.
(LUO Qizhi. Transfer matrix method for calculating curved girder bridge[J]. Central south highway engineering, 1990(3): 32-42.)
- [15] 蔺鹏臻, 刘凤奎, 杨军, 等. 箱梁剪力滞翘曲位移函数的定义及其应用[J]. 计算力学学报, 2012, 29(5): 789-794.
(LIN Pengzhen, LIU Fengkui, YANG Jun, et al. Definition and application of shear-lag warping displacement functions of box girders[J]. Chinese journal of computational mechanics, 2012, 29(5): 789-794.)
- [16] 王连广, 万江. 钢与混凝土组合箱梁剪力滞效应分析[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2015, 36(8): 1204-1207.
(WANG Lianguang, WAN Jiang. Analysis of shear lag effect of steel and concrete composite box girders[J]. Journal of northeastern university (natural science), 2015, 36(8): 1204-207.)
- [17] 卢海林, 蔡恒, 黄民水, 等. 薄壁曲线箱梁剪滞翘曲位移模式研究[J]. 武汉大学学报(工学版), 2019, 52(1): 40-45.
(LU Hailin, CAI Heng, HUANG Minshui, et al. Shear lag warping displacement mode research of thin-walled curved box girder[J]. Engineering journal of Wuhan university, 2019, 52(1): 40-45.)
- [18] 张元海, 李乔. 曲线箱梁考虑剪滞效应时的弯扭分析[J]. 工程力学, 2009, 26(10): 123-129.
(ZHANG Yuanhai, LI Qiao. Flexural-torsional analysis of curved box-girders with the consideration of the shear lag effect[J]. Engineering mechanics, 2009, 26(10): 123-129.)
- [19] 邵容光, 夏淦. 混凝土弯梁桥[M]. 北京: 人民交通出版社, 1994.
(SHAO Rongguang, XIA Gan. Curved concrete bridge[M]. Beijing: China Communications Press, 1994.)
- [20] 钱寅泉, 倪元增. 单室箱桥的剪力滞分析[J]. 中国公路学报, 1989(2): 28-38.
(QIAN Yinquan, NI Yuanzeng. Analysis of shear lag effect in single cell box girder bridges[J]. China journal of highway and transport, 1989(2): 28-38.)
- [21] 钱寅泉, 倪元增. 箱梁剪力滞计算的翘曲函数法[J]. 铁道学报, 1990(2): 57-70.
(QIAN Yinquan, NI Yuanzeng. Warping displacement function method for calculation of shear lag effect in box girder[J]. Journal of the China railway society, 1990(2): 57-70.)
(责任编辑: 徐玉梅 英文审校: 唐玉兰)