

低速重载工程机械轮轨接触分析方法

郑夕健,李博言

(沈阳建筑大学机械工程学院,辽宁 沈阳 110168)

摘要 目的 基于低速重载工程机械运行速度慢、载重量大等特点,对其进行定义,并提出关于其轮轨接触问题的解决办法。**方法** 利用 APDL 语言建立轮轨接触分析参数化模型,通过非线性有限元接触分析技术对无轮缘车轮和轨道与有轮缘车轮和轨道进行对比分析;并通过 Von-Mises 应力云图对安装误差引起的偏斜运行轮轨结构进行分析。**结果** 在轮轨结构横向截面与纵向截面的接触区域有塑性变形的产生,应力值降低且扩散面积增大;对无轮缘轮轨结构接触区和双轮缘轮轨结构接触区在相同的条件进行分析,无轮缘车轮-轨道的应力值明显更小;垂直偏斜对接触应力的变化影响较小,但长期接触会导致轨道或车轮单侧磨损;侧向力作用下会导致轮轨结构接触状态变差。**结论** 在低速重载的工作条件下,轮轨结构材料接触应力值较小,易塑性变形;在相同的工作状态下,对无轮缘车轮-轨道结构与双轮缘车轮-轨道结构的接触区域进行对比,无轮缘车轮-轨道结构的最大接触应力值较小;低速重载工程机械的车轮垂直偏斜和运行过程的侧向力作用下的偏载,对整机运行稳定性产生较大影响。

关键词 有限元;弹性分析;塑性分析;偏斜分析

中图分类号 TU391

文献标志码 A

Research on Wheel-Rail Contact Analysis of Low-Speed Heavy Load Construction Machinery

ZHENG Xijian, LI Boyan

(School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168)

Abstract: According to the wheel pressure value and the whole vehicle running speed, the low speed and heavy load construction machinery is defined and put forward the solution of the contact problem of low speed and heavy load construction machinery. A parametric wheel-rail contact analysis model was established by using APDL language, and a comparative analysis was carried out on wheel-rail wheels and tracks with flanged wheels and tracks by using nonlinear finite element contact analysis technology. The deflection of wheel and rail structure caused by

收稿日期:2020-08-19

基金项目:国家自然科学基金项目(51805337)

作者简介:郑夕健(1963—),男,教授,博士,主要从事建筑机械、机械工程方面研究。

installation error was analyzed with Von-Mises stress nephogram. Plastic deformation occurs in the contact area between transverse section and longitudinal section of wheel-rail structure, the area of stress diffusion increases obviously and the stress value is decreases obviously. Under the same load, the stress value of the contact analysis of the wheel-track structure with no rim is obviously lower than that of the double-rim wheel. Vertical deflection has little influence on the change of contact stress, but long-term contact may lead to unilateral wear of track or wheel. Under the action of lateral force, the contact state of wheel-rail structure becomes worse. Under the working condition of low speed and heavy load, the contact stress of wheel-rail structure material is small and easy to plastic deformation. Under the same working condition, the maximum contact stress in the contact region is smaller in the wheel-track structure with no rim than in the double-rim wheel-track structure. The vertical deflection of the wheel under low speed and heavy load and the partial load under the lateral force during operation have great influence on the operation stability of the whole machine.

Key words: finite element; elastic analysis; plastic analysis; skew analysis

接触状态决定了结构的承载能力,在工程机械中,接触状态大多为低速重载,运行过程中所受载荷冲击容易造成结构的弹塑性失效。在接触状态等问题上,国内外目前已经获得了一些有价值的研究成果。V. L. Popov等^[1]提出在“半空间近似”的框架内找到接触问题的精确解的方法。D. Kono等^[2]通过研究分析了接触分析的可逆性和不可逆性。R. M. Nejad等^[3]对不同情况下车轮的载荷方向和磨损现象进行应力分析,对比滚动接触疲劳裂纹扩展情况。J. Y. Kim等^[4]为了尽量避免由有限元接触分析中接触表面的几何近似导致的问题,采用了 mortar 方法作为非协调接触处理方案。A. Sladkowski等^[5]对不同车轮型面对轮轨结构接触应力与接触斑的影响使用有限元法进行了分析。J. Han等^[6]通过有限元软件,在数值上模拟了由于车轮扁疤所造成的轮轨冲击响应。X. Zhao等^[7]建立三维有限元模型来模拟滚动接触,重点研究切向问题对滚动摩擦接触区域的影响。郑圣义等^[8]应用有限元对门定轮和轨道接触时的受力特性进行分析,得到其接触应力的变化规律。闫振华等^[9]通过运用 ABAQUS 建立支重轮履带板非线性接触有限元模型的方式,对大型履带支重轮与履带板间的接触问题进行了分析验证。唐进元

等^[10]研究齿轮啮合传动时由啮合点处速度差异导致的轮齿接触冲击现象,并建立了齿轮啮合接触冲击模型。潘睿等^[11]对长期运行后的曲线地段 U71Mn 钢钢轨表层组织与硬度进行了研究,发现了踏面 3 个区的损伤形貌特点。张立君等^[12]借助万能力学试验机、高频振动疲劳试验机研究了挤压铸造铝合金轮毂材料的微观特性及力学性能。

基于上述分析,笔者参考《通用门式起重机》(GB/T 14406—2011)^[13]、《擦窗机》(GB 19154—2017)^[14]和《起重机设计规范》(GB/T 3811—2008)^[15]等各类相关文献,通过对低速重载工程机械的轮轨结构进行接触分析,分析轮轨结构接触状态在各种不同条件下的不同应力结果,为以后相关领域的设计和提供可研究的依据。

1 轮轨接触有限元分析

1.1 非线性有限元求解技术

分析非线性问题时,近似解法是求解接触问题的常用解法。应用数值解法进行求解的结果并不唯一。由于接触问题求解的复杂性,结果处理的困难性,因此普通方法是不可行的^[16]。

直接迭代法和 Newton 迭代增量法的使用在求解小变形弹性问题和小变形弹塑性问

题时是非常普遍的,如式(1)所示。

$$\boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}. \tag{1}$$

在接触问题中, \boldsymbol{M} 为关于位移的矩阵,代换式(1),可得:

$$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{f} = 0. \tag{2}$$

假设 $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})$ 为初始取值近似为 \boldsymbol{x}^0 , 进行 n 次迭代后的近似值为 $\boldsymbol{x}^{(n)}$ 的一阶连续可导的函数。把 $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})$ 在 $\boldsymbol{x}^{(n)}$ 处进行泰勒展开,获得式(3)。

$$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}^{(n)}) + \boldsymbol{M}_T^{(n)}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}^{(n)}) \approx 0. \tag{3}$$

通过计算求解获得新的近似值 $\boldsymbol{x}^{(n+1)}$:

$$\boldsymbol{x}^{(n+1)} = \boldsymbol{x}^{(n)} + (\boldsymbol{M}_T^{(n)})^{-1} \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}^{(n)}). \tag{4}$$

$$\boldsymbol{M}_T^{(n)} = \left. \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \boldsymbol{x}} \right|_{\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^{(n)}}. \tag{5}$$

接触问题可以大致分为物体的刚性体 – 柔性体接触和柔性体 – 柔性体的接触。刚性体 – 柔性体接触的含义为其中一个接触面的刚度值较大,而其他接触面的刚度值远远小于这一接触面。柔性体 – 柔性体的接触的含义则为各个接触面的刚度值差距较小。在柔性体 – 柔性体的接触情况下,不需要对刚度大的物体进行分析。

笔者研究的是刚性体(轨道) – 柔性体(车轮)的接触问题。在对接触问题进行分析时,接触物体的接触方式是最先需要被确定的。在 ANSYS 17.0 软件中,对需要分析的目标面和接触面的设置可以在接触分析管理器中进行,管理器会自动识别接触对。对轮轨接触面(车轮轮面和轨道踏面)的分析应采用面 – 面接触单元。

1.2 有轮缘轮轨结构接触区域的有限元分析

由于有踏面的存在,在轮轨结构的运行过程中,接触应力会产生较大的变化^[17-18]。这是因为在轮轨结构的工作中,接触区域的应力值会由于轮轨之间冲击现象的产生而增大。

由于单、双轮缘车轮踏面具有同样的接触形式,故选用双轮缘车轮型面为研究对象对其接触特点进行研究。在外载荷的作用

下,轮轨结构之间的接触面将会由于外载荷的作用而产生形变,但此时接触面的变形状态是无法确定的,因此必须要对接触面进行弹性分析和弹塑性分析来判断接触面的变形状态。

1.2.1 建立轮轨接触模型

建立双轮缘车轮模型,应用 APDL 进行建模可以更加精确的对模型进行网格划分及选择单元属性,增加分析结果的精确度。根据实际几何尺寸参数建立轨道模型,轮轨模型如图 1 所示。

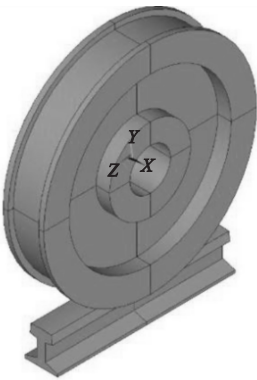


图 1 基于有限元分析的轮轨实体模型
Fig.1 Solid model for wheel-rail finite element analysis

对模型进行有限元分析,首先需要设置材料属性,如表 1 所示。然后使用单元节点具有 3 个自由度的 SOLID185 三维实体单元对车轮和轨道进行网格划分。考虑到轮轨结构的接触区域面积很小,为了利于有限元网格的精确划分,忽略了对结构影响较小的圆角。

表 1 定轮轨材料属性

Table 1 Material properties of fixed wheel-rail					
部件	材料	密度/ 10^{-6} ($\text{kg} \cdot \text{mm}^{-3}$)	弹性模量/ 10^5 MPa	泊松比	屈服强度/ MPa
车轮	60 号钢	8.5	2.12	0.264	400
轨道	50Mn	8.0	2.10	0.280	390

1.2.2 接触区域与约束设置及载荷施加
将面 – 面接触选择为接触面的接触方式,目标面和接触面分别为车轮和轨道的接触表面,并将其单元类型分别设置为

TARGE170 和 CONTA174。参 考 相 关 资 料^[19],分别将穿透容差默认值、法向接触刚度因子以及摩擦系数设置为 0.1、0.9 和 0.15。

将对称约束施加到车轮侧轮面与轨道腹板两侧面来确保车轮处于轨道踏面的中心位置。对轨道底面与端面进行全自由度的约束来确保轨道不产生运动,避免在接触分析过程中由于轨道晃动所产生的影响。

1.2.3 轮轨结构接触区域的弹性分析

在低速重载工程机械满载运行的工况下,假设轮轨材料没有超过其屈服极限,此时结构为理想的弹性状态。轨道接触斑应力如图 2 所示,椭圆形的接触斑在运行轨道上产生。



图 2 轨道接触斑应力图

Fig. 2 Contour map of wheel-rail contact spot

通过对图 3 所示的应力云图进行分析,可以看出,Mises 等效应力在车轮与轨道接触的位置附近应力值大且扩散面积广,与此同时在扩散面积变大的过程中,对应的应力值也在持续减小。

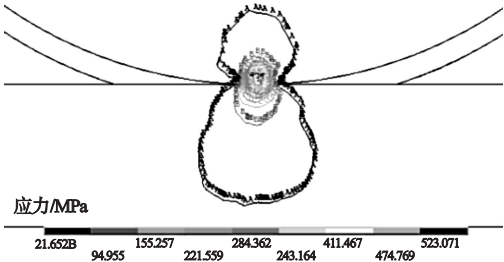


图 3 车轮-轨道结构横向截面的 Von-Mises 等效应力云图

Fig. 3 Von-Mises equivalent stress nephogram of transverse section in wheel track structure

通过对图 4 所示的等值线应力图进行分

析可看出,与车轮区域相比,轨道区域的应力值扩散面积显然要大得多,腹板作为轨道承载的重要部分,其中心是应力的首要扩散区域。

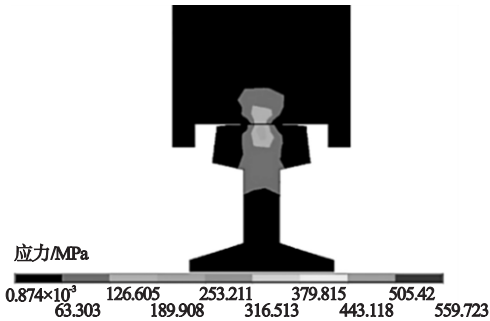


图 4 车轮轨道结构纵向截面等值线应力图

Fig. 4 Contour map of longitudinal section in wheel track structure

1.2.4 车轮-轨道接触塑性分析

判定轮轨结构材料是否会发生塑性变形在轮轨接触分析的研究中十分重要,应当根据接触分析的结果对其进行判定。对车轮-轨道结构模型的弹性分析结果进行分析,显然,此时的材料已经由于屈服强度被超过而发生了塑性变形,并在这个过程中释放部分应力,这便使最大应力值与弹性计算时不会相同,应力增加的速度也会急剧减小。

弹塑性分析车轮接触斑应力图如图 5 所示。

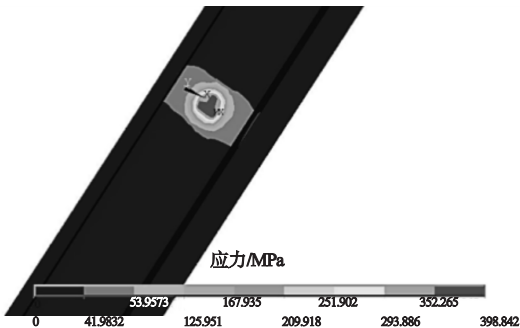


图 5 弹塑性分析车轮接触斑应力图

Fig. 5 Elastoplastic analysis of wheel contact spot

通过弹塑性接触分析得到轮轨结构接触的过程中车轮和轨道的等效应力值最大值分别为 427.285 MPa 和 398.742 MPa。将弹塑性接触分析与弹性接触分析的最大 Mises 应力值进行对比,可以发现,前者的 Mises 应力

值明显降低,说明车轮与轨道在接触过程中已经发生了塑性变形,接触应力的范围在轨道宽度的方向上不断增大,但轮轨结构接触区域弹塑性分析所得到的应力值对比弹性分析所得到的应力值明显降低。

弹塑性分析如图6及表2所示。将轮轨结构横、纵截面弹塑性分析与弹性分析 Von-Mises 等效应力图进行对比,轮轨结构接触区域弹塑性分析的应力分布范围与等效应力值由于有塑性变形的产生导致分别较弹性接触分析相比前者明显增大,后者明显减小,轮轨最大等效应力差值分别为 - 25.0% 和 - 16.7%。由于轮轨接触受塑性变形的影响,弹塑性分析较之弹性分析所得到的轮轨最大 Mises 应力差值明显减小,差值分别为 6.7% 和 16%。

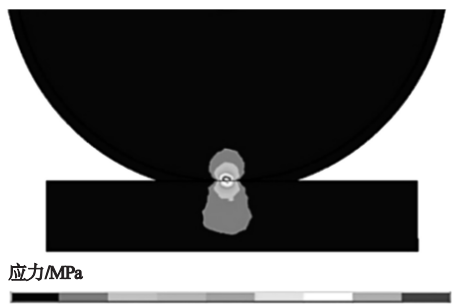


图6 弹塑性分析纵向截面 Mises 应力图

Fig. 6 Elastic plastic analysis of Mises stress in longitudinal section

表2 轮轨接触区域弹性分析与弹塑性分析的应力值对比

Table 2 Comparison of Mises stress values between elastic analysis and elastoplastic analysis for wheel-rail contact area

分析类别	车轮 Mises 等效应力/MPa	轨道 Mises 等效应力/MPa
弹性分析	569.743	478.834
弹塑性分析	427.285	398.742

对车轮-轨道结构接触区进行弹塑性接触分析得到其最大接触应力,其值为 1 075.21 MPa,将这个结果与弹性分析获得的接触应力 1 453 MPa 相比,最大接触应力值降

低了 26%。分别将弹性分析、弹塑性分析获得的最大接触应力与赫兹接触理论所求值对比,最大接触应力值降低了 17.7% 和 39.1%。

1.2.5 无轮缘轮轨结构接触区域分析

通过对无轮缘轮轨结构接触区域的弹性接触分析发现最大 Von-Mises 应力值为 476.726 MPa,应力发生在双曲率车轮^[20]上,车轮的接触区域为椭圆形。轨道上的最大 Von-Mises 应力为 445.949 MPa。

将无轮缘车轮-轨道结构与双轮缘车轮-轨道结构在相同载荷作用条件下的接触分析所获得的应力值信息进行对比,无轮缘车轮-轨道结构最大 Von-Mises 应力比双轮缘车轮-轨道结构最大 Von-Mises 应力减小 16%,无轮缘车轮-轨道结构最大接触应力值比双轮缘车轮-轨道结构最大接触应力值降低了 19.7%。通过数据分析可以得出,对无轮缘轮轨结构接触区域较之双轮缘轮轨结构接触区域进行接触分析所得到的应力值明显要小。

2 偏斜运行轮轨接触分析

2.1 安装误差引起的垂直偏斜

由于安装误差问题的存在,低速重载工程机械的车轮踏面中心线与轨道中心线并不完全重合。因此会发生车轮垂直偏斜的现象,此时将会有有一个偏斜角 α 在车轮踏面和轨道二者的中心线之间产生,如图7所示。

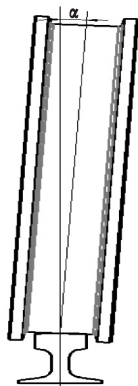


图7 车轮产生垂直偏斜

Fig. 7 Vertical deflection of the wheel

此时由于车轮偏斜的作用,车轮上的轮压 F_{\max} 将会产生一个大小为 $F_{\max} \times \sin\alpha$ 的方向水平的侧向力。

因安装误差造成车轮垂直偏斜的情况较多且复杂,归类为以下两方面:1) 车辆运行机构中由于安装误差造成车辆车轮产生垂直偏斜;2) 轨距或两侧轨道高度会由于轨道不平行等安装误差而无法恒定,进而造成车轮产生偏斜。

综上所述,以在安装车轮时允许产生 0.5° 的垂直误差为基准,考虑轨道不在同一水平面的现实因素,以车轮在产生 1° 偏斜误差时的轮轨接触区域为研究对象,探讨其应力变化。在车轮轴孔中心线上设置一个水平侧向力,其值为

$$F_{x\max} = F_{x\max} \times \sin 1^\circ = 352\,000 \times 0.008\,7 = 3\,072\, \text{N}.$$

(6)

考虑偏斜因素的影响,避免轨道晃动因素的干扰,对轨道结构进行全自由度的约束,不对接触对的设置进行改变,在上述条件下对产生垂直偏斜运行的车轮-轨道结构接触区进行分析,可获得如图 8 所示的轮轨结构接触区域垂直偏斜等效应力云图及如图 9 所示的垂直偏斜 x 轴方向位移云图。

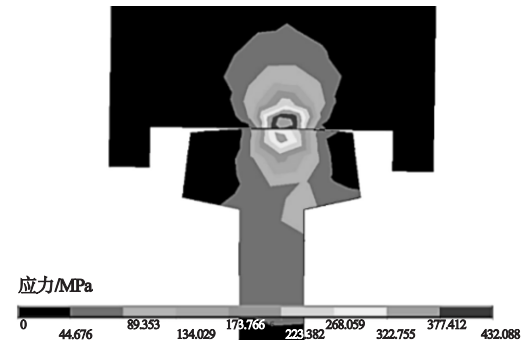


图 8 垂直偏斜横向截面 Von-Mises 应力图

Fig. 8 Von-Mises stress nephogram of vertical skew cross section

通过对图 8 进行分析,可以看出在车轮产生垂直偏斜的影响下,轮轨结构接触区域的最大应力点位置发生了偏移,车轮上的应

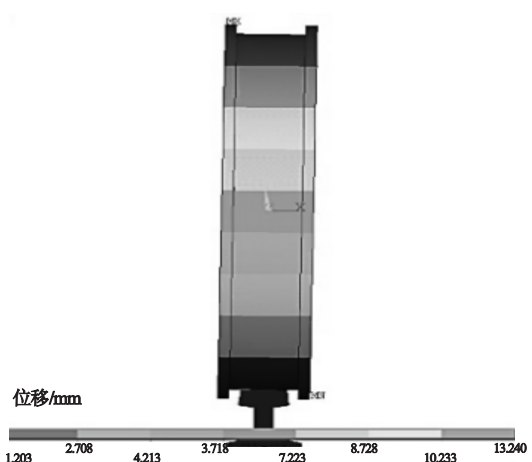


图 9 垂直偏斜 x 轴方向位移云图

Fig. 9 Vertical deflection nephogram of x -axis displacement

力值较之轨道明显要大,且最大应力点没有产生在接触区域中心位置而是在轮轨接触点周围,其值为 432.088 MPa 。

对图 9 进行分析,通过计算可以求得此时车轮产生了 1.02° 的垂直偏斜,在此情况下,车轮在 x 轴方向上的最大位移为 13.24 mm ,分析结果所得数值与设置值相比差距较小,结果符合要求,证明分析所得的结果是有效的。将垂直偏斜与正常运行车轮的应力值进行对比(见表 3)。

表 3 垂直偏斜与正常运行的应力值对比

Table 3 Comparison of stress values between vertical tilt and normal operation of wheel

运行状态	最大 Von-Mises 等效应力/MPa	最大接触应力/MPa
垂直偏斜	432.088	1 100.07
正常运行	427.285	1 100.07

通过对表 3 中的数据进行分析,可以看出,在不同运行方式下进行接触分析所得到的最大等效应力值的差值微乎其微,这个结果可以说明车轮垂直偏斜运行对轮轨结构接触区域的应力变化在数值上并没有什么影响。但是,车轮垂直偏斜运行改变了轮轨结构接触点的位置,使其向一侧偏移,长此以往将会造成轮轨结构的单侧磨损,减少轮轨结

构的使用寿命,故应尽可能地减少车轮偏斜运行的发生。

2.2 侧向力作用下的车轮偏斜运行

低速重载工程机械在工作中易发生偏载现象,偏载现象会对车轮造成一个侧向力的作用。且工程机械在工作中存在误差,在经过一段时间的工作后,车轨结构的侧面会产生接触的现象。在这种状态下,若有侧向力($F_{侧}$)的存在,就会造成车轮在垂直平面内产生一个偏斜角 β ,轮缘及其轨道侧面就会产生严重的磨损,即啃轨现象,如图 10 所示。

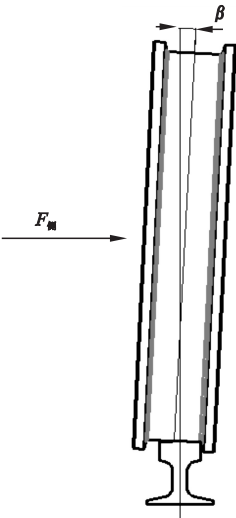


图 10 侧向力作用下的车轮偏斜情况

Fig. 10 Wheel deflection under lateral force

在上述情况下,对轮轨结构接触区域进行分析,获得水平侧向力作用下的应力云图如图 11、图 12 所示。

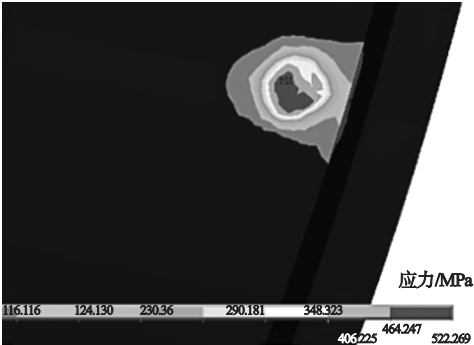


图 11 水平侧向力作用下车轮接触斑应力图

Fig. 11 Wheel contact spot under horizontal lateral

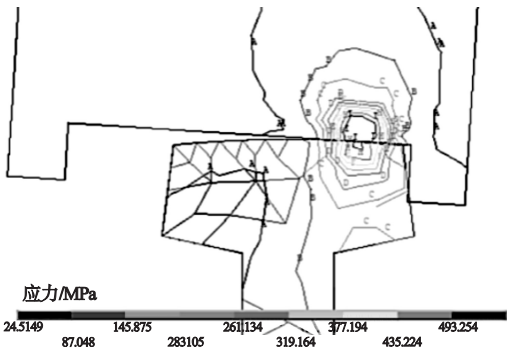


图 12 水平侧向力作用下横向截面等值线应力图

Fig. 12 Contour map of cross section under horizontal lateral force

对图 12 进行分析,可以看出在水平侧向力的作用下,轮轨结构接触区域的接触点发生侧向位移,且轮轨结构侧面产生了磨损,这种现象的产生会损害轮轨结构接触区域的接触状态,甚至会对轮轨结构产生破坏,影响工程机械的运行。

3 结 论

- (1)在低速重载的工作条件下,通过弹塑性接触分析发现,轮轨结构材料会发生塑性变形,此时接触应力较小。
- (2)在相同工作状态下,使用弹性接触对比分析低速重载工程机械中的无轮缘车轮-轨道结构与双轮缘车轮-轨道结构发现,前者接触区域最大接触应力值较小,具有良好的接触状态。
- (3)分析产生偏斜运行现象的轮轨结构,在偏载现象所产生的水平侧向力的作用下,轮轨结构侧面会产生磨损,损害轮轨结构接触区域的接触状态,甚至会对轮轨结构产生破坏,影响工程机械的运行。

参考文献

[1] POPOV V L. Rigorous treatment of contact problems - Hertzian contact [M]. Springer, Berlin, Heidelberg: Contact Mechanics and Friction, 2017.

[2] KONO D, NISHIO S, YAMAJI I, et al. A method for stiffness tuning of machine tool supports considering contact stiffness [J]. International journal of machine tools &

- manufacture, 2015, 90: 50 – 59.
- [3] NEJAD R M, SHARIATI M, FARHANGDOO ST K. Effect of wear on rolling contact fatigue crack growth in rails [J]. Tribology international, 2016, 94: 118 – 125.
 - [4] KIM J Y, YOUN S K. Isogeometric contact analysis using mortar method [J]. International journal for numerical methods in engineering, 2012, 89(12): 1559 – 1581.
 - [5] SLADKOWSKI A, SITARZ M. Analysis of wheel – rail interaction using FE software [J]. Wear, 2005, 258(7): 1217 – 1223.
 - [6] HAN J, POKHAREL S K, YANG X, et al. Performance of geocell-reinforced RAP bases over weak subgrade under full-scale moving wheel loads [J]. Journal of materials in civil engineering, 2011, 23(11): 1525 – 1534.
 - [7] ZHAO X, LI Z. A three-dimensional finite element solution of frictional wheel-rail rolling contact in elasto-plasticity [J]. Proceedings of the institution of mechanical engineers, part J: journal of engineering tribology, 2015, 229(1): 86 – 100.
 - [8] 郑圣义, 滕楷, 陈玉泉, 等. 平面钢闸门定轮与轨道接触问题有限元分析 [J]. 水利水电技术, 2015(4): 69 – 74.
(ZHENG Shengyi, TENG Kai, CHEN Yuquan, et al. Finite element analysis on contact between fixed wheel and track for plane steel gate [J]. Water resources and hydropower engineering, 2015(4): 69 – 74.)
 - [9] 闫振华, 王国强, 姚宗伟, 等. 大型履带行走装置支重轮和履带板接触分析 [J]. 农业工程学报, 2012(17): 51 – 56.
(YAN Zhenhua, WANG Guoqiang, YAO Zongwei, et al. Contact analysis on huge crawler track wheel and track pad [J]. Transactions of the Chinese society of agricultural engineering, 2012(17): 51 – 56.)
 - [10] 唐进元, 周炜, 陈思雨. 齿轮传动啮合接触冲击分析 [J]. 机械工程学报, 2011, 47(7): 22 – 30.
(TANG Jinyuan, ZHOU Wei, CHEN Siyu. Contact-impact analysis of gear transmission system [J]. Journal of mechanical engineering, 2011, 47(7): 22 – 30.)
 - [11] 潘睿, 赵秀娟, 潘金芝, 等. 曲线地段钢轨运行后表层组织及硬度分析 [J]. 兵器材料科学与工程, 2014, 37(5): 84 – 87.
(PAN Rui, ZHAO Xiujuan, PAN Jinzhi, et al. Surface microstructure and hardness of steel rail at curve section after service operation [J]. Ordnance material science and engineering, 2014, 37(5): 84 – 87.)
 - [12] 张立君, 范云波, 赵洁, 等. 挤压铸造重型车辆铝合金轮毂组织和性能研究 [J]. 兵器材料科学与工程, 2020, 43(5): 1 – 10.
(ZHANG Lijun, FAN Yunbo, ZHAO Jie, et al. Structure and properties of high-strength aluminum alloy wheel hubs prepared by squeezing casting process [J]. Ordnance material science and engineering, 2020, 43(5): 1 – 10.)
 - [13] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. 通用门式起重机: GB/T 14406—2011 [S]. 北京: 中国标准出版社, 2011.
(General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China. Gantry crane for general purpose: GB/T 14406—2011 [S]. Beijing: China Standard Press, 2011.)
 - [14] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. 擦窗机: GB/T 19154—2017 [S]. 北京: 中国标准出版社, 2017.
(General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China. Building maintenance unit: GB/T 19154—2017 [S]. Beijing: China Standard Press, 2017.)
 - [15] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. 起重机设计规范: GB/T 3811—2008 [S]. 北京: 中国标准出版社, 2008.
(General administration of quality supervision, inspection and quarantine of the people's republic of China. Design rules for cranes: GB/T 3811—2008 [S]. Beijing: China Standard Press, 2017.)
 - [16] 王春梅. 弧形多股螺旋弹簧的关键技术研究 [D]. 重庆: 重庆大学, 2015.
(WANG Chunmei. The key technology of arc stranded wire spring [D]. Chongqing: Chongqing University, 2015.)
 - [17] 肖乾, 方骏. 铁道车辆轮轨滚动接触疲劳裂纹研究综述 [J]. 华东交通大学学报, 2015, 32(1): 16 – 21.
(XIAO Qian, FANG Jun. Research review on wheel-rail rolling contact fatigue crack of railway vehicles [J]. Journal of east China jiaotong university, 2015, 32(1): 16 – 21.)
 - [18] SHARMA S K, KUMAR A. Dynamics analysis of wheel rail contact using FEA [J]. Procedia engineering, 2016, 144: 1119 – 1128.
 - [19] JONES C. Velocity-dependent friction in a model of wheel – rail rolling contact and wear [J]. Vehicle system dynamics, 2011, 49(11): 1791 – 1802.
 - [20] SHIBLY H, IAGNEMMA K, DUBOWSKY S. An equivalent soil mechanics formulation for rigid wheels in deformable terrain, with application to planetary exploration rovers [J]. Journal of terramechanics, 2005, 42(1): 1 – 13.
(责任编辑: 刘春光 英文审校: 范丽婷)