

车桥耦合振动的非平稳桥面激励的模拟

陈水生¹,赵辉^{1,2},李锦华¹,夏钰桓²

(1. 华东交通大学土木建筑学院,江西 南昌 330013;

2. 湖北恒大建设工程有限公司武穴分公司,湖北 武穴 435400)

摘要 目的 推导非平稳桥面激励的瞬时功率谱表达式,研究一维单变量非平稳桥面激励的生成方法,并分析非平稳桥面激励对车桥耦合振动系统的影响.方法 基于经典 Wigner 谱理论,采用频谱表示法生成一维单变量非平稳桥面激励随机过程,并用改进 Littlewood-Paley 小波验证非平稳桥面激励数值模拟结果的有效性.结果 车辆变速行驶所引起的桥面不平顺激励非平稳特征明显,其数值模拟结果的时变功率谱与理论功率谱吻合较好,充分说明了文中非平稳桥面激励生成方法的有效性和实用性.结论 车辆行驶速度对桥面不平顺激励的幅值影响较大,匀速行驶的桥面激励幅值上下波动幅度大小接近,而减速行驶的桥面激励幅值变小,加速行驶的桥面激励幅值变大.非平稳桥面激励的车辆和桥梁振动响应大于平稳激励;相同的初始速度,车辆和桥梁的振动响应不随车辆加速度的提高而增大;相同的加速度,车辆振动响应随初始速度的提高有较大的波动,桥梁振动响应随初始速度的提高而增大;为保证桥梁运营安全和车辆乘坐的舒适性,应避免在桥上加速行车,特别是较大跨度的桥梁,其跨径越大,非平稳激励的车辆和桥梁振动响应就越大.

关键词 非平稳桥面激励;桥面不平顺;瞬时功率谱;小波变换;车桥耦合振动

中图分类号 U441.3

文献标志码 A

Simulation of Nonstationary Bridge Deck Excitation of Vehicle-Bridge Coupling Vibration

CHEN Shuisheng¹, ZHAO Hui^{1,2}, LI Jinhua¹, XIA Yuhuan²

(1. School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang, China, 330013;

2. Wuxue Branch of Hubei Hengda Construction Engineering Co. Ltd., Wuxue, China, 435400)

Abstract: In this paper, the instantaneous power spectrum expression of nonstationary deck excitation was derived, the generation method of one-dimensional single variable nonstationary deck excitation stochastic process was studied, and the influence of nonstationary deck excitation

收稿日期:2020-04-15

基金项目:国家自然科学基金项目(11962006);江西省自然科学基金项目(20181BAB206043, 20171BAB206051)

作者简介:陈水生(1968—),男,教授,博士,主要从事车桥耦合振动及控制方面研究.

on vehicle bridge coupled vibration system was analyzed. Based on the classical Wigner spectrum theory, the spectrum representation method was used to generate one-dimensional single variable nonstationary random process of bridge deck excitation, and the validity of numerical simulation results of nonstationary bridge deck excitation was verified by improved Littlewood-Paley wavelet. The results show that the nonstationary characteristics of the excitation caused by vehicle variable speed driving are obvious, and the time-varying power spectrum of the numerical simulation results is in good agreement with the theoretical power spectrum, which fully demonstrates the effectiveness and practicability of the generation method of nonstationary bridge deck excitation in this paper. The driving speed of vehicles has a great influence on the excitation amplitude of bridge deck irregularity. The fluctuation amplitude of excitation amplitude of bridge deck under uniform speed is close to that of driving at constant speed, while the excitation amplitude of bridge deck under deceleration is smaller and that of accelerating driving is larger. The vibration response of vehicle and bridge excited by nonstationary bridge deck is greater than that excited by stationary bridge deck. At the same initial speed, the vibration response of vehicle and bridge does not increase with the increase of vehicle acceleration. With the same acceleration, the vehicle vibration response fluctuates with the increase of initial speed, while the bridge vibration response increases with the increase of initial speed. In order to ensure the safety of bridge operation and the comfort of vehicle riding, it is necessary to avoid speeding up on the bridge, especially for the bridge with large span, the larger the span is, the greater the vibration response of the vehicle and the bridge under nonstationary excitation will be.

Key words: nonstationary deck excitation; bridge deck roughness; instantaneous power spectrum; wavelet transform; vehicle-bridge coupling vibration

车辆在桥上行驶时,高低不平的桥面路况不仅影响车辆行驶安全和乘坐舒适性,也是桥梁振动的主要激励源。在空间上处于车轮与桥梁间的桥面高低起伏状况具有很大的随机性,对车辆和桥梁的振动响应影响较大^[1-2]。特别是最近十年,中国桥梁以每年3万多座的速度递增,目前我国公路桥梁数量达83.25万座^[3],庞大的桥梁数目,桥面养护需求越来越大,但是,因养护的技术、材料、资金和人员不足,导致桥面养护工作相对滞后,加上大量重载、超载车辆的出现,很多桥梁的桥面出现了不同程度的老化和破损,降低了桥面等级,加重了车辆对桥梁的冲击作用。鉴于此,桥面不平顺激励明显不再是平稳随机过程,而是表现出更多的非平稳特征,并且已有研究表明非平稳激励比同水平的平稳激励更猛烈,结构更易破坏和疲劳^[4]。

如何建立有效的、贴近实际的桥面不平顺随机激励,对研究车桥耦合系统的振动规

律至关重要。虽然国内外学者对车桥耦合振动的研究从未间断,做了很多工作,由起初的单车荷载^[5]到目前的多车荷载^[6],从研究中小跨径简支梁桥的振动响应^[7]到研究大跨度悬索桥的振动响应^[8],创造了很多有价值的成果,但是有关桥面不平顺随机激励的数值模拟,学者们大多将桥面不平顺看成是各态历经的平稳高斯随机过程。实际上当车辆在桥上行驶时,其行驶速度无法保证严格匀速,其在桥上加速、减速、跳车或突然制动所引起的桥面不平顺激励已不再是平稳高斯过程,明显具有非平稳特征。而非平稳过程的模拟又是一个更具挑战性和实际重要性的问题,学者们在不同的领域采用不同的方法展开了研究,例如:基于功率谱表征的方法模拟地震地面运动非平稳随机过程^[9];卡尔胡宁-洛弗展开法(KLE)生成单变量和多变量非平稳随机过程^[10];将Cholesky分解和泰勒级数展开相结合,提出了一种利用FFT算

法的频谱表征技术模拟非平稳风速样本^[11];基于调制函数能量释放速度的方法生成非平稳地震地面运动随机过程^[12],但上述的非平稳模拟方法不一定都适用于生成非平稳桥面激励。目前,有关非平稳桥面激励的生成方法,依然停留在采用协方差等价技术求解白噪声激励的线性系统响应来生成非平稳随机过程^[13-16],而该方法需要采用数值手段求解微分方程的近似解,计算量大,相关文献的模拟结果能否满足目标功率谱密度也没有验证。基于此,笔者为了模拟真实有效的桥面行车路况,探究非平稳桥面激励对车桥系统的影响,结合经典 Wigner 谱理论和频谱表示法生成非平稳桥面激励时域样本,并使用小波验证桥面激励时域样本的有效性,进而将非平稳桥面激励应用在车桥耦合振动研究中。

1 非平稳桥面激励的瞬时功率谱

车辆在桥上匀速行驶时,因桥面不平顺引起的激励过程是一平稳高斯随机过程,其功率谱密度为不变量。但是,当车辆非匀速行驶时,桥面激励就成为非平稳随机过程,其功率谱密度就随着时间而变,每一时刻的功率谱密度是不同的,所引起的桥面激励幅值的方差不再是常量。这种非平稳随机过程的统计特性可以用瞬时功率谱来表示。

根据 Wigner 谱的性质,非平稳随机过程 $X(t)$ 的自相关函数 $R_x(t, \tau)$ 与瞬时功率谱 $w_x(t, \omega)$ 是傅里叶变换对的关系,即:

$$w_x(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(t, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (1)$$

为研究方便,在此设桥面不平度函数为 $q(s)$, s 为车辆在桥上行驶的位移, $q(s)$ 是桥面本身固有的不平度,可以看成平稳高斯随机过程,桥面不平度的空间频谱密度用 $G_q(\Omega)$ 表示, Ω 为空间频率。当车辆在桥上非匀速行驶时,可得:

$$s = s(t) = \int_{-\infty}^t v(t) dt. \quad (2)$$

$$q = q(s) = q(s(t)) = q(t). \quad (3)$$

因为车速是时变的,式(3)中 $q(t)$ 就变成了非平稳随机过程, $q(t)$ 的自相关函数为

$$R_q(t, \tau) = E \left\{ q \left(t - \frac{\tau}{2} \right) q \left(t + \frac{\tau}{2} \right) \right\} = E \left\{ q \left(s - \frac{\zeta}{2} \right) q \left(s + \frac{\zeta}{2} \right) \right\}. \quad (4)$$

$$\text{其中, } s + \frac{\zeta}{2} = s \left(t + \frac{\tau}{2} \right), s - \frac{\zeta}{2} = s \left(t - \frac{\tau}{2} \right).$$

进而可得:

$$s = \left[s \left(t + \frac{\tau}{2} \right) + s \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right] / 2. \quad (5)$$

$$\zeta = s \left(t + \frac{\tau}{2} \right) - s \left(t - \frac{\tau}{2} \right). \quad (6)$$

又因为 $q(s)$ 是平稳高斯的,所以得到:

$$R_q(s, \zeta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G_q(\Omega) e^{j\Omega\zeta} d\Omega. \quad (7)$$

根据式(1), $q(t)$ 的瞬时功率谱就可以写成:

$$w_q(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_q(t, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} R_q(s, \zeta) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_q(\Omega) e^{j(\Omega\zeta - \omega\tau)} d\Omega d\tau. \quad (8)$$

从式(8)可以看出,已知桥面不平度的 $G_q(\Omega)$ 和 $v(t)$, 就可以计算出车辆非匀速行驶时的桥面激励瞬时功率谱。例如,当车辆以初始速度 v_0 、加速度 a 过桥时,可得:

$$v(t) = v_0 + at. \quad (9)$$

$$s(t) = v_0 t + \frac{1}{2} at^2. \quad (10)$$

将式(9)和式(10)代入式(6)得到:

$$\zeta = v_0 t + at\tau. \quad (11)$$

再将式(11)代入式(8)可得:

$$w_q(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_q(\Omega) e^{j[\Omega(v_0 t + at\tau) - \omega\tau]} d\Omega d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} G_q(\Omega) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j(\omega - \Omega v_0 - \Omega at)\tau} d\tau \right] d\Omega = \int_{-\infty}^{+\infty} G_q(\Omega) \delta(\omega - \Omega v_0 - \Omega at) d\Omega = \frac{1}{v_0 + at} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} G_q(\Omega) \delta(\omega - \Omega v_0 - \Omega at) d(\Omega(v_0 + at)) = \frac{1}{v_0 + at} G_q(\Omega) \Big|_{\Omega = \frac{\omega}{v_0 + at}}. \quad (12)$$

2 功率谱表征法生成非平稳桥面激励

工程实践中的非平稳过程可以通过对平稳随机过程进行时间和频率调制得到,这种非平稳过程通常也被称为演化随机过程^[17],在不失一般性的前提下,假设时间和频率的复调制函数为 $A(t, \omega)$, 则一个零均值演化过程 $Y(t)$ 可以表示为

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(t, \omega) e^{i\omega t} dZ(\omega). \quad (13)$$

式中: $Z(\omega)$ 为正交增量随机过程:

$$E\{dZ(\dot{\omega})\} = 0. \quad (14)$$

$$E\{dZ^*(\omega) dZ(\dot{\omega})\} = E\{|dZ(\omega)|^2\} \cdot$$

$$\delta(\omega - \dot{\omega}) = \delta(\omega - \dot{\omega}) S_X(\omega) d\omega. \quad (15)$$

其中, $S_X(\omega)$ 为平稳随机过程的功率谱密度函数. $Y(t)$ 的自相关函数和方差可以计算得到:

$$R_Y(t, \tau) = E\{Y^*(t) Y(t + \tau)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} A^*(t, \omega) A(t + \tau, \omega) e^{i\omega\tau} S_X(\omega) d\omega. \quad (16)$$

$$E\{Y^2(t)\} = R_Y(t, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A^*(t, \omega) A(t, \omega) S_X(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} S_Y(t, \omega) d\omega. \quad (17)$$

$$E\{Y^2(t)\} = R_Y(t, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A^*(t, \omega) A(t, \omega) S_X(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} S_Y(t, \omega) d\omega. \quad (17)$$

从式(17)可以得到非平稳随机过程的时变功率谱密度为^[17]

$$S_Y(t, \omega) = |A(t, \omega)|^2 S_X(\omega). \quad (18)$$

对比式(12)和式(18),两者表达的含义是相同的. 因此,结合空间域功率谱密度与时间域功率谱密度的关系,非平稳桥面激励的慢变调制函数就可以表示为

$$A(t, \omega) = \sqrt{v(t)}. \quad (19)$$

正如在前文所讨论的,非平稳随机过程的生成方法有很多种,其中的频谱表示法^[18]在各个领域中应用广泛,笔者将采用该方法生成非平稳桥面激励随机过程,其数学表达式为

$$Y(t) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^N [S_Y(t, \omega_k) \Delta\omega_k]^{1/2} \cos(\omega_k t + \Phi_k). \quad (20)$$

式中: Φ_k 为独立随机相位,均匀分布于 $[0, 2\pi]$; ω_k 为频率区间 $[\omega^L, \omega^U]$ 的频率点; $\Delta\omega_k = (\omega^U - \omega^L)/N$, 将式(12)代入式(20)便可求得非平稳桥面激励的时域样本.

3 非平稳桥面激励的时变功率谱估计

非平稳随机过程常用的功率谱估计方法有短时傅里叶变换、希尔伯特-黄变换、小波变换和 Wigner-Ville 转换,但它们都有各自的优点和不足,其中的小波变换估计时变谱的方法,因其具有非常好的时-频分辨率和丰富的基函数,使之在工程领域得到大范围的应用. 特别是 Littlewood-Paley 小波,它是谐波小波的实部,也具有盒形谱特性和良好的频率分割特性,但它给出的频率划分宽度较宽,不利于提高频率分辨率,因此, B. Basu 等^[19]提出了一种改进的 L-P 小波,可以得到更精细的频率划分,改进 L-P 小波的基函数和频域表达式为

$$\psi(t) = \frac{1}{\pi \sqrt{\sigma - 1}} \frac{\sin(\sigma\pi t) - \sin(\pi t)}{t}. \quad (21)$$

$$\Psi(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma - 1)}}, & \pi < |\omega| < \sigma\pi; \\ 0, & \pi \geq |\omega|, |\omega| \geq \sigma\pi. \end{cases} \quad (22)$$

可以通过改变参数 σ 的大小得到更精细的频率划分和不同的小波中心频率. 非平稳随机过程 $Y(t)$ 在尺度 a_j , 时间点 b 上的小波变换为

$$W(a_j, b) = \frac{1}{\sqrt{a_j}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(t) \psi^* \left(\frac{t - b}{a_j} \right) dt. \quad (23)$$

式(13)代入上式可得:

$$W(a_j, b) = \frac{1}{\sqrt{a_j}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} A(t, \omega) e^{i\omega t} \psi^* \left(\frac{t - b}{a_j} \right) dt \right] dZ(\omega). \quad (24)$$

设 $(t-b)/a_j = \tau$, 式(24)可简化为

$$W(a_j, b) \approx \int_{-\infty}^{+\infty} A(b, \omega) \sqrt{2\pi a_j} e^{i\omega b} \times \hat{\Psi}^*(\omega a_j) dZ(\omega). \quad (25)$$

结合式(15)可以计算得到尺度 a_j 的小波系数平方的期望值:

$$E\{W(a_j, b)^2\} = 4\pi a_j \int_0^{+\infty} |A(b, \omega)|^2 |\hat{\Psi}(\omega a_j)|^2 \cdot S_X(\omega) d\omega. \quad (26)$$

再将式(18)代入式(26)可得下式:

$$E\{W(a_j, b)^2\} = 4\pi a_j \int_0^{+\infty} |\hat{\Psi}(\omega a_j)|^2 \times S_Y(b, \omega) d\omega. \quad (27)$$

求解式(27), 可得到时变功率谱的表达式^[20]:

$$S_Y(b, \omega) = \sum_{j=1}^{m_a} c_j(b) |\hat{\Psi}(\omega a_j)|^2. \quad (28)$$

m_a 为小波变换总的尺度数, $c_j(b)$ 为时间独立系数, 可用下式求得:

$$\begin{bmatrix} c_1(b) \\ c_2(b) \\ \vdots \\ c_{m_a}(b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{1,1} & Q_{1,2} & \cdots & Q_{1,m_a} \\ Q_{2,1} & Q_{2,2} & \cdots & Q_{2,m_a} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{m_a,1} & Q_{m_a,2} & \cdots & Q_{m_a,m_a} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} E\{W(a_1, b)^2\} \\ E\{W(a_2, b)^2\} \\ \vdots \\ E\{W(a_{m_a}, b)^2\} \end{bmatrix}. \quad (29)$$

其中,

$$Q_{r,s} = \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\Psi}(\omega a_r)|^2 |\hat{\Psi}(\omega a_s)|^2 d\omega. \quad (30)$$

式(28)表明: 非平稳随机过程的时变谱

估计值, 由特定时间点 b 处的各阶小波系数的傅里叶变换之模的平方构造而成.

4 数值算例

算例一: 车辆以初始速度 $v_0 = 0$ m/s, 加速度 $a = 2$ m/s² 行驶在 C 级桥面上, 行驶距离为 60 m, 时间频率区间 0.33 ~ 28.3 Hz, 由式(12)计算非平稳激励的时变功率谱, 然后代入式(20)就可以得到非平稳激励随机过程的两个时域样本如图 1 所示. 由图 1 可以看出, 当车辆加速行驶时, 因桥面不平顺引起的非平稳激励信号的幅值随时间(速度)的增大而增大.

为了验证功率谱表征法生成的非平稳桥面激励的有效性, 随机生成 2 000 个时域样本, 采用改进 L-P 小波估计非平稳桥面激励的时变功率谱密度 (EPSD), 小波参数 $\sigma = 2^{0.25}$, 小波中心频率为 0.812 5 Hz. 图 2 为非平稳桥面激励的理论时变功率谱密度和小波估计的时变功率谱密度. 由图可知: 小波估计的 EPSD 与理论 EPSD 非常接近, 都反映了非平稳桥面激励的时-频谱特点, 即在时域上桥面激励的能量不断增加, 在频域上桥面激励的能量集中在低频段, 表现出时域较宽而频域窄带的特性. 图 3 分别给出了非平稳桥面激励在 $t = 1$ s 和 $t = 7$ s 时的理论功率谱密度和小波估计功率谱密度, 两者功率谱密度变化趋势一致, 吻合较好, 说明生成的非平稳桥面激励能够满足理论时变功率谱要求, 证明了笔者生成方法的有效性.

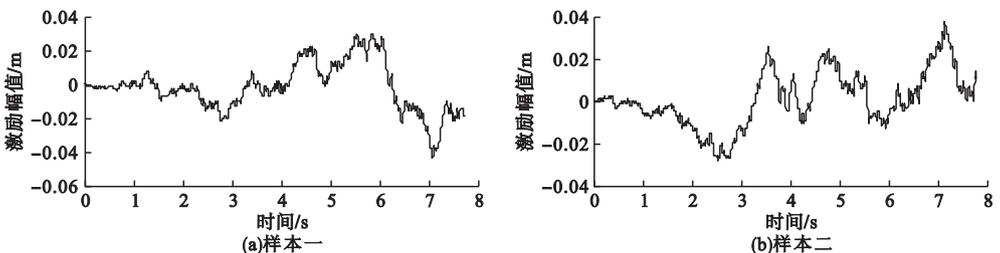


图 1 非平稳激励的时域样本

Fig. 1 Time domain sample of non-stationary excitation

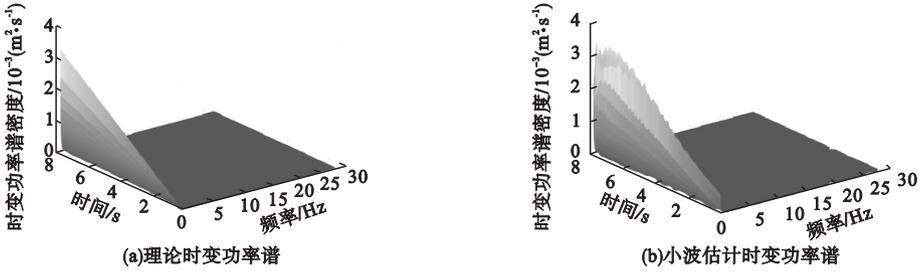


图2 理论和估计的时变功率谱密度

Fig. 2 Theoretical and estimated time-varying power spectral densities

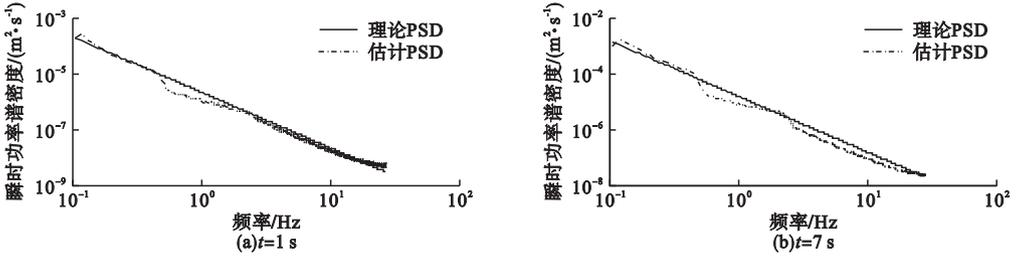


图3 理论和估计的瞬时功率谱密度

Fig. 3 Theoretical and estimated instantaneous power spectral density

车辆在桥上行驶时,经常出现桥面离散事件或突发事件,迫使正常行驶的车辆不得不突然减速或刹车,然后再次加速,这一行驶过程所引起的桥面激励完全是非平稳的,且非平稳特征更明显.为模拟这一非平稳桥面激励随机过程,在此设定车辆在C级桥面上做匀速-减速-加速行驶,行驶距离90 m,行车速度 $v(t)$ 是时变的.

$$v(t) = \begin{cases} 20, & t \leq 1.5; \\ 20 - 8t, & 1.5 < t \leq 3.375; \\ 5 + 2t, & t > 3.375. \end{cases} \quad (31)$$

将式(12)计算的时变功率谱密度代入

式(20)可以得到车辆匀速-减速-加速行驶的两个非平稳桥面激励样本如图4所示.由图可看出,车辆行驶速度对非平稳激励的幅值变化影响较大,匀速行驶的平稳激励幅值上下波动幅度大小接近,而减速行驶时的激励幅值变小,加速行驶时的激励幅值变大.

图5给出了理论时变功率谱密度和改进L-P小波估计的时变功率谱密度,两者非常接近,非平稳桥面激励的时变功率谱能量大小随着车速的变化而同步变化.图6是 $t = 1\text{ s}$ 和 $t = 7\text{ s}$ 时的理论和估计功率谱密度.由图可知,利用小波估计的功率谱与理论谱吻

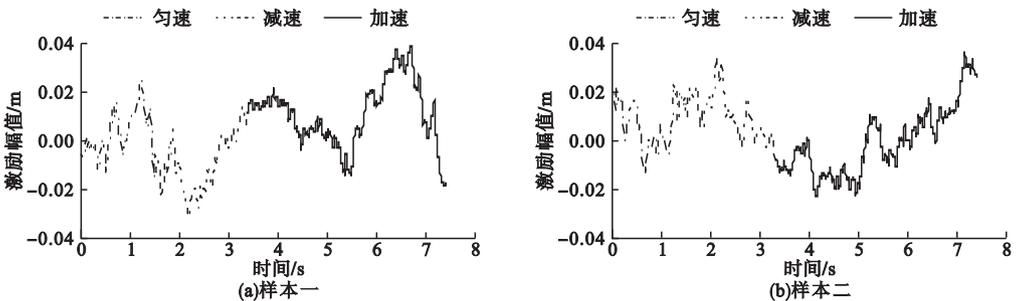


图4 非平稳激励的时域样本

Fig. 4 Time domain sample of non-stationary excitation

合较好,说明数值生成的车辆匀速-减速-加速行驶的非平稳桥面激励样本是有效的.图7对比分析了功率谱密度的零阶矩,即非平稳

桥面激励的目标均方值和估计均方值,两者吻合的非常好,可见模拟的非平稳桥面激励随机过程精度较高,可以满足工程实际应用要求.

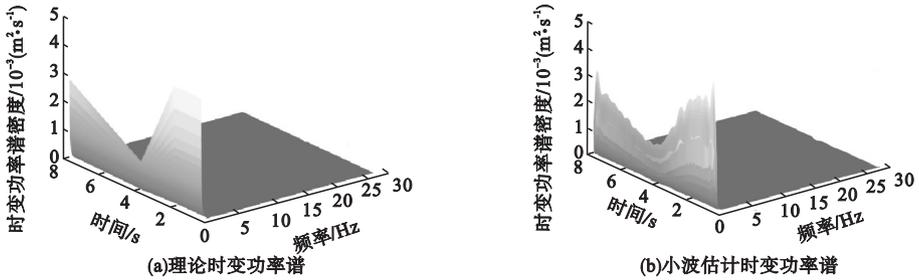


图5 理论和估计的时变功率谱密度

Fig. 5 Theoretical and estimated time-varying power spectral densities

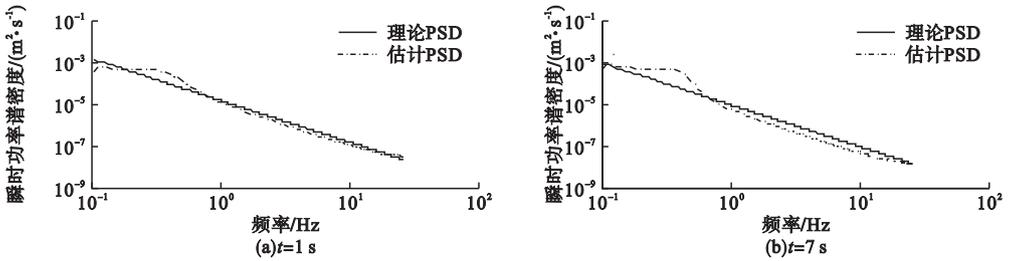


图6 理论和估计的瞬时功率谱密度

Fig. 6 Theoretical and estimated instantaneous power spectral density

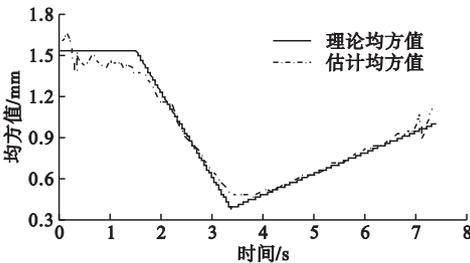


图7 理论和估计的均方值

Fig. 7 Theoretical and estimated mean square values

5 工程应用

为将非平稳桥面激励应用在车桥耦合系统中,以图8所示的车桥耦合模型为研究对象,桥梁简化为30 m跨径的简支梁,移动车辆简化为两自由度的弹簧质量阻尼系统,图中 $y(x,t)$ 为桥梁的竖向动位移, z_1 、 z_2 分别为车体的动位移和悬架动位移.车体悬架系统及轮胎的刚度、阻尼和桥梁的各参数如下:

桥梁:跨径 $L = 30$ m, 混凝土密度 $\rho = 2\ 600$ kg·m⁻³, 横截面面积 $A = 1.062\ 2$ m², 截面惯性矩 $I = 0.509\ 2$ m⁴, 弹性

模量 $E = 3.5 \times 10^{10}$ Pa;

车辆:车体质量 $m_1 = 32\ 025$ kg, 悬架系统质量 $m_2 = 2\ 382$ kg, 悬架系统弹簧刚度 $k_1 = 1.9 \times 10^5$ N·m⁻¹, 悬架系统阻尼 $c_1 = 5.0 \times 10^3$ N·s·m⁻¹, 轮胎刚度 $k_2 = 1.21 \times 10^6$ N·m⁻¹, 轮胎阻尼 $c_2 = 3.0 \times 10^3$ N·s·m⁻¹.

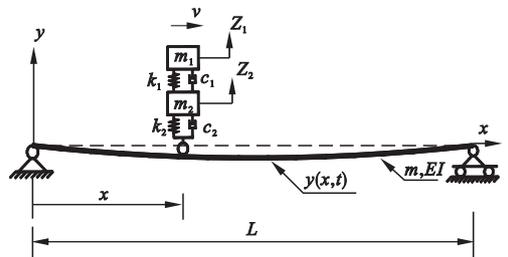


图8 车桥耦合模型

Fig. 8 Coupling model of vehicle and bridge

5.1 车桥耦合振动方程

为减少车桥耦合计算矩阵维数,采用模态综合叠加技术建立桥梁的振动方程:

$$\ddot{I}y + X\dot{y} + \Omega y = -\Phi^T(F_v^{int} + F_g). \quad (32)$$

$$\text{其中, } \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}_{n \times n}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 2\xi_1\omega_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & 2\xi_n\omega_n \end{bmatrix}_{n \times n},$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n^2 \end{bmatrix}_{n \times n}.$$

式中: $\mathbf{F}_v^{\text{int}}$ 为车辆行驶过程中车轮作用在桥面的惯性荷载向量; \mathbf{F}_g 为车轮在桥面作用点处的车辆自重荷载向量; ξ_n 为桥梁第 n 阶阻尼比; ω_n 为桥梁第 n 阶自振频率; Φ 为桥梁 n 阶振型向量矩阵; \mathbf{y} 为桥梁广义坐标列向量。

依据车辆系统振动原理, 建立两自由度车辆振动方程如下:

$$\mathbf{M}_v \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{K}_v \mathbf{z} = \mathbf{F}_v^{\text{int}}. \quad (33)$$

式中: \mathbf{M}_v 、 \mathbf{C}_v 、 \mathbf{K}_v 分别为车辆的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2]^T$ 为车辆振动自由度列向量。

考虑非平稳桥面随机激励的影响, 车轮作用在桥梁上的荷载可以写成:

$$\mathbf{F}_v^{\text{int}} = k_2(-\mathbf{N}\Phi\mathbf{y} - q + z_2) + c_2(-v \cdot \mathbf{N}_{,x}\Phi\mathbf{y} - \mathbf{N}\Phi\dot{\mathbf{y}} - \dot{q} + \dot{z}_2) + \mathbf{F}_g. \quad (34)$$

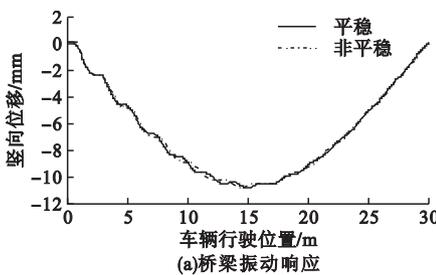
其中, q 为车轮的非平稳桥面随机激励值, 联立式(32) ~ (34), 可得车桥耦合振动方程:

$$\mathbf{M}_{bv} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_{bv} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_{bv} \mathbf{u} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_w. \quad (35)$$

其中,

$$\mathbf{F}_g = \begin{bmatrix} -\Phi^T \sum_{i=1}^n \mathbf{N}_i^T \mathbf{F}_i \\ 0 \end{bmatrix}_{(n+2) \times 1},$$

$$\mathbf{F}_w = \begin{bmatrix} \Phi^T \mathbf{N}^T k_2 q \\ 0 \\ k_2 q \end{bmatrix}_{(n+2) \times 1} + \begin{bmatrix} \Phi^T \mathbf{N}^T c_2 \dot{q} \\ 0 \\ c_2 \cdot v \cdot \dot{q} \end{bmatrix}_{(n+2) \times 1}.$$



式中: \mathbf{M}_{bv} 、 \mathbf{C}_{bv} 、 \mathbf{K}_{bv} 分别为车桥相互作用模型的质量、阻尼和刚度矩阵; \mathbf{F}_w 为非平稳桥面激励引起的车桥耦合竖向荷载; 广义坐标向量 $\mathbf{u} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n \ z_1 \ z_2]^T$. 将前文模拟得到的非平稳桥面激励样本输入到式(35), 通过编制基于 Newmark- β 算法的 Matlab 程序求解车桥系统的振动响应。

5.2 车桥耦合振动响应分析

随着对车桥耦合振动随机激励源认识的深入, 确定性桥面激励已不能充分体现桥面激励的随机性特征, 这就有必要考虑桥面不平度激励的随机性. 因此, 下文在分析非平稳桥面随机激励对车桥振动响应的影响时, 考虑桥面等级为 B 级, 采用传统蒙特卡罗法对 5 000 个非平稳桥面激励样本所引起的车桥振动响应进行统计。

图 9 为车辆以初始速度 10 m/s, 加速度为 2 m/s² 通过桥梁时, 桥梁跨中竖向振动位移和车体竖向振动位移的均值. 从图中可以看出: 平稳激励与非平稳激励的桥梁竖向振动位移均值基本重合, 也充分说明桥梁的振动响应主要还是由车辆重力这一确定性荷载激励引起, 非平稳桥面激励对桥梁振动响应的均值影响很小. 但是, 车辆振动对桥面随机激励很敏感, 非平稳激励作用的车体振动响应均值在 9 ~ 17.73 mm, 平稳激励作用的车体振动响应均值在 4.74 ~ 17.86 mm, 车辆行驶 22 m 后的非平稳激励响应均值明显大于平稳激励响应均值。

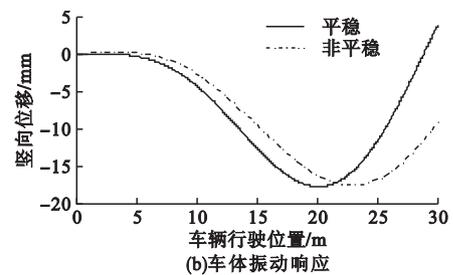


图 9 桥梁和车辆振动响应均值

Fig. 9 Mean vibration response of bridge and vehicle body

车辆以初始速度 10 m/s,加速度 2 m/s² 过桥时的桥梁跨中竖向位移响应标准差和车体竖向振动响应的标准差时程曲线如图 10 所示,车辆和桥梁在非平稳随机激励下的振动响应标准差明显大于平稳激励,非平稳激

励使车桥振动响应标准差分别增加了 3.21 mm和 0.113 mm,可见非平稳激励的离散性较大,引起更大的桥梁振动响应,降低了车辆的乘坐舒适性.

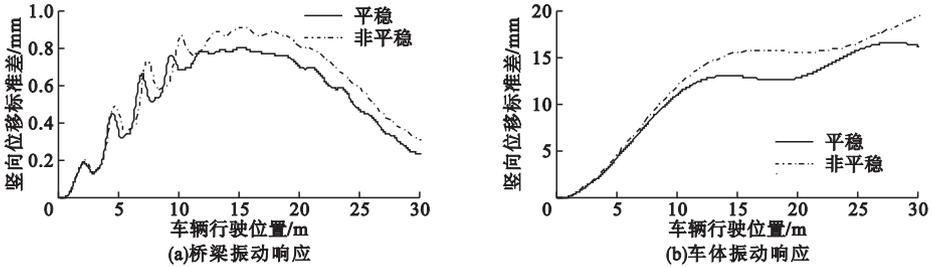


图 10 桥梁和车体振动响应标准差

Fig. 10 Standard deviation of vibration response of bridge and vehicle body

(1) 车辆加速度的影响

当车辆以相同的初速度 10 m/s,不同的加速度通过桥梁时,车体和桥梁的竖向振动位移标准差最大值随加速度的变化关系如图 11 所示. 由图可知,桥梁振动响应标准差最大值有增大的趋势,但并非严格的随着车辆加速度的提高而增大,车辆加速度为 2 m/s² 时的桥梁振动响应最小,而在 2 ~ 4 m/s² 时

桥梁振动响应递增并在 4 m/s² 出现一个峰值,当车辆加速度大于 4 m/s² 时,桥梁振动响应的标准差随着车辆加速度的增大而增大;车体振动响应标准差最大值随加速度的提高,呈现出先减小再缓慢增大的趋势,在车辆加速度为 5 m/s² 时桥梁振动响应标准差最小为 16.81 mm.

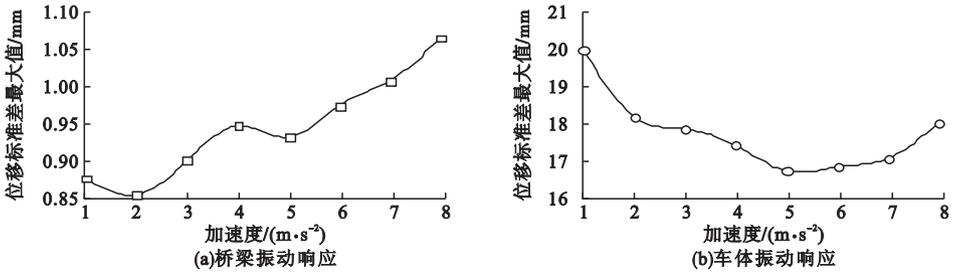


图 11 桥梁和车体位移响应标准差最大值与加速度的关系

Fig. 11 The relationship between the maximum standard deviation and acceleration of displacement response of bridge and vehicle

(2) 车辆初始速度的影响

当车辆以相同的加速度 2 m/s²,不同的初始速度通过桥梁时,车体和桥梁的竖向振动位移标准差最大值随初始速度的变化关系如图 12 所示,车辆上桥的初始速度越大,桥梁跨中竖向振动位移标准差最大值就越大,而不同的初始速度,车体的振动位移标准差最大值波动较大,在 9 m/s 和 21 m/s 时,分

别出现两个峰值点.

(3) 桥梁跨径的影响

相同的简支梁截面型式和截面参数,相同的车辆上桥初速度 10 m/s 和加速度 2 m/s²,不同的桥梁跨径 20 m、30 m、40 m,平稳和非平稳桥面激励下的车辆和桥梁振动响应标准差时程曲线如图 13 所示. 由图可知,桥梁跨径越大,车桥系统的振动响应标准

差就越大,峰值成倍增加,并且平稳激励与非平稳激励的振动响应差值就越大.不同跨径的桥梁其跨径越大,则桥梁竖向振动的基频越小,刚度越低,文中20 m、30 m、40 m跨径的简支梁桥的第一阶基频分别为9.918 Hz、

4.422 Hz、2.492 Hz.可见桥梁的振动响应不仅受到车辆荷载激励和桥面不平顺激励的影响,还受到桥梁固有动力特性的影响.在跨度较大的桥梁上加速行车,不仅大大增加了桥梁的振动响应,还使车辆的乘坐舒适性降低.

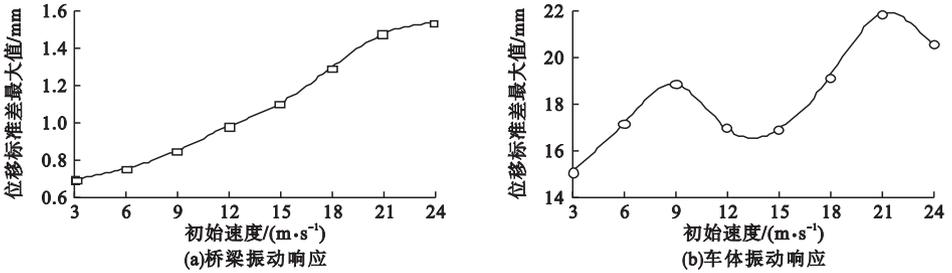


图12 桥梁和车体位移响应标准差最大值与初始速度的关系

Fig. 12 The relation between the maximum standard deviation of displacement response and initial velocity of bridge and vehicle

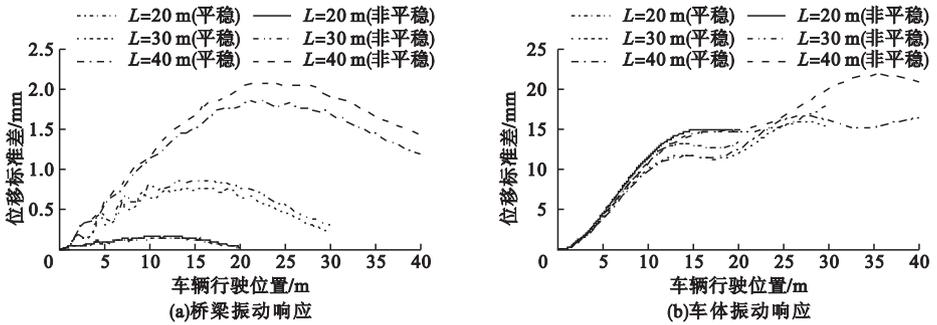


图13 不同桥梁跨径的车桥系统振动响应

Fig. 13 Vibration response of vehicle-bridge system with different bridge span

非平稳桥面激励在工程中的应用表明:数值模拟的非平稳桥面激励能够更好的再现车辆在桥上非匀速行车这一实际情况,提供了比传统平稳高斯桥面不平顺更强烈的激励方式,为研究行车舒适度和桥梁振动提供了更好的桥面激励生成方法,实用性更广泛.

合系统的影响,需综合考虑车辆上桥初始速度、行驶加速度和桥梁跨径三个因素,其中,相同的初始速度,车辆和桥梁的振动响应标准差最大值不随车辆加速度的提高而增大;相同的加速度,车辆振动响应的标准差最大值随初始速度的提高有较大的波动,而桥梁振动响应标准差最大值随初始速度的增大而增大;桥梁跨径越大,非平稳激励的车辆和桥梁振动响应标准差就越大.

6 结论

(1)结合 Wigner 谱理论和功率谱表征法生成的一维单变量非平稳桥面激励,理论清晰且计算量小,其数值模拟结果的时变功率谱与理论值吻合较好,说明了模拟方法的有效性和实用性.

(3)桥梁和车辆的振动响应对桥面随机激励很敏感,尤其是非平稳激励增大了桥梁和车辆的振动响应,对桥梁运营安全和使用寿命不利,也影响了车辆乘坐的舒适性,建议车辆匀速通过桥梁,避免在桥上加速行驶.

(2)非平稳桥面激励的车桥振动响应大于平稳激励,研究非平稳桥面激励对车桥耦

参考文献

- [1] 安里鹏,李德建,胡立华,等.高速公路大跨度连续梁桥车桥耦合动力响应与参数影响分析[J].应用力学学报,2015,32(6):942-949.
(AN Lipeng, LI Dejian, HU Lihua, et al. Vehicle-bridge coupled dynamic response and parameter influence analysis on highway large span continuous girder bridge [J]. Chinese journal of applied mechanics, 2015, 32(6): 942-949.)
- [2] LOPRENCIPE G, ZOCCALI P. Use of generated artificial road profiles in road roughness evaluation [J]. Journal of modern transportation, 2017, 25: 24-33.
- [3] 李文杰,赵君黎.发展中的中国桥梁;张喜刚谈中国桥梁的现状与展望[J].中国公路,2018(13):64-68.
(LI Wenjie, ZHAO Junli. Zhang Xigang on the present situation and prospect of bridges in China [J]. China highway, 2018(13): 64-68.)
- [4] CAPPONI L, CESNIK M, SLAVIC J, et al. Non-stationarity index in vibration fatigue: theoretical and experimental research [J]. International journal of fatigue, 2017, 104: 221-230.
- [5] XIANG T Y, ZHAO R D, XU T F. Reliability evaluation of vehicle-bridge dynamic interaction [J]. Journal of structural engineering, 2007, 133(8): 1092-1099.
- [6] LIANG Y Z, XIONG F. Multi-parameter dynamic traffic flow simulation and vehicle load effect analysis based on probability and random theory [J]. KSCE journal of civil engineering, 2019, 23(8): 3581-3591.
- [7] OLIVA J, GOICOLEA J M, ANTOLIN P, et al. Relevance of a complete road surface description in vehicle-bridge interaction dynamics [J]. Engineering structures, 2013, 56: 466-476.
- [8] ZHOU G P, LI A Q, LI J H, et al. Test and numerical investigations on static and dynamic characteristics of extra-wide concrete self-anchored suspension bridge under vehicle loads [J]. Journal of central south university of technology, 2017, 24: 2382-2395.
- [9] VLACHOS C, PAPAKONSTANTINOOU K G, DEODATIS G. A multi-modal analytical non-stationary spectral model for characterization and stochastic simulation of earthquake ground motions [J]. Soil dynamics and earthquake engineering, 2016, 80: 177-191.
- [10] CHO H, VENTURI D, KARNIADAKIS G E. Karhunen-Loève expansion for multi-correlated stochastic processes [J]. Probabilistic engineering mechanics, 2013, 34: 157-167.
- [11] LI Y L, TOGBENOU K, XIANG H Y, et al. Simulation of non-stationary wind velocity field on bridges based on Taylor series [J]. Journal of wind engineering & industrial aerodynamics, 2017, 169: 117-127.
- [12] MARANO G C. Non-stationary stochastic modulation function definition based on process energy release [J]. Physica A, 2019, 517: 280-289.
- [13] YIN X F, FANG Z, CAI C S, et al. Non-stationary random vibration of bridges under vehicles with variable speed [J]. Engineering structures, 2010, 32: 2166-2174.
- [14] 张立军,张天侠.车辆非匀速行驶时路面随机输入的时频研究[J].汽车工程,2005,27(6):710-714.
(ZHANG Lijun, ZHANG Tianxia. A study on road random inputs to a vehicle with uneven speed in time and frequency domains [J]. Automotive engineering, 2005, 27(6): 710-714.)
- [15] 孙涛,徐桂红,柴陵江.四轮非平稳随机激励路面模型的研究[J].汽车工程,2013,35(10):868-872.
(SUN Tao, XU Guihong, CHAI Lingjiang. A study on the road model with four-wheel non-stationary random excitations [J]. Automotive engineering, 2013, 35(10): 868-872.)
- [16] GUO L X, ZHANG L P. Robust H_∞ control of active vehicle suspension under non-stationary running [J]. Journal of sound and vibration, 2012, 331: 5824-5837.
- [17] PRIESTLEY M B. Evolutionary spectra and non-stationary process [J]. Journal of the royal statistical society, series B, 1965, 27: 204-237.
- [18] LIANG J W, CHAUDHURI S R, MASANOBU S. Simulation of nonstationary stochastic processes by spectral representation [J]. Journal of engineering mechanics, 2007, 133(6): 616-627.
- [19] BASU B, GUPTA V K. Seismic response of single-degree of freedom systems through wavelets [J]. Engineering structures, 2000, 22(12): 1714-1722.
- [20] SPANOS P D, FAILLA G. Evolutionary spectra estimation using wavelets [J]. Journal of engineering mechanics, 2004, 130(8): 952-960.
(责任编辑:刘春光 英文审校:范丽婷)