

基于地铁隧道点云数据的组合滤波算法

王井利¹, 陈薪文¹, 王继野²

(1. 沈阳建筑大学交通工程学院, 辽宁 沈阳 110168; 2. 中铁十九局集团矿业投资有限公司, 北京 100161)

摘要 目的 提出一种点云数据组合的滤波方法,对地铁隧道的点云数据进行有效的精简滤波,提高地铁隧道结构变形分析的准确性. 方法 首先,对三维点云数据采用基于统计特征的滤波方法进行初步滤波,去除远离点云数据主体的离散点;其次,估算点云数据模型各数据点的高斯曲率,将点云数据分为突变区域和平滑区域;最后,采用双边滤波算法对突变区域点云数据进行滤波,采用改进的均值滤波算法对平滑区域点云数据进行滤波处理. 结果 通过对沈阳地铁隧道点云数据进行滤波实验及拟合圆半径分析,笔者所提组合滤波算法可以在保留隧道壁和轨道等结构的情况下,去除离散点和隧道壁上的无关非点等噪声;该算法对点云数据进行了有效精简,拟合圆的半径与设计半径差值更小,结果精度更高. 结论 笔者所提出的滤波算法可去除地铁三维点云数据的噪声点,并完整保留了隧道结构的几何细节特征,提高了变形分析的精度.

关键词 地铁隧道;统计滤波;高斯曲率;均值滤波;双边滤波

中图分类号 U456.3

文献标志码 A

Combined Filtering Algorithm Based on Point Cloud Data of Metro Tunnel

WANG Jingli¹, CHEN Xinwen¹, WANG Jiye²

(1. School of Transportation Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168; 2. China Railway 19th Bureau Group Mining Investment Co. Ltd., Beijing, China, 100161)

Abstract: This paper presents a combined filtering method for point cloud data, effective reduction filtering for point cloud data of Metro Tunnel, improve the accuracy of structural deformation analysis of subway tunnel. Firstly, the three-dimensional point cloud data is preliminarily filtered using a filtering method based on statistical features to remove discrete points away from the main body of point cloud data. Secondly, Estimate the Gaussian curvature of each data point in the point cloud data model, and divide the point cloud data into mutation region and smooth region. Finally, use the bilateral filtering algorithm to filter the point cloud data in the mutation region, and use the

收稿日期:2018-06-18

基金项目:国家自然科学基金项目(51774204)

作者简介:王井利(1971—),男,教授,主要从事精密工程测量、3S技术的综合应用方面研究.

improved mean filtering algorithm to filter the point cloud data in the smooth region. According to filtering experiment and fitting circle radius analysis on point cloud data of Shenyang Metro Tunnel, the combined filtering algorithm proposed in this paper can remove the independent non-point noise of discrete points and tunnel walls while retaining the structure of tunnel walls and tracks. The point cloud data is effectively simplified, the radius of the fitting circle is closer to the design radius, and the accuracy is higher. The filtering algorithm proposed by the author can remove the noise points of the three-dimensional point cloud data of the Metro Tunnel, and completely retain the geometric details of the tunnel structure, which can improve the accuracy of the deformation analysis.

Key words: metro tunnels; statistical filtering; gaussian curvature; mean filtering; bilateral filtering

三维激光扫描技术采用激光测距的方式,获得被测物体表面的信息,包括表面点的三维坐标、反射率和纹理,可快速建立被测物体的模型,广泛地应用于建筑工程、文物保护和灾害分析等领域^[1].随着三维激光扫描技术的快速发展,获取物体表面点云数据的分辨率越来越高,可以达到精密工程测量中对精度的要求.将三维激光扫描技术应用于地铁隧道的变形监测中,可以提高变形监测的精度和工作效率.三维激光扫描技术获得的数据称为点云数据,由海量的数据点组成,是建立被测物体三维模型的基础.但是,在测量过程中,受到测量环境和仪器的影响,在点云数据中包含有干扰性的噪声点.为提高被测物体的还原程度,首先要对点云数据进行滤波处理,准确有效的滤除其中的噪声点.

地铁隧道的点云数据中主要有两类噪声点:一类是远离隧道结构主体的离群噪声点;另一类是附着在隧道结构壁上的附属设施,如螺丝、支架、导线等噪声点^[2].为提高地铁隧道点云数据的三维建模准确性和结构变形分析的精度,最重要的点云数据处理就是去除以上两类噪声点.

三维点云数据的滤波处理方法是二维图像滤波算法演变的.根据点云数据的不同主要有两类滤波算法.对于散乱点云数据,首先将点云数据分成若干网格,再对每个网格内的点云数据进行滤波处理,或者制

剂采用双边滤波算法、Laplace 算法、二次 Laplace 算法等直接对散乱点云数据进行滤波处理.对于有序排列的点云数据,常用的滤波算法包括均值滤波法、高斯滤波法、卡尔曼滤波算法和中值滤波^[3]等.

针对三维点云数据的滤波方法,有很多学者进行了研究:刘大峰^[4]利用平滑鲁棒法对点云数据进行滤波处理,对表面平滑的点云模型处理效果较好,但是对表面结构变化大的点云模型滤波处理效果较差;S. Fleishman 等^[5]将双边滤波方法,运用到三维点云数据的滤波处理中,虽然该算法处理速度很快,但处理后的点云数据模型的几何特征没有准确的保留;G. Sithole 等^[6]对散乱的数据点进行重新采样,得到规则的网格点云数据,然后采用二维图像处理算法对网格点云数据进行滤波处理,这种方法滤波的速度快,但是精度较低;程效军等^[7]对于地铁隧道点云数据,提出了以隧道中轴线为参考建立了双向投影模型,通过高阶多项式进行中轴线拟合的滤波方法,根据给定的距离阈值实现隧道内部噪声.卢小平等^[8]将地铁隧道点云数据拟合为椭圆柱面模型,利用椭圆柱的几何特性对点云数据进行滤波处理.以上滤波算法只能滤除部分地铁隧道结构点云数据的噪声点,没有保留轨道面的点云数据,或者对轨道面点云数据滤波效果较差.为了解决这个问题,笔者提出一种组合滤波的方法,对具有不同几何特性的点云数据分别采

用最适应的滤波方法,达到最佳滤波效果,同时,保留了轨道面等几何结构,有效地保证了地铁隧道结构的完整性,可以通过三维建模真实还原地铁隧道模型,提高地铁隧道变形分析的精度。

1 查找点云数据的 K 最近邻域

1.1 点云数据的 K 最近邻域

由于研究对象是由三维激光扫描仪获取离散、散乱了点云数据,因此如果要想得到某个数据点的几何特性参数,如曲率、法向量等。那就需要对无规律散乱的点云数据进行邻域构建,通过构建某点的邻域来估计该点的几个特性参数。

邻域的构建常用方法包括欧氏构建法和 K 最近邻域法。欧氏构建法以某点为中心,根据计算的欧几里得距离作为半径形成的欧氏邻域,欧氏构建法对规则的表面构建效果较好。K 最近邻域法以某点为中心,查找该点的 k 个最近的相邻点,由 k 个最近的相邻点构成该点的 K 最近邻域。K 最近邻域法适应性强,可以对不规则的物体表面进行处理,且可靠性高。因此,笔者采用 K 最近邻域法对隧道点云数据进行邻域构建。

K 最近邻域法(K-Nearest Neighbor, KNN)的具体构建过程是:在一个点云数据集 P 中,选择其中一个采样点 $p_i \in P$,与 p_i 点距离最近的 k 个数据点构成采样点 p_i 的 K 最近邻域,即 $N(P_i)^{[9]}$ 。一般情况下在构建采样点 p_i 的 K 最近邻域时,首先,计算出采样点 p_i 与其他数据点的欧氏距离。然后根据欧氏距离的大小选择 k 个与采样点 p_i 距离最近的数据点构建其 K 最近邻域。采用该方法的优点是直接准确,但是当处理的点云数据量较大时,对计算机处理器要求高,计算时间会增加,运算量巨大,效率较低。面对数据量较大的点云数据,如何快速找到 k 个最近数据点,构建 K 最近邻域的问题。通过很多学者进行的大量研究,目前查找 k 个最近数

据点主要采用的方法有空间栅格法、最小包围盒法和 K-d Tree 法。K-d Tree 法的搜索效率高,对于隧道点云数据,该方法空间划分的可以更均匀,因此,笔者采用 K-d Tree 法来查找 K 最近邻域。

1.2 K-d Tree 法

K-d Tree 法是一种分割 K 维数据空间的数据结构,广泛应用于多维空间中搜索关键数据。它将二叉树由二维空间演变到 K 维空间,可以快速地查找到 K 维数据的 K 最近邻域^[10]。K-d Tree 法在对 K 维空间点进行划分时,其每个节点均为 K 维数值点的二叉树,都表示一个垂直于当前划分维度坐标轴的超平面,并将空间在该维度上划分为右子树和左子树两个部分。

在对空间依次交替划分后,每个子空间里都会至少有会一个数据点,K-d Tree 法的优点是不会浪费空间^[11]。对于三维空间的 K-d Tree 具体建立结构示意图如图 1 所示。

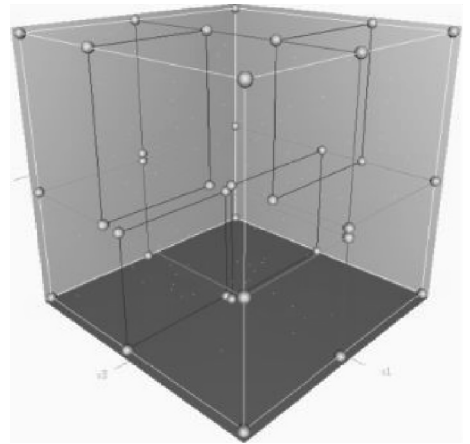


图1 三维空间的 K-d Tree 建立结构示意图

Fig.1 The construction of K-d tree in 3D space

2 估算几何特征参数

为了准确地进行点云数据滤波处理,首先估算点云数据中数据点的曲率和法向量等几何特征参数。由于地铁隧道点云数据是由三维激光扫描仪获得的,是一种散乱的点云数据,数据点之间没有拓扑关系,笔者首先通

过构建隧道点云数据的 K 最近邻域,再以其组成的曲面来估算曲率和法向量。

2.1 估算法向量

针对根据点云数据邻域估算法向量采用协方差分析法^[13]。其估算原理是:在点云数据中任意选取一个数据点 p ,查找数据点 p 的 K 最近邻域,根据数据点 p 和 K 最近邻域中所有相邻数据点的坐标数值,构造数据点 p 的协方差矩阵。根据协方差矩阵解算其特征值、特征向量,由特征向量代表数据点 p 的法向量^[14],得到数据点 p 的法向量估算值。

在点云数据中选择一数据点 p ,计算其 K 最近邻域内所有数据点的中心点 \bar{p} ,即质心点。

$$\bar{p} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k p_i \tag{1}$$

建立数据点 p 的协方差矩阵 C 为

$$C = \begin{bmatrix} p_1 - \bar{p} \\ p_2 - \bar{p} \\ \vdots \\ p_k - \bar{p} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} p_1 - \bar{p} \\ p_2 - \bar{p} \\ \vdots \\ p_k - \bar{p} \end{bmatrix} \tag{2}$$

矩阵 C 代表了 K 最近邻域内每一个数据点的分布情况,即邻域内所有数据点与中心点 \bar{p} 距离平方的和。根据矩阵 C 为对称正定矩阵的特性,其特征值 $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ 均为非负实数,并且特征值所对应的特征向量也都是相互正交关系。

$$C \cdot \boldsymbol{v}_j = \lambda_j \cdot \boldsymbol{v}_j, \quad j \in (0, 1, 2). \tag{3}$$

点 p 到中心点 \bar{p} 距离的平方和的表达式为

$$\sum_{i=1}^k |p_i - \bar{p}|^2 = \lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 \tag{4}$$

假设三个特征值: $\lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2$; 则:

$$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x}) : (\boldsymbol{x} - \bar{p}) \cdot \boldsymbol{v}_0 = 0. \tag{5}$$

数据点 p 的法向量 $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x})$ 估算值可以用计算出的特征值 λ_0 所对应的特征向量 \boldsymbol{v}_0 近似表示。

2.2 估算曲率

对于二维曲面来说,曲率是用来表示二维曲面的弯曲程度,是一种重要的几何特性

参数。二维曲面的曲率越小,表示曲面越平坦,用较少的数据点就可以表示出来。二维曲面曲率越大,曲面越陡峭,需要用更多的数据点来表示,因此陡峭的二维曲面点云数据包含的信息也更加丰富^[15]。

选择曲率作为接下来点云数据滤波主要的判断依据。三维点云数据建立的模型随着旋转、缩放、移动等变换,曲率值不会发生变化。通过坐标系转换后的点云数据模型同一部分的曲率也不会发生变化,因此,曲率可以作为对点云数据进行分类的判断依据。

三维空间中,在一个曲面上某点的法向曲率定义为,曲面与通过该点的法平面的交线在该点的曲率。通过在三维空间中一个点的法平面有无数个。因此,一个点的法向曲率也有无数个。最大法向曲率和最小法向曲率称为该点的主曲率。最大法向曲率和最小法向曲率的中值称作平均曲率 Q ,乘积称作高斯曲率 H ^[16]。对于隧道点云数据模型的曲率估算,笔者使用抛物面拟合法,抛物面拟合法的稳定性高,受噪声点的干扰小。

抛物面的表达式为

$$S(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2. \tag{6}$$

对抛物面求一阶偏导数和二阶偏导数可以分别得到曲面 S 的第一基本量:

$$S(I) = E dx^2 + 2F dx dy + G dy^2. \tag{7}$$

其中, $E = S_x^2, G = S_y^2, F = S_x S_y$ 。

第二基本量:

$$S(II) = L dx^2 + 2M dx dy + N dy^2. \tag{8}$$

其中, $L = n S_{xx}, M = n S_{xy}, N = S_{yy}$ 。

最终,可得到高斯曲率 H :

$$H = \frac{LN - M^2}{EG - F^2} = 4ac - b^2. \tag{9}$$

平均曲率 Q :

$$Q = \frac{(EN - 2FM + GL)}{2(EG - F^2)} = a + c. \tag{10}$$

3 滤波算法的研究

根据地铁隧道的结构特点,笔者提出对

隧道点云数据滤波方法:首先,进行初步滤波处理,采用基于统计特征的滤波方法,去除距离点云数据主体较远、无结构连接关系的散乱点;其次,估算点云数据模型各数据点的高斯曲率,将判断阈值设置为平均高斯曲率,平均高斯曲率为

$$\bar{H} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |H_i|. \tag{11}$$

根据判断阈值对点云数据进行分类,分为突变区域和平滑区域. 突变区域点云数据中各数据点的高斯曲率值 H_i 大于该点 K 最近邻域的平均高斯曲率值 \bar{H} , 该区域几何特

征变化明显,曲率变化较大. 平滑区域点云数据中各数据点的高斯曲率值 H_p 小于等于该点 K 最近邻域的平均高斯曲率值 \bar{H} , 该区域几何特征变化平缓,曲率变化较小.

最后,针对突变区域和平滑区域点云数据不同的结构特点选择各自适合的算法进行滤波. 采用双边滤波算法对突变区域点云数据进行滤波,采用改进的均值滤波算法对平滑区域点云数据进行滤波处理.

3.1 算法思想流程图

算法流程图如图2所示.

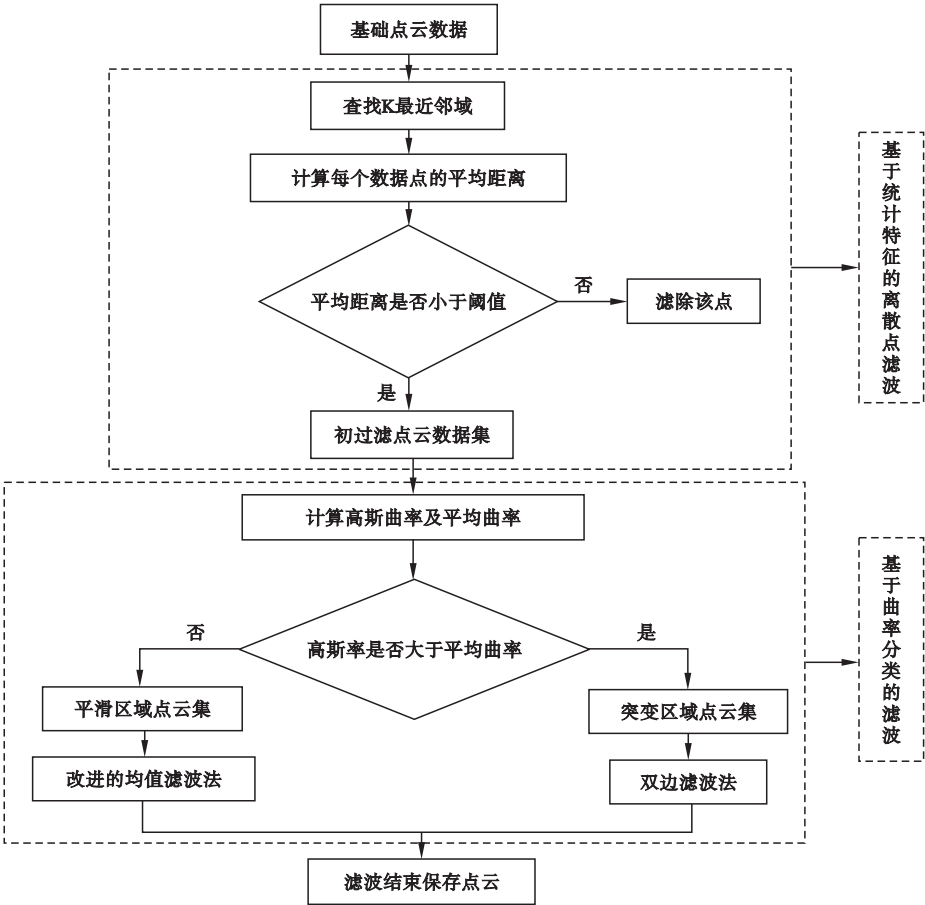


图2 滤波算法流程图

Fig. 2 The flow chart of filtering algorithm

3.2 基于统计特征的离散点滤波

在地铁隧道点云数据中,不仅含有地铁隧道结构的点云数据,还含有隧道壁上与结构无关的螺丝、管线等点云数据,同时还存在

由测量仪器误差产生的远离隧道主体结构的离散噪声点. 笔者首先根据数据点的邻域统计特征将离散噪声点通过滤波算法进行去除. 由于点云数据的数据点分布在整体上符

合高斯分布,标准差和均值决定了点云数据分布的形状。根据点云数据整体的标准差及距离的平均值设定一个阈值作为标准值,如果一个数据点的平均距离超过阈值,则该数据点为离散噪声点,将该数据点从点云数据集中删除。详细步骤如下:

(1) 选取点云数据集 P 中的一个数据点 p_i , 查找数据点 p_i 的 K 最近邻域, 提取其内部所有数据点;

(2) 计算提取的所有数据点到数据点 p_i 的距离的平均值 \bar{d}_L :

$$\bar{d}_L = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \|p_i - p_{ij}\|. \quad (12)$$

(3) 根据式(13)和式(14)计算点云数据集 P 的标准差 σ 以及全局距离平均值 μ :

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{d}_L. \quad (13)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (\bar{d}_L - \mu)^2. \quad (14)$$

(4) 设定标准阈值的范围为: $\mu \pm \alpha \cdot \sigma$, 其中, α 表示标准差的倍数阈值。若数据点 p_i 的平均距离 \bar{d}_L 不在设定的标准阈值范围内,

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^k w_c(\|p - p_i\|) w_s(\|\langle p - p_i, n \rangle\|) \langle p - p_i, n \rangle}{\sum_{i=1}^k w_c(\|p - p_i\|) w_s(\|\langle p - p_i, n \rangle\|)}. \quad (16)$$

其中, k 为数据点 p 的 K 最近邻域 $N_k(p_i)$ 中数据点的个数; w_s 为数据点 p 所在 K 最近邻域的法向高度场上的高斯滤波; w_c 为其在内切平面上的高斯滤波。

w_s 是频率域高斯滤波函数:

$$w_s(y) = e^{-\frac{y^2}{2\sigma_s^2}}. \quad (17)$$

其中, 参数 σ_s 表示在频率域上的高斯滤波系数, 代表了数据点 p 到其 K 最近邻域的距离, 在 p 点法向量方向上的投影, 对 p 点的影响。通常可以用数据点 p 到其 K 最近邻域的标准差来表示 σ_s 的值。

w_c 为空域高斯滤波函数:

$$w_c(x) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma_c^2}}. \quad (18)$$

其中, 参数 σ_c 表示在空间域上的高斯滤波系

则将数据点 p_i 认定为离散噪声点, 将其从点云数据集中删除。

通过以上步骤滤波后的点云数据集:

$$P_{\text{余}} = \{p_i \in P \mid \mu - \alpha \cdot \sigma \leq \bar{d}_L \leq \mu + \alpha \cdot \sigma\}.$$

3.3 基于曲率特征分类的滤波方法

3.3.1 双边滤波法

双边滤波算法是由对二维图像进行处理的双边滤波器演变成对三维点云数据的双边滤波方法, 该方法数据处理速度快, 可以准确保留点云数据模型的几何特征^[17]。使用双边滤波法对突变区域的三维点云数据进行滤波处理可以滤除有小噪声的数据点, 使点云数据模型表面更加光滑, 降低小噪声点的影响。双边滤波法通过调整每个数据点的坐标位置, 将数据点沿其法线方向, 移动一段距离, 达到滤波的效果。

设有一个数据点 p , 数据点 p 属于点云数据集 $N(p_i)$, 数据点 p 的法向量为 n 。则双边滤波的表达式为

$$p' = p + \alpha n. \quad (15)$$

其中, p' 为滤波后数据点; α 为双边滤波因子, 其表达式为

数。通常可以用数据点 p 的 K 最近邻域的半径来表示 σ_c 值。

3.3.2 改进的均值滤波方法

均值滤波算法^[18]是一种常用简单快速的滤波算法。均值滤波算法将点云数据中的每个数据点, 根据计算得到的滤波选取窗口内所有数据点统计平均值来进行替换。通过平滑点云数据模型的表面, 以达到对点云数据滤波的效果。由于改变了数据点的位置, 就可能会出现数据点漂移的情况。结合平滑区域三维点云数据的高斯曲率变化较小的特点。笔者将传统均值滤波算法使用的滤波窗口由数据点 p 的 K 最近邻域来代替, 以此进行了改进, 然后, 计算 K 最近邻域内所有的数据点在 p 点法线方向上的投影 d_i , 计算所

有投影的平均值 \bar{d} ,将数据点 p 沿其法线方向上移动的距离设置为平均值 \bar{d} .改进的均值滤波算法步骤如下:

- (1)选取点云数据中的一个数据点 p ,根据 K-d Tree 法查找数据点 p 的 K 最近邻域;
- (2)提取 K 最近邻域内所有的数据点,分别计算每个数据点在数据点 p 的法向量方向上的投影 $d_i,i=1,2,\cdots,k$;
- (3)根据所有数据点的投影 d_i ,计算平均值 $\bar{d}=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^kd_i$;
- (4)将数据点 p 沿其法向量方向移动距离 \bar{d} ,得到新的数据点 p' .

4 实验分析

笔者测得了一段地铁隧道区间的点云数据作为实验数据,原始实验点云数据如图 3 所示.使用 C#语言和 Matlab 编程实现算法,结合 CloudCompare 数据处理软件对实验点

云数据进行滤波实验.首先,对实验点云数据采用基于统计特征的滤波法进行离散点的滤除.

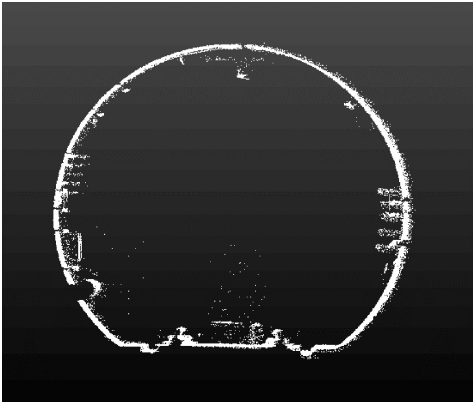


图3 实验点云数据

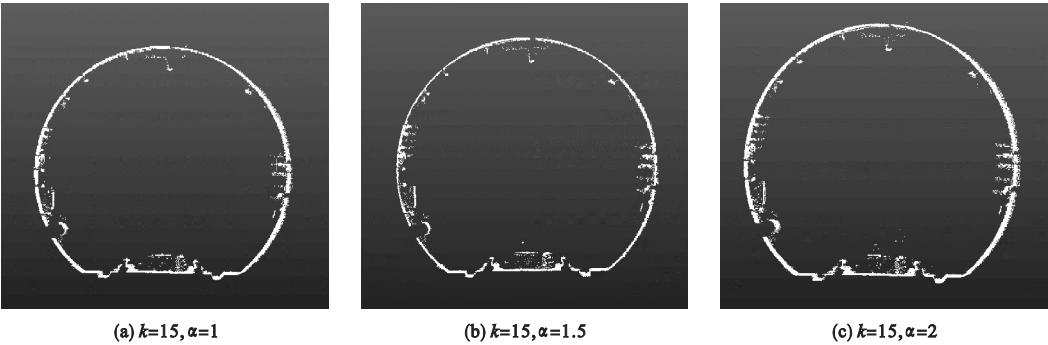
Fig.3 Experimental point cloud data

查找实验点云数据中数据点的最近 K 邻域,其中,参数 k 分别设置为 15 和 20.根据实验点云数据的数据点个数,将参数 α 设置为 1、1.5、2.实验数据结果如表 1 和图 4 所示.

表 1 统计滤波处理后数据点个数

Table 1 Number of data points after statistical filtering

参数 k	参数 α	实验数据点数量/个	滤波处理后数据点数量/个
15	1	85 474	78 035
15	1.5	85 474	80 383
15	2	85 474	81 677
20	1	85 474	78 016
20	1.5	85 474	80 325
20	2	85 474	81 644



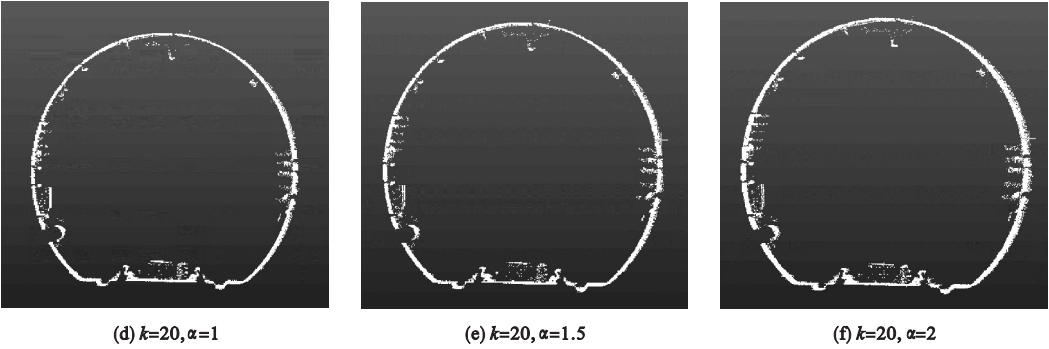


图4 统计滤波效果

Fig. 4 The effect of statistical filter

根据过滤后点云数据滤波去噪效果,剩余点云个数,处理速度以及保留隧道结构完整度. 笔者采用参数 $k=15, \alpha=1.5$ 处理后的点云数据做下一步的高斯曲率估计,并进行基于曲率特征分类的滤波处理. 滤波效果示意图如图5所示.

以同一个隧道的横断面为中心面,根据隧道变形分析的精度要求,笔者截取了

0.01 m、0.02 m、0.05 m、0.08 m 和 0.1 m 厚度的隧道切片点云数据. 将不同厚度的切片点云数据分别投影到中心面,采用最小二乘法结合 RANSAC 随机采样一致性算法将点云切片数据拟合为圆,并求出半径,与隧道设计半径 2.7 m 进行对比. 经过常规的统计滤波算法和笔者提出的组合滤波算法分别处理的结果如表2所示.

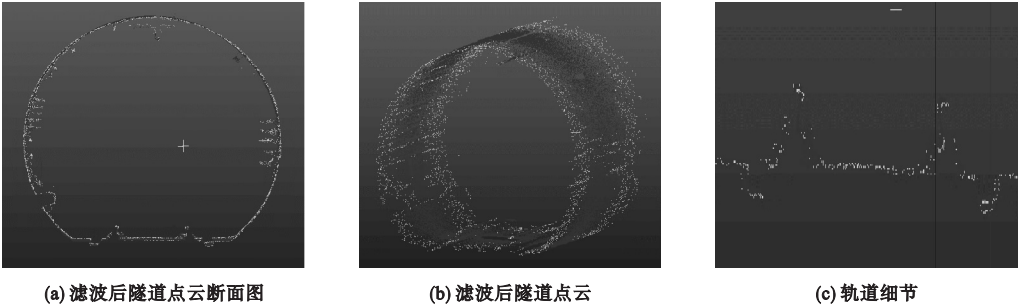


图5 组合滤波效果

Fig. 5 The effect of combination filter

表2 统计滤波与组合滤波过滤后点云个数、拟合圆半径及与设计半径差值

Table 2 The number of cloud points, the radius of the fitting circle and the difference from design radius after statistical filtering and combination filtering

断面点云 厚度/m	原始点 云数/个	统计滤波			组合滤波		
		过滤后点 云数/个	拟合圆 半径/m	与设计半径 差值/mm	过滤后 点云数/个	拟合圆 半径/m	与设计 半径差/mm
0.01	1 446	1 348	2.683 5	-16.5	1 156	2.686 7	-13.3
0.02	2 734	2 592	2.684 7	-15.3	2 248	2.689 2	-10.8
0.05	6 682	6 137	2.689 7	-10.3	5 563	2.692 5	-7.5
0.08	17 984	10 251	2.687 9	-12.1	8 783	2.691 7	-8.3
0.10	14 087	12 963	2.687 5	-12.5	12 276	2.690 9	-9.1

5 结 论

(1)通过实验处理结果可以得出,相对于传统的滤波方法,该组合滤波方法处理后的点云数据更加精简,拟合圆的半径与设计半径差值更小,点云数据处理结果精度更高。

(2)笔者所提滤波方法简单有效,滤波效果理想。在去除地铁三维点云数据的噪声点同时完整保留了隧道结构的几何细节特征,滤波处理后的点云数据可以作为地铁隧道结构三维建模的基础数据,进一步对地铁隧道结构进行变形分析,可以提高分析结果的精度。

参考文献

- [1] 孙正林. 三维激光扫描点云数据滤波方法研究[D]. 长沙:中南大学,2011.
(SUN Zhenglin. Research on filtering method of three-dimensional laser scanning point cloud data [D]. Changsha: Central South University, 2011.)
- [2] 刘腾飞. 三维点云数据的预处理研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2014.
(LIU Tengfei. A study on preprocessing of 3D point cloud data [D]. Xi'an: XIDIAN University, 2014.)
- [3] 袁华, 庞建铨, 莫建文. 基于噪声分类的双边滤波点云去噪算法[J]. 计算机应用, 2015, 35(8): 2305-2310.
(YUAN Hua, PANG Jiankeng, MO Jianwen. Denoising algorithm for bilateral filtered point cloud based on noise classification[J]. Journal of computer applications, 2015, 35(8): 2305-2310.)
- [4] 刘大峰, 廖文和, 戴宁, 等. 散乱点云去噪算法的研究与实现[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2007, 37(6): 1009-1011.
(LIU Dafeng, LIAO Wenhe, DAI Ning, et al. Research and implementation for denoising noisy scattered point data [J]. Journal of southeast university (natural science edition), 2007, 37(6): 1009-1011.)
- [5] FLEISHMAN S, DRORI I, COHEN-OR D. Bilateral mesh denoising[J]. ACM transactions on graphics, 2003, 22(3): 950-953.
- [6] SITHOLE G. Filtering of laser altimetry data using a slope adaptive filter[J]. International archives of the photogrammetry, remote sensing and spatial information sciences, 2001, 34: 203-210.
- [7] 程效军, 贾东峰, 程小龙. 海量点云数据处理理论与技术[M]. 上海: 同济大学出版社, 2014.
(CHENG Xiaojun, JIA Dongfeng, CHENG Xiaolong. Theory and technology of massive point cloud data processing [M]. Shanghai: Tongji University Press, 2014.)
- [8] 卢小平, 朱宁宁, 禄丰年. 基于椭圆柱面模型

- 的隧道点云滤波方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016, 41(11): 1476-1482.
(LU Xiaoping, ZHU Ningning, LU Fengnian. An elliptic cylindrical model for tunnel filtering [J]. Geomatics and information science of Wuhan university, 2016, 41(11): 1476-1482.)
- [9] 朱宁宁. 三维激光扫描在地铁隧道形变监测中的应用研究[J]. 测绘工程, 2015, 24(5): 63-68.
(ZHU Ningning. Application of 3D laser scanning to the subway tunnel deformation monitoring [J]. Engineering of surveying and mapping, 2015, 24(5): 63-68.)
- [10] ANDREW W M. An introductory tutorial on K-d trees[R]. Computer laboratory university of cambridge technical report, 1991.
- [11] JALBA A C, ROERDINK J B T M. Efficient surface reconstruction from noisy data using regularized membrane potentials [J]. IEEE transactions on image processing, 2009, 18(5): 1119-1134.
- [12] 卢小平, 王玉鹏, 卢遥, 等. 齐云塔激光点云三维重建[J]. 测绘通报, 2011(9): 11-14.
(LU Xiaoping, WANG Yupeng, LU Yao, et al. Three-dimensional reconstruction of Qiyun tower laser point cloud [J]. Bulletin of surveying and mapping, 2011(9): 11-14.)
- [13] JALBA A C, ROERDINK J B T M. Efficient surface reconstruction from noisy data using regularized membrane potentials [J]. IEEE transactions on image processing, 2009, 18(5): 1119-1134.
- [14] JIANG Jingjue, ZHANG Zuxun, MING Ying. Filtering of airborne lidar point clouds for complex cityscapes [J]. Geo-spatial information science, 2008, 11(1): 21-25.
- [15] MA B, ELLIS R E. Surface-based registration with a particle filter [C]//Medical image computing & computer-assisted intervention- MICCAI, 7th International Conference Saint-Malo, France: DBLP, 2004: 567-573.
- [16] MATHIEU D, MARK M, PETER S, et al. Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow [C]//Proceedings of the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1999: 317-324.
- [17] 陶茂枕. 基于 BP 神经网络的三维激光扫描点云数据的滤波方法研[D]. 西安: 长安大学, 2014.
(TAO Maozhen. The research on filtering method of three-dimensional laser scanning point cloud data based on BP neural network [D]. Xi'an: Chang'an University, 2014.)
- [18] MALEKI A, NARAYAN M, BARANIUK R G. Anisotropic nonlocal means de-noising [J]. Applied and computational harmonic analysis, 2013, 35(3): 452-482.
(责任编辑: 刘春光 英文审校: 范丽婷)