

Loop 自适应细分曲面算法研究

闵莉,陈颖,王洪畅

(沈阳建筑大学机械工程学院,辽宁 沈阳 110168)

摘要 目的 研究细分曲面深度控制算法过程,提出误差控制的自适应细分曲面算法,解决细分曲面网格面片数迅速增多、数据量增大对于曲面加工造成困难的问题。**方法** 根据 Loop 细分规则和顶点坐标信息等推导出网格顶点与该顶点极限位置之间的距离公式;给定任意精度阈值 ε ,计算 k 值确定细分深度。**结果** 在给定精度小于 0.02 时,人脸曲面网格模型的细分深度为 4;考虑到数据增长量级数较大、运行时间较慢等因素,细分 3 次为最佳。**结论** 笔者所提算法有效地控制了复杂曲面细分深度,避免了曲面模型无限制地细分下去造成的数据量冗余,提高了曲面数控加工的效率。

关键词 细分曲面;自适应;细分深度;误差控制

中图分类号 TH164

文献标志码 A

The Research on Loop Adaptive Subdivision Surface Algorithm

MIN Li, CHEN Ying, WANG Hongchang

(School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168)

Abstract: The purpose of the paper is to study the depth control algorithm process of subdivision surface and solve the problem that the number of mesh patches of subdivision surface increases and the amount of data increases to the machining of surface. According to the Loop subdivision rule and the vertex coordinate information, the distance formula between the mesh vertex and the limit position of the vertex is derived, the subdivision depth is determined by calculating the k value when given any precision threshold, and an adaptive subdivision surface algorithm based on error control is proposed. The subdivision depth of the face surface mesh model is 4 when the accuracy is less than 0.02, and the subdivision is optimal for 3 times, taking into account factors such as large number of data growth and slower running time. The algorithm proposed by the author controls the depth of complex surface subdivision effectively, which avoids the redundancy of the amount of data caused by the unlimited subdivision of the surface model, and improves the efficiency of NC machining of the surface.

收稿日期:2018-11-15

基金项目:国家自然科学基金项目(51705340);辽宁省自然科学基金项目(2016010621);辽宁省教育厅科学研究项目(L2015447)

作者简介:闵莉(1974—),女,副教授,博士,主要从事机器视觉与模式识别、数字加工技术等方面研究。

Key words: subdivision surface; adaptive; subdivision depth; error control

曲面细分是数字化加工制造的重要基础,它在复杂零件数控加工生成刀具轨迹过程中和几何造型等领域中起着关键的作用. 曲面模型多采用参数化曲面表示^[1-2],比如 NURBS 自由曲面^[3-5],这种参数曲面模型细分较容易获取. 但随着模型的复杂性不断增大,这种表示曲面的方法已不能满足现代加工制造领域的需求. 与参数曲面模型相比,复杂曲面模型细分是一种迭代过程,没有具体的解析表达式,因此它在细分过程中的计算变得困难. 如何更好地利用曲面信息进行细分逼近和深度估计是曲面细分以及提高曲面加工精度的关键问题^[6-8].

吴剑煌等^[9]以顶点平坦度作为自适应细分的阈值,提出了一种面向三角网格的自适应细分算法. A. Amresh 等^[10]将相邻三角形之间的二面角作为参与下次细分的阈值,同时还提出分水岭分割方法将曲面划分为不同区域,继而由人工决定需要参与下次细分的区域. Z. Zhang 等^[11]提出了在生成旋转刀具路径之前,利用 Loop 局部细分方法处理网格曲面模型. 陈甜甜等^[12]将三角片的弦长误差作为 Loop 自适应细分阈值,通过插值达到自适应细分目的. 张萌^[13]介绍了曲面离散为三角网格的细分方法,并对 Loop 细分中可能用到的几种自适应准则作了阐述. 鞠志涛^[14]通过改进 Loop 细分方法,将计算得到的二面角的值作为选择细分区域的依据,利用插值和自适应约束达到曲面细分的目的. 周海等^[15]用拟合的方法构造三角网格模型生成算法,通过对控制网格顶点的约束修正、网格形状优化、局部自适应细分来求解拟合细分曲面的控制顶点,构造细分网格模型. 徐金亭等^[16]提到三角网格是对初始模型的线性逼近,因存在模型精度损失问题,所以其精确刀位轨迹生成将变得困难. 因此如何合理细分三角网格、提高模型精度,也是刀位轨

迹的关键问题.

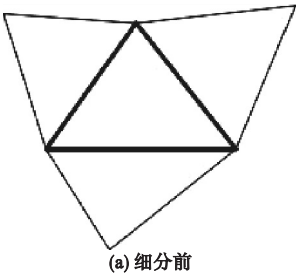
综上所述,笔者针对细分曲面过程中出现的精度损失和细分深度计算困难以及数据量多等问题展开论述,给出任意精度阈值下的细分深度计算公式,解决了曲面网格模型精度确定以及细分深度计算问题;在保证网格曲面光滑性以及曲面合理细分深度的情况下,针对 Loop 自适应细分曲面加工设定精度阈值 ε ,并提出了误差控制的自适应细分算法,满足了用户对给定任意精度下曲面细分的需求,从而为后续进行刀具轨迹规划算法的研究提供基础.

1 Loop 细分曲面

1.1 细分规则

在实际加工中,精加工对于曲面精度和表面质量提出了较高的要求. 采用基于三角网格的 Loop 细分模式能够在规则处保持 C^2 连续,在奇异点处为 C^1 连续. 同时 Loop 细分曲面模型能够保证各三角片之间的拓扑关系,可以提高生成刀具轨迹的效率. Loop 细分是一种逼近型的面分裂模式,在细分过程中不断收缩,三角面片数以 4 倍的速度增长,因此它也称为极限曲面.

正文 Loop 细分^[17-19]是一种基于三角形面的分裂模式,1987 年它由美国的 Charles Loop 首次提出,基本思想是在三角形面的每条边上插入新顶点,将新顶点依次连接起来形成四个小三角形,所以细分一次后,三角形的个数会增加 4 倍,如图 1 所示.



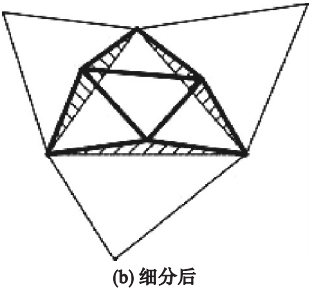


图 1 Loop 细分图

Loop 模式的几何规则,网格曲面内部插入新顶点 V_E (奇点) 和 V_V (偶点) 的计算模式如图 2 所示.

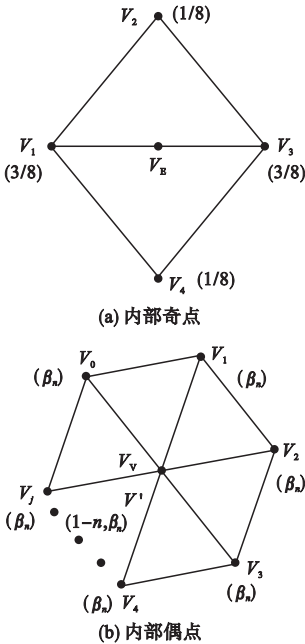


图 2 计算模板图

Fig. 2 The calculation template diagram

细分后内部奇点 V_E 的计算方法:

$$V_E = \frac{1}{8}(3V_1 + V_2 + 3V_3 + V_4). \quad (1)$$

V_1 、 V_3 为边的两个顶点,共享此边的两个三角形为 (V_1, V_2, V_3) 和 (V_1, V_3, V_4) .

细分后内部偶点 V_V 的计算方法:

$$V_V = (1 - n\beta_n)V' + \beta_n \sum_{j=0}^{n-1} V_j. \quad (2)$$

设内部顶点 V 的邻接点为 V_0, V_1, \dots, V_{n-1} ,其中 n 为顶点 V' 邻域的阶, V' 为顶点 V_V 对应的旧顶点, β_n 定义如下:

$$\beta_n = \begin{cases} \frac{3}{16}, n=3; \\ \frac{1}{n} \left(\frac{5}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n} \right)^2 \right), n>3. \end{cases} \quad (3)$$

细分一次后边界奇点与偶点的计算板图如图 3 所示.

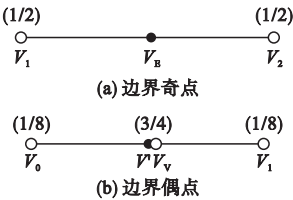


图 3 计算模板图

Fig. 3 The calculation template diagram

计算模式如下:

边界奇点表示为

$$V_E = \frac{1}{2}(V_1 + V_2). \quad (4)$$

边界偶点表示为

$$V_V = \frac{6}{8}V' + \frac{1}{8}(V_0 + V_1). \quad (5)$$

为使曲面在边界处光滑,采用 Zorin 修改边界点权值的方法,边界端点内部边的奇点如图 4 所示.

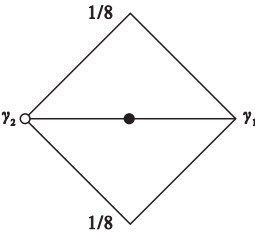


图 4 边界端点(空心圆)内部边的奇点图

Fig. 4 Singularity diagram of the inner edge of the boundary endpoint(hollow circle)

$$\gamma_1 = \frac{1}{4}, \gamma_2 = \frac{1}{2}, \quad (6)$$

或

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n-1}, \gamma_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n-1}. \quad (7)$$

式(7)中,当随着 n 不断增大时,对式(7)取极限值,则 γ_1, γ_2 的值等于式(6).

当 β_n 满足 $\frac{1}{4}\left(1 - \cos \frac{2\pi}{n}\right) < n\beta_n < 1 +$

$\frac{1}{4}\cos \frac{2\pi}{n}$ 时, Loop 曲面一阶光滑. 通过细分规则, Loop 细分得到的极限曲面是 C^2 连续, 在奇异点处 C^1 连续.

1.2 极限曲面顶点位置的计算

设给定初始控制网格 M^0 , Loop 模式细分后得到网格序列 M^0, M^1, \dots, M^k . 网格序列的极限称为细分曲面, 也称为极限曲面. 由于细分曲面没有具体的解析式, 因此对局部细分矩阵进行分析来计算细分曲面的几何属性. 顶点的极限位置由顶点 V 的 1-邻域上组成的细分矩阵分析得到, 初始控制三角网格为 M^0 , 经过 k 次细分后, 控制网格 M^k 的子集序列表示为 $M^k = (V^k, V_0^k, V_1^k, \dots, V_{n-1}^k)$. 将式(1)和式(2)写成矩阵表达式为

$$M^{k+1} = SM^k. \quad (8)$$

矩阵 S 称为控制网格 M^k 第 k 次细分后的细分矩阵. 结合 1.1 小节介绍的细分规则, 细分矩阵表示为

$$S = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 8 - 8n\beta_n & 8\beta_n & 8\beta_n & \cdots & 8\beta_n & 8\beta_n \\ 3 & 3 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & 0 & 0 & \cdots & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 3 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

由细分矩阵表达式可知 S 有最大特征值 1, 且重复度为 1, 其对应的左特征向量为

$$l_0 = \left(\frac{3}{8\beta_n} + n\right)^{-1} \left[\frac{3}{8\beta_n}, 1, 1, \dots, 1\right]. \quad (10)$$

则控制顶点 V 收敛于 V^∞ , 设控制顶点 V 的 1-邻域为 $\Psi_n^1 = [V_0, V_1, \dots, V_j, \dots, V_{n-1}]$, 其极限细分曲面上顶点位置表示为

$$\begin{aligned} V^\infty &= l_0 \Psi_n^1 = \\ &\left(\frac{3}{8\beta_n} + n\right)^{-1} \left[\frac{3}{8\beta_n} V + V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}\right] = \\ &\frac{3}{3 + 8n\beta_n} V + \frac{8\beta_n}{3 + 8n\beta_n} \sum_{j=0}^{n-1} V_j. \end{aligned} \quad (11)$$

2 基于误差控制的自适应细分

曲面网格模型进行 Loop 细分时造成三角面片数过多, 对于存储空间和运算时间都会产生严重影响, 同时对于后续的刀具轨迹规划加大难度, 因此采用适当的自适应细分方法来控制细分深度, 进而控制细分后的三角面片的数量十分必要. 细分曲面的过程中, 遇到的问题是一个模型要细分多少次才能满足给定精度阈值 ε 要求. 针对这一问题的相关研究大多计算过程复杂, 如文献[20]中给出了三个不同的误差值与计算得到的最大误差比较, 寻求最优的一个误差值作为细分曲面模型的依据, 同时需要计算网格顶点坐标分量的上下界的最大差值, 且坐标分量必须参数化. 尽管这种方法对细分曲面和其线性近似之间的最大距离作了严格的估计, 但计算步骤繁杂.

2.1 细分曲面深度估计

从细分曲面深度出发, 通过第 1 小节细分规则与极限位置的计算推导出网格顶点与其极限位置之间的最大距离计算公式, 寻求满足精度的细分次数来控制细分深度. 细分过程中每个三角面片的收敛速度不同, 导致控制网格上的每个顶点到其对应的极限位置之间的距离不同. 因此可以计算它们中的最大距离并与给定精度阈值 ε 比较, 以此来判断细分后的网格曲面是否满足精度要求. 这样减少了细分深度, 节省了时间, 同时可以满足不同用户对曲面精度以及光滑性的需求. 设 v_i^k 为模型细分 k 次后得到的顶点, k 为 0 表示初始控制网格上的顶点, v_i^∞ 为 v_i 在极限曲面上对应的位置, Π^k 为 k 次细分后的顶点集合. $d_i^k = \|v_i^\infty - v_i^k\|$ 表示 v_i^k 与 v_i^∞ 之间的距离, 则 k 次细分后控制网格上顶点与其极限位置之间的最大距离 d_{\max}^k 定义为

$$d_{\max}^k = \max_{v_i \in \Pi^k} \|v_i^\infty - v_i^k\|. \quad (12)$$

顶点的极限位置由 1.2 节给出, 将式

(11) 带入式(12)中,可得:

$$d_{\max}^k = \max_{v_i \in \Pi^k} \left\| \frac{8n\beta_n}{3 + 8n\beta_n} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} v_j^k - v_i^k \right) \right\|. \quad (13)$$

同理,

$$d_{\max}^{k+1} = \max_{v_i \in \Pi^{k+1}} \left\| \frac{8n\beta_n}{3 + 8n\beta_n} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} v_j^{k+1} - v_i^{k+1} \right) \right\|. \quad (14)$$

根据细分曲面的凸包性质可知,同一层上的奇点比偶点到各自对应的极限位置距离小,因此将 Loop 细分模式中的偶点计算式(2)带入式(14)中的 v_i^{k+1} ,如图 5 所示.

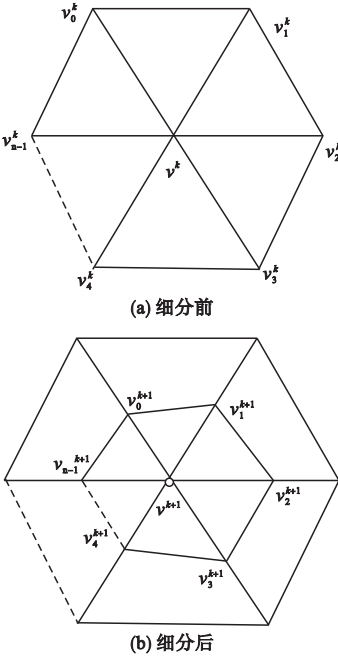


图 5 顶点 v 的 1-邻域

Fig. 5 The 1-neighborhood of vertex v

根据图 5 计算可得:

$$d_{\max}^{k+1} = \max_{v \in \Pi^{k+1}} \left\| \left(\frac{5}{8} - n\beta_n \right) \frac{8n\beta_n}{3 + 8n\beta_n} \cdot \left(\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} v_j^k - v_i^k \right) \right\|. \quad (15)$$

假设 $n > 3$, 由 Loop 细分规则已知 $\beta_n =$

$$\frac{1}{n} \left(\frac{5}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n} \right)^2 \right), \text{ 则} \quad \frac{5}{8} - n\beta_n = \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n} \right)^2. \quad (16)$$

结合式(13),可得式(15)满足下列不等式:

$$d_{\max}^{k+1} \leq \left(\frac{5}{8} - n\beta_n \right) d_{\max}^k. \quad (17)$$

依据递归性,可得:

$$d_{\max}^{k+1} \leq \left(\frac{5}{8} - n\beta_n \right)^k d_{\max}^0. \quad (18)$$

设 ε 为给定的精度误差,令 $d_{\max}^{k+1} \leq \left(\frac{5}{8} - n\beta_n \right)^k d_{\max}^0 \leq \varepsilon$,求解不等式可得:

$$k \geq \log_{\rho} \sigma. \quad (19)$$

其中, $\rho = \left(\frac{5}{8} - n\beta_n \right)^{-1}$, $\sigma = \frac{d_{\max}^0}{\varepsilon}$.

根据给定的任意精度误差 ε 和初始控制网格模型,可计算细分后的网格曲面与极限细分曲面之间的距离 $d_{\max}^k \leq \varepsilon$ 的最少细分次数是

$$k = \lceil \log_{\rho} \sigma \rceil. \quad (20)$$

其中有一种特殊情况是封闭正则网格,即网格上所有顶点阶数是 6,则 $\left(\frac{5}{8} - n\beta_n \right) = \frac{1}{4}$. 因此利用式(20),不需要实际细分一个

模型就可以计算出细分次数是否满足给定精度. 同时,也可以用其来判定曲面已经细分的深度是否满足给定的精度.

2.2 自适应细分算法步骤

笔者利用控制网格顶点与该顶点极限位置间的距离 d_{\max}^k 作为自适应细分的阈值依据. 细分过程中,通过设置精度误差 ε 来控制自适应细分深度. 误差控制的自适应细分算法具体描述如下:

输入:初始三角网格 M_0 .

输出:细分后三角网格 M_k .

Step 1: 遍历三角网格曲面按照细分规则和式(11)分别计算细初始网格顶点与该顶点的极限位置;

Step 2: 遍历网格内部偶点,按照式(13)计算三角片顶点与其极限位置间的距离 d_i^k ,并搜索最大距离 d_{\max}^k ;

Step 3: 给定精度误差值 ε ,作为判断网

格是否继续细分的阈值,利用式(20)计算出满足该误差的最少细分次数 k ;

Step 4:将网格模型细分 k 次,得到新三角网格模型;

Step 5:检验新网格模型中是否有退化的点及三角面片,若有则将其剔除;

Step 6:输出满足要求的网格模型,算法结束.

算法流程图如图 6 所示.

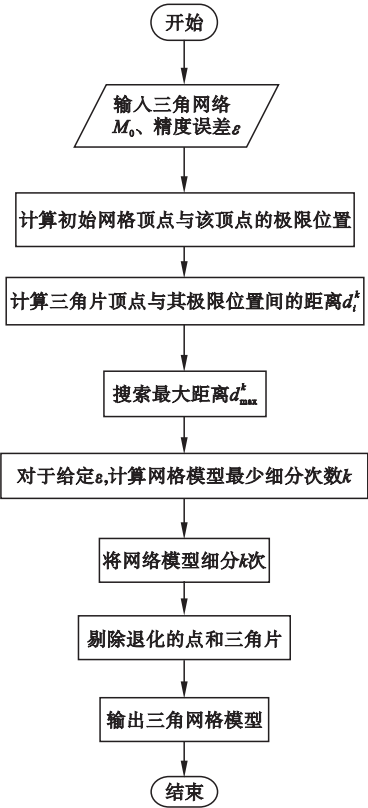


图 6 误差控制的自适应细分算法流程

Fig. 6 Adaptive subdivision algorithm flow chart for error control

3 算法验证与分析

3.1 算法实例

为验证笔者所提基于误差控制的自适应算法的有效性,用 Matlab 软件对三维曲面模型进行模拟试验.图 7 是人脸模型的细分过程,在给定精度 $\varepsilon = 0.05$ 时,利用误差控制的自适应细分算法对人脸模型细分两次后满足

给定精度要求,不需要再进行细分.初始模型选为 2 500 个顶点,4 802 个三角形面片(见图 7(a));一次细分完成后三角形面片为 19 208 个,顶点数 9 801 个(见图 7(b));二次细分完成后三角形面片达到 76 832 个,顶点数 38 809 个(见图 7(c)),其中线框标记区域放大后如图 7(d)所示.

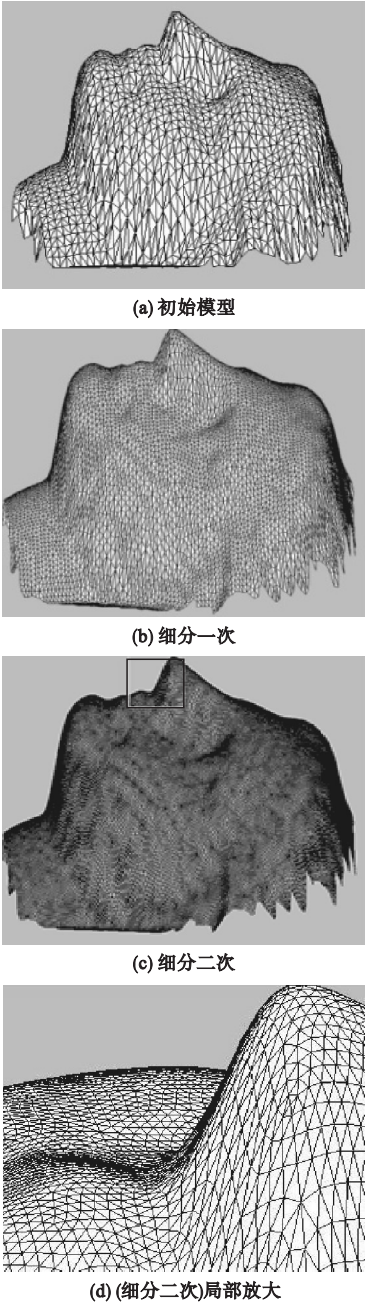


图 7 自适应细分人脸模型图

Fig. 7 Adaptive subdivision diagram for face model

由图 7 可知,随着细分次数的增多,模型的数据量逐渐增多,模型曲面逐渐趋于光滑,精确度逐渐增加;通过计算机进一步的算法验证,对比细分两次和细分三次的结果可得,曲面光滑性和平坦度相差不大,但细分三次的数量数据和计算机耗费时间相对于细分两次要大得多.利用笔者所提算法,设定精度值后计算出需要细分的深度能够有效避免上述问题.图 8 所示为选取图 7 人脸模型中任意局部曲面进行曲面细分,对局部曲面的划分结

果可知两次细分满足曲面模型细分深度要求;细分三次的曲面模型三角面片数量是初始曲面模型三角面片数量的 64 倍.对于整个人脸模型图来说,当细分次数过多时产生巨大的数据量使得计算机运行困难,继而导致计算机死机.基于误差控制的自适应细分算法可以快速完成曲面细分过程,为曲面模型进行自适应细分节省了存储空间、运行时间,从而给后续生成合理的刀具路径提供了便利.

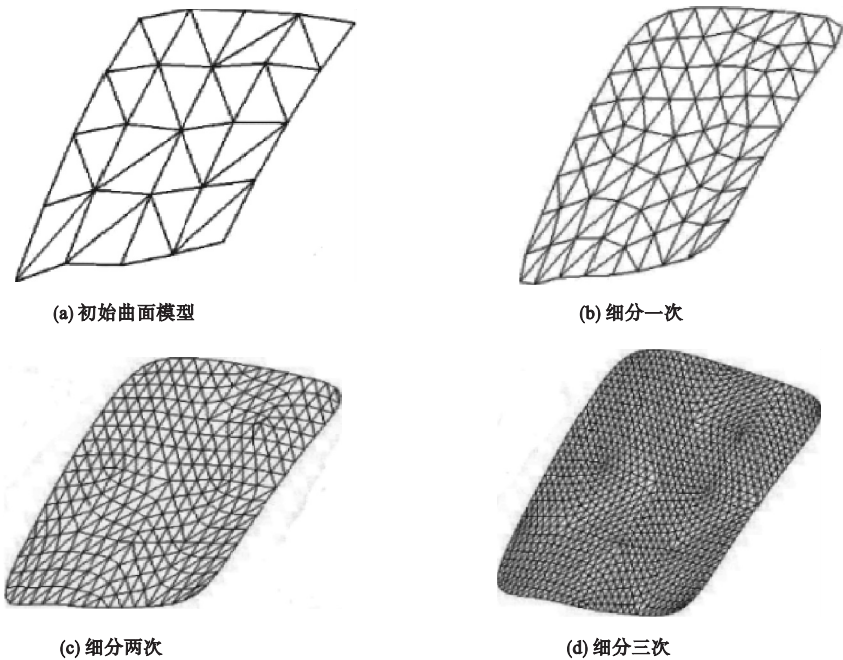


图 8 自适应细分局部人脸曲面模型图

Fig. 8 Local surface of face model for adaptive subdivision

图 9 是对网格模型曲面细分的实验结果,其中图 9 (b)、(c) 是给定精度阈值

$\varepsilon = 0.06 (k = 2)$ 和 $\varepsilon = 0.007 (k = 3)$ 时对初始模型细分的结果.

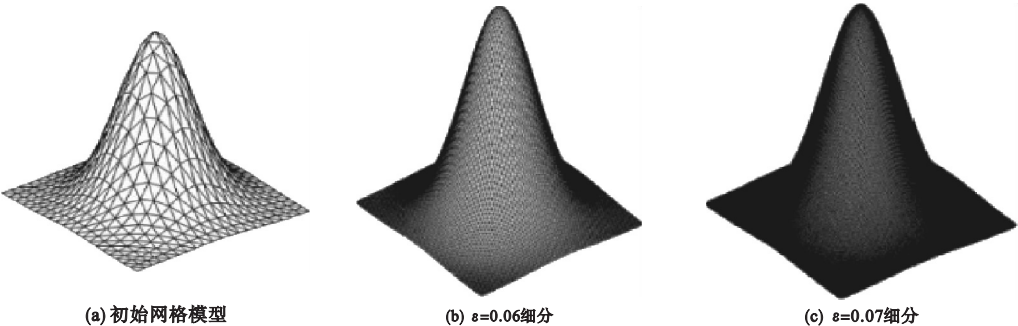


图 9 不同精度下的网格模型自适应细分曲面图

Fig. 9 Adaptive subdivision surfaces of mesh model with different accuracy

由图 9 可以得出:给定不同精度时,细分后的曲面模型光滑性不同,在一定范围内选择合适的精度阈值可以满足不同用户对曲面模型的需求.利用笔者方法在保证网格模型曲面光滑性的前提下,给定任意精度 ε ,由式(20)计算出模型需要细分的深度,从而可以得到不同精度的网格曲面模型.

3.2 细分深度分析

由式(20)得:

$$k = \lceil \log_{\rho} \sigma \rceil = \left\lceil \log_{\rho} \frac{d_{\max}^0}{\varepsilon} \right\rceil = \lceil \log_{\rho} d_{\max}^0 - \log_{\rho} \varepsilon \rceil. \tag{21}$$

结合前文 2.1 节知, $\rho > 1$,且 $0 < \varepsilon \leq d_{\max}^0 \leq 1$,所以 $k = \lceil \log_{\rho} d_{\max}^0 \rceil + \lceil \log_{\rho} \varepsilon \rceil$.将 $\lceil \log_{\rho} d_{\max}^0 \rceil$ 看作常数,可以由上述关系式得到细分深度与任意精度 ε 关系图,如图 10 所示.由上述分析,当给定精度值时利用式(20)可以计算出曲面网格模型满足精度要求的最少细分次数.对于不同的精度 ε 取值,所需要的细分次数也不同.按照给定的任意精度得到人脸模型图 8 的细分深度,由实验结果得出在给定精度小于 0.02 时,人脸曲面网格模型需要细分 4 次;考虑到数据增长量级数较大、运行时间较慢等因素,细分 3 次为最佳.对于任意网格模型,通过细分深度估计式(21)可得到精度 ε 与细分深度之间的关系,从而可以确定任意精度下网格曲面模型需要细分的深度以及判定网格曲面模型的精度范围,同时也可以确定细分的时间复杂度为 $O(k)$.

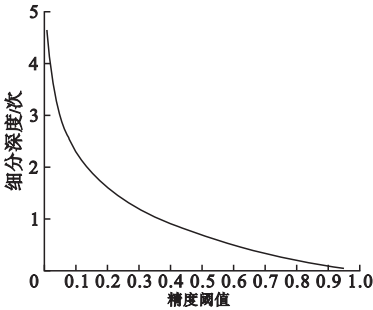


图 10 细分深度与精度关系图

Fig. 10 The relationship between subdivision depth and accuracy

对比基于误差控制的 Loop 自适应细分和原始的 Loop 细分两种方法,笔者提出的自适应细分方法可以确定曲面细分的精度阈值,满足用户对不同精度网格曲面的需求,另外细分深度是可以调控的;而原始的 Loop 细分没有设定精度阈值,且细分深度不可调控.

4 结 论

(1)笔者所提算法可以有效地控制复杂曲面细分深度,提高曲面光滑性和表面质量;根据给定的任意精度阈值 ε 和计算出的曲面模型细分深度,可以直接在计算机中仿真得到用户需要的曲面细分模型,节省了时间,提高了效率.

(2)根据细分深度与设定精度之间的关系图,综合考虑运行时间、数据量等因素,可以确定最佳细分次数以及合适的精度范围.

(3)对于复杂曲面细分后生成的点更具有代表性,根据得到的顶点坐标信息拟合得到光滑的曲线,可为后续数控加工中刀具轨迹规划提供基础.

参考文献

[1] 何坤金,赵宗星,耿维忠.层次参数化的自由曲面特征表示与实现[J].计算机辅助设计与图形学学报,2014,26(5):826-834.
(HE Kunjin,ZHAO Zongxing,GENG Weizhong. Parametric representation and implementation of freeform surface feature based on layered parameters[J]. Journal of computer-aided design & computer graphics,2014,26(5):826-834.)

[2] 李鑫,翟建军,黄翔.基于特征的曲面钣金零件三维参数化造型研究[J].机械制造及其自动化,2014(2):24-26.
(LI Xin,ZHAI Jianjun,HUANG Xiang. Research on feature-based 3D parameterized modeling of curved face plate work piece[J]. Machine building & automation,2014(2):24-26.)

[3] 陈燕丽.NURBS复杂自由曲面造型方法的研究[D].西安:长安大学,2014.
(CHEN Yanli. Study on modeling method of NURBS complex free surface[J]. Xi'an: Chang'an University,2014.)

[4] 李爱民,牛秦玉,寇发荣,等.NURBS曲面自由型特征处理方法研究[J].图学学报,2015,36(1):17-21.
(LI Aimin,NIU Qinyu,KOU Farong,et al. Research on processing methods for free-form

- features of NURBS surfaces [J]. Journal of graphics, 2015, 36(1): 17–21.)
- [5] 沈利刚, 龚景海. 自由曲面四边形网格等杆长划分算法 [J]. 空间结构, 2016, 22(1): 11–15.
(SHEN Ligang, GONG Jinghai. An algorithm for equilateral quadrilateral mesh models of free-form surface [J]. Spatial structures, 2016, 22(1): 11–15.)
- [6] MATRAS A, KOWALCZYK R. Analysis of machining accuracy during free form surface milling simulation for different milling strategies [M]. [S.l.]: SPIE Proceedings, 2014.
- [7] LI H, LI Y, MOU W, et al. Sculptured surface-oriented machining error synthesis modeling for five-axis machine tool accuracy design optimization [J]. International journal of advanced manufacturing technology, 2016, 89(9/12): 1–14.
- [8] DADGARI A, HUO D H, SWAILES D. The effect of machining tool path on surface roughness and dimensional accuracy for high-speed micro milling [J]. Solid state phenomena, 2017, 261: 69–76.
- [9] 吴剑煌, 刘伟军, 王天然. 面向三角网格的自适应细分 [J]. 计算机工程, 2006, 32(12): 14–16.
(WU Jianhuang, LIU Weijun, WANG Tianran. Adaptive refinement scheme for triangular meshes [J]. Computer engineering, 2006, 32(12): 14–16.)
- [10] AMRESH A, FARIN G, RAZDAN A. Adaptive subdivision schemes for triangular meshes [J]. Hierarchical and geometric methods in scientific visualization, 2003: 319–327.
- [11] ZHANG Z, FENG Y, REN B. Exploratory study of spiral NC tool path generation on triangular mesh based on local subdivision [J]. International journal of advanced manufacturing technology, 2016, 83(5/8): 835–845.
- [12] 陈甜甜, 赵罡. Loop 细分曲面精加工刀具轨迹生成 [J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(4): 663–668.
(CHEN Tiantian, ZHAO Gang. Tool path generation for loop subdivision surface based finish machining [J]. Journal of Beijing university of aeronautics and astronautics, 2015, 41(4): 663–668.)
- [13] 张萌. 基于 Loop 模式的自适应细分技术研究 [D]. 济南: 山东大学, 2013.
(ZHANG Meng. Research on adaptive subdivision surface technology based on loop scheme [D]. Ji'nan: Shandong University, 2013.)
- [14] 鞠志涛. 基于渐进插值的自适应 LOOP 曲面细分 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2011.
(JU Zhitao. Adaptive LOOP subdivision base on progressive interpolation [D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2011.)
- [15] 周海, 周来水. 三角网格模型的细分曲面拟合 [J]. 南京航空航天大学学报, 2007, 39(2): 258–262.
(ZHOU Hai, ZHOU Laishui. Subdivision surface fitting from triangle mesh [J]. Journal of Nanjing university of aeronautics and astronautics, 2007, 39(2): 258–262.)
- [16] 徐金亭, 刘伟军, 卞宏友, 等. 基于网格曲面模型的等残留刀位轨迹生成方法 [J]. 机械工程学报, 2010, 46(11): 193–198.
(XU Jinting, LIU Weijun, BIAN Hongyou. Constant scallop tool path for triangular surface machining [J]. Journal of mechanical engineering, 2010, 46(11): 193–198.)
- [17] LOOP C T. Smooth subdivision surfaces based on triangles [D]. Salt Lake City: Utah University, 1987.
- [18] 黄琴. 基于 Loop 细分的自适应刀具路径规划的研究 [D]. 长沙: 湖南大学, 2014.
(HUANG Qin. Research on adaptive tool path generation technology based on loop subdivision [D]. Changsha: Hu'nan University, 2014.)
- [19] 王艳艳, 惠丽峰, 罗晓锋. 三角网格顶点重要度的自适应 Loop 细分算法 [J]. 计算机工程与应用, 2014, 50(13): 201–204.
(WANG Yanyan, HUI Lifeng, LUO Xiaofeng. Adaptive loop subdivision algorithm for triangle mesh based on vertex's importance [J]. Computer engineering and applications, 2014, 50(13): 201–204.)
- [20] WU X, PETERS J. An accurate error measure for adaptive subdivision surfaces [C]// International conference on shape modeling and applications. Cambridgeshire: IEEE Computer Society, 2005: 51–56.
(责任编辑: 刘春光 英文审校: 范丽婷)