

# 基于激光点云的隧道中心线自动提取算法

王井利<sup>1</sup>, 邓伟<sup>1</sup>, 张德峰<sup>2</sup>

(1. 沈阳建筑大学交通工程学院, 辽宁 沈阳 110168; 2. 中铁十九局集团矿业投资有限公司, 北京 100176)

**摘要** 目的 提出一种基于三维激光点云数据的隧道中心线自动提取方法, 解决地铁盾构隧道中心线提取困难、精度低的问题. 方法 利用共有坐标换算完成扫描仪坐标系和隧道工程坐标系的统一; 截取一定厚度的隧道平面切片, 并对切片点云去噪、滤波、投影, 得到断面点云; 通过改进的最小二乘椭圆拟合法, 无需对所有断面点云拟合即可解算出精确的椭圆方程和该断面的中心点, 利用二次样条曲线插值得出隧道中心线. 结果 通过对 FARO FOCUS 3D X330 获取的地铁隧道点云数据进行实验, 笔者提出的方法能快速拟合出隧道断面, 自动提取隧道中心线误差小于 2.01 mm. 结论 该算法解决了以往隧道中心线提取方法速度缓慢且精度较差的缺陷, 能对隧道施工以及隧道变形检测提供指导和借鉴.

**关键词** 自动提取; 滤波; 断面中心线; 椭圆拟合

中图分类号 TU198+.6; U456.3

文献标志码 A

## Rapid Extraction Algorithm of the Tunnel Center Line Based on Point Cloud

WANG Jingli<sup>1</sup>, DENG Wei<sup>1</sup>, ZHANG Defeng<sup>2</sup>

(1. School of Transportation Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168; 2. China Railway 19th Bureau Group Mining Investment Co. Ltd., Beijing, China, 110176)

**Abstract:** This paper presents a method of rapid extraction of tunnel centerline based on 3D laser point cloud data which can solve the problem of difficult extraction and low accuracy of the central line of metro shield tunnel. The unification of the coordinate system of the scanner and the tunnel engineering coordinate system is completed by using the common point coordinate conversion. The plane slice of the tunnel with a certain thickness is intercepted, and the slice point cloud is denoised, filtered and projected, and the cross point cloud is obtained. By improved least square ellipse fitting method, without all the section point cloud fitting solution to calculate the exact elliptic equations and the center of the section. It is concluded that the center line of the tunnel using quadratic spline interpolation. Through the experiment of the subway tunnel point cloud data obtained by FARO FOCUS 3D X330, the method proposed in this paper can fit the tunnel section with higher speed, and the error of automatic extraction of tunnel center line is less than 2.01 mm. This

收稿日期: 2017-12-01

基金项目: 国家自然科学基金项目(51774204)

作者简介: 王井利(1971—), 男, 教授, 主要从事精密工程测量技术及3S技术等方面研究.

algorithm has solved the defects of slow and accurate extraction method of tunnel centerline, which can provide guidance and reference for tunnel construction and tunnel deformation detection.

**Key words:** automatic extraction; filter; center line of section; elliptical fitting

目前越来越多的城市已经建造或者将要建造地铁,地铁隧道是否完全符合设计规范对地铁运营有重要影响,这就需要在隧道建造过程中对其实时检查和指导,并在工程竣工后对其进行检测.隧道断面的变形及隧道中心线的准确与否是隧道检测项目中必须关注的方向<sup>[1-4]</sup>.

由于隧道的特殊环境所限制,普通方法获取隧道内部数据既费时又不精确,利用三维激光扫描仪高速扫描获取高密度隧道点云数据进行隧道全断面测量和变形监测成为一种理想和必要的检测手段<sup>[5-10]</sup>.尤相骏等<sup>[11]</sup>采用“点云绝对定位法”实现多站扫描数据坐标系的统一,用与断面点距离最小的最小二乘法拟合椭圆,最后通过参考断面轮廓线投影法将点云投影成正射影像,形成可量测的成果.何丽娜等<sup>[12]</sup>先利用最小平方中值法计算残差,接着用样本分位值检验异常值的方式获取粗差位置,最后用最小二乘法拟合出椭圆,通过改进的椭圆拟合法增加了稳健性,但运算时间较长.朱宁宁<sup>[13]</sup>利用方位角最值搜索算法提取边缘点用于拟合隧道中轴线,然后沿拟合的隧道中轴线等间隔截取断面,最后进行椭圆拟合并与设计圆形比较各个方向上的变形量.托雷<sup>[14]</sup>引用RANSAC算法拟和隧道中轴线,接着基于邻域局部曲面拟合完成断面截取,最后计算半径差值得出隧道收敛情况.周彬<sup>[15]</sup>采用圆柱面拟合法获取隧道管片的实测轴线,运用误差分布统计规律对截取的管片点云切片进行粗差剔除降噪,然后对降噪后的点云切片采用椭圆拟合法建模得到管片在断面360°各个分段的变形值,同时采用全站仪对隧道表面贴片测量并拟合椭圆,将两种结果对比,验证了三维激光扫描技术在隧道断面变形测量

中的可靠性.

笔者基于三维激光扫描数据,以地铁盾构管片隧道为研究对象,提出了一种自动连续截取地铁隧道断面并求取断面中心线的方法;先采集三维点云数据,对点云数据进行扫描仪相对坐标系到隧道工程坐标系的转换;然后在隧道坐标系中基于隧道设计中心线方向进行隧道断面的连续截取,并通过环形滤波方式去除非隧道表面点;接着通过改进的最小二乘椭圆拟合法在断面上平均选点快速拟合得到椭圆方程,从而求出断面中心点;最后利用二次样条曲线差值得到隧道中心线.该方法精度较高且提高了数据处理效率.

## 1 隧道扫描点云坐标系变换

激光扫描法就是利用三维激光扫描仪在隧道壁上发射激光,反射回来高密度毫米级点间距的具有三维坐标的激光点云,能真实反映隧道情况<sup>[16]</sup>.三维激光扫描仪扫描隧道所得到的点云是以扫描仪为中心点建立的相对坐标系坐标,为了方便点云数据的处理以及对比得到的断面中心线与隧道设计中心线的差异,需要将该坐标转换为隧道工程坐标系坐标.

笔者采用的方法是将扫描仪相对坐标点云通过已知隧道控制坐标系坐标的3个控制点,直接转换到隧道控制测量坐标系中.具体做法为:在隧道扫描范围内放置3个球形棱镜,分别命名为A、B、C;扫描仪完成隧道扫描后,在通视范围内的隧道控制点上架设全站仪,后视定向后对上述球形棱镜依次测量其在隧道工程坐标系下的坐标,如图1所示.在数据处理时,软件可以利用该点的相对坐标系坐标与工程坐标系坐标代入内置三维坐标转换模型,从而自动解算出扫描仪相对坐

标系到隧道工程坐标系的7个转换参数<sup>[17-18]</sup>.最后通过转换参数将所有点云相对坐标转换成隧道工程坐标,隧道工程坐标系如图2所示.

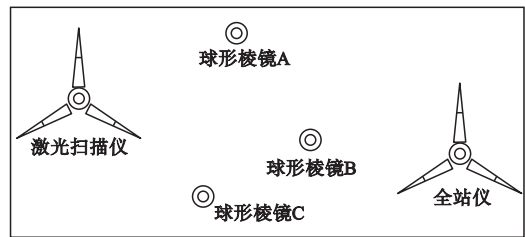


图1 现场作业俯视图  
Fig. 1 Site planform

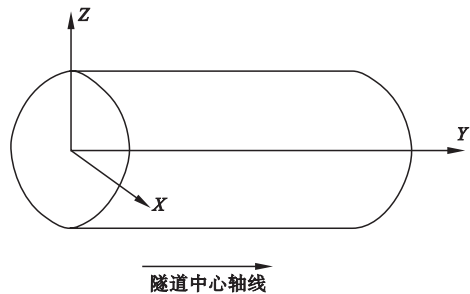


图2 隧道工程坐标系

Fig. 2 Tunnel engineering coordinates

根据地铁隧道实际测量环境,笔者采用的三维坐标转换模型为

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}. \quad (1)$$

该模型中的旋转矩阵仅含有3个独立的旋转角参数,同时由于旋转矩阵具有正交的特性,由此列出6个限制条件:

$$\begin{cases} a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1, \\ b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = 1, \\ c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 = 1, \\ a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0, \\ a_1 a_3 + b_1 b_3 + c_1 c_3 = 0, \\ a_2 a_3 + b_2 b_3 + c_2 c_3 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

首先将式(2)作线性化处理,然后按附有限制条件的间接平差法求解可得到3个平移参数、3个旋转参数和1个尺度参数,最后

将点云数据坐标通过上述转换模型转换成隧道工程坐标.

## 2 断面提取及点云滤波

### 2.1 断面提取

在完成隧道扫描点云坐标转换后,确定断面提取的起始位置中心坐标  $O_1(0, y_1, 0)$ ,以隧道设计中轴线作为初始参考轴线,在断面中心处设置具有一定厚度  $d$  的切片 ( $5 \text{ mm} \leq d < 20 \text{ mm}$ ),利用该切片获取该断面处的圆柱形面状点云,将这些点垂直投影至该断面中心里程处的平面上,则断面上任一点的  $x$  坐标和  $z$  坐标不变,  $y$  坐标变为断面中心  $y$  坐标  $y_1$ ,即为  $P_{1,i}(x_i, y_1, z_i)$ ,1表示初始切片位置,  $i$  表示断面上第  $i$  个点. 等间隔  $l$  正交截取多个断面切片 ( $0.5 \text{ m} \leq l \leq 4 \text{ m}$ ),各切片上点云坐标依次为  $P_{1,i}(x_i, y_1, z_i)$ ,  $P_{2,i}(x_i, y_2, z_i), \dots, P_{n,i}(x_i, y_n, z_i)$ . 图3所示即为截取的实测断面和设计断面对比图. 如果隧道建设过程中与设计值有较大偏差或发生严重形变(见图4),则设计隧道中轴线不能反映隧道的真实走向,这就意味着上述方法获得的切片有可能不垂直于隧道走向. 为了避免这种情况,应尽量使切片间隔  $l$  较小,根据地铁设计规范(GB 50157—2013),线路正线最小曲线半径大于  $250 \text{ m}$ ,宜取  $1/500 \sim 1/250$ ,即  $0.5 \text{ m} \leq l \leq 1 \text{ m}$ .

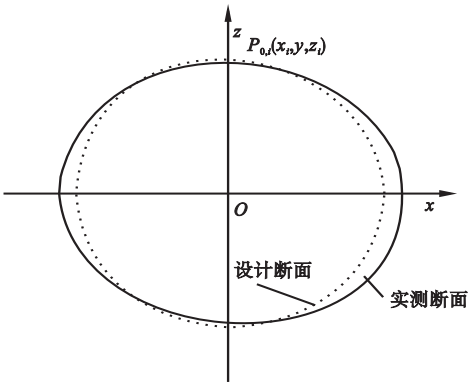


图3 实测断面与设计断面对比

Fig. 3 Comparison between the measured section and the design section

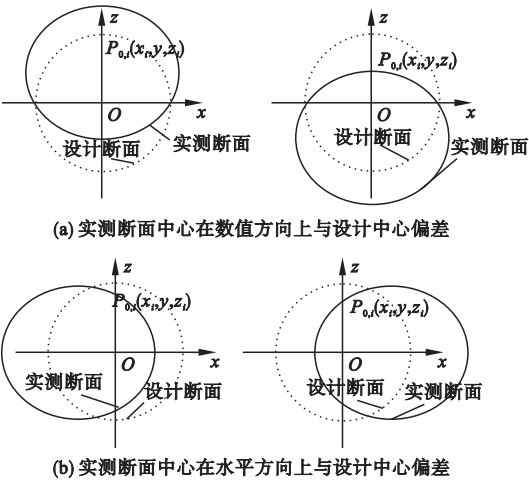


图4 隧道建设特殊情况图

Fig.4 Special situation of tunnel construction

同时笔者设计了一种精确断面提取的方法,可以解决隧道建设与设计值有较大偏差的情况,首先计算初始截取的断面中心点与设计值的偏差  $\delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ ,如果该值超过设置的阈值  $\varphi$  (根据隧道设计要求及相应规范确定),则可以认为此时需要重新截取切片.具体概括为如下4种情况:

(1)如图5(a)、(b)所示,实际隧道走向高于和低于设计隧道走向,此时先采取上述方法截取切片,拟合该断面椭圆方程,求得其中心坐标  $O_n(0 + \Delta x, y_1 + nl + \Delta y, 0 + u + \Delta z)$ ,已知前一断面的中心坐标  $O_{n-1}(0, y_1 + (n-1)l, 0)$ ,连接这两点形成一条直线,与设计直线在  $YOZ$  平面上存在夹角  $\alpha$ ,平移原切片使其过  $O_{n-1}O_n$  的中点  $O'_n$ ,并将该切片绕点  $O_n$  在  $YOZ$  平面上旋转角度  $\alpha$ ,可以得到新的切片,重新拟合该处断面方程,能够求得新的断面中心坐标;

(2)如图5(c)、(d)所示,实际隧道走向与设计隧道相比向左和向右偏离,同样的方法得到椭圆方程,此时得到的中心坐标为  $O_n(0 + v + \Delta x, y_1 + nl + \Delta y, 0 + \Delta z)$ ,与前一中心坐标连成的直线在  $XOY$  平面上存在夹角  $\beta$ ,同样的方法得到新的切片和断面中心坐标.新的断面中心距离前一个断面中心距离大约为  $1/2$ ,能够加密初始设置的切片间隔,

在偏差大的情况下提高断面提取的准确性.

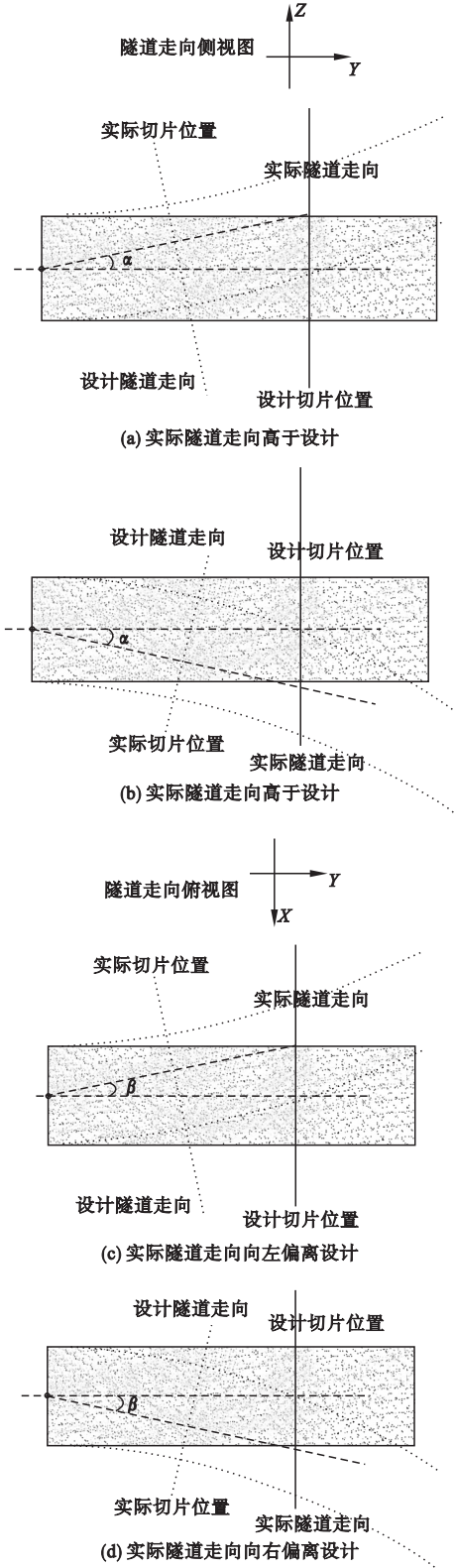


图5 真实隧道走向示意图

Fig.5 Schematic diagram of real tunnel alignment



## 2.2 点云滤波

激光扫描仪扫描得到的原始点云数据包括隧道内可见的一切,其中许多点并不在隧道管片表面上,如连接螺栓、注浆孔、电缆、铁架、照明设备等噪声点。为了拟合隧道管片断面的方程,要去除上述非隧道表面点。

由于已知隧道设计值,笔者依据断面设计方程设置环形滤波器,从而实现噪声点过滤。该滤波器蓝色圆环为隧道设计断面,红色圆环为滤波范围,该环范围之外的点云将被去除,而红色圆环内部的绿色点云即为真实隧道断面点云,具体示意图如图6所示。由一般经验知道隧道管片点与噪声点距离圆心相差大于3 cm,而考虑到隧道管片的变形量小于1 cm,所以假设实测的断面中心恰好与设计断面中心相重合,可以将该环状滤波器设置为  $R_{z_i} \in [-0.02 \text{ m}, 0.02 \text{ m}]$ ,从而快速滤除上述不在隧道表面上噪声点。

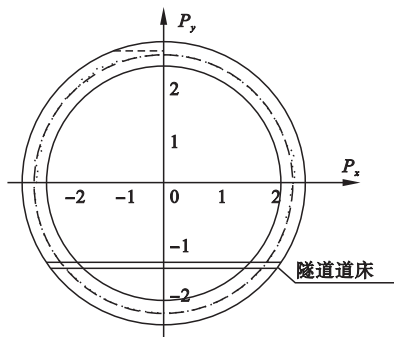


图6 环形滤波器示意图

Fig. 6 Diagrammatic sketch of loop filter

## 3 断面点云拟合

### 3.1 最小二乘椭圆拟合法

经过滤波后的断面点会出现部分区域没有点云存在,这是由于电缆、铁架、照明等设备的遮挡以及其他原因的限制,一些非表面点被滤除了,因此需要对断面离散点云进行曲线拟合。

在设计和建造盾构隧道时,其断面均为正圆形,然而在施工过程的误差以及地下环

境外力作用的影响下,可以认为该断面为离心率很小的椭圆,这就可以用一个二次多项式方程来表示。

假设平面椭圆方程一般形式为

$$F(p, q) = p \cdot q = 0 = Ay^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F. \quad (3)$$

$$\text{式中: } p = [A \ B \ C \ D \ E \ F]; q = [q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_n]; q_i = [x_i^2 \ x_i y_i \ y_i^2 \ x_i \ y_i \ 1]^T.$$

为了使  $F(p, q_i) = p \cdot q_i$  取最小值,要求  $\frac{\partial F}{\partial A} = \frac{\partial F}{\partial B} = \frac{\partial F}{\partial C} = \frac{\partial F}{\partial D} = \frac{\partial F}{\partial E} = 0$ ; 结合约束条件  $A + C = 1$ , 可以求得方程系数  $A, B, C, D, E, F$ , 从而依次求出椭圆的平面中心坐标  $(x_c, z_c)$ , 长半轴  $a$  和短半轴  $b$ , 长轴的转角  $\theta$ :

$$x_c = \frac{BE - 2CD}{4AC - B^2}. \quad (4)$$

$$y_c = \frac{BD - 2AE}{4AC - B^2}. \quad (5)$$

$$a = \sqrt{\frac{-2F}{A + C - \sqrt{B^2 + \left(\frac{A - C}{F}\right)^2}}}. \quad (6)$$

$$b = \sqrt{\frac{-2F}{A + C + \sqrt{B^2 + \left(\frac{A - C}{F}\right)^2}}}. \quad (7)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{B}{A - C}. \quad (8)$$

### 3.2 改进的椭圆拟合法

该方法虽然具有良好的精度,但缺乏稳健性,并且将所有点代入计算,处理时间长<sup>[19]</sup>. 因此,笔者采用改进的最小二乘椭圆拟合法完成离散点云的拟合,具体步骤为:①首先在断面上选取  $z$  坐标最大的作为第一点  $P_{0,1}(x_1, y_0, z_1)$ ; ②以该点和设计断面中心连成直线  $l$  顺时针旋转  $120^\circ$ , 断面上距离该直线距离最短的点作为第二点  $P_{0,2}(x_2, y_0, z_2)$ ; ③将直线  $l$  再次顺时针旋转  $120^\circ$ , 断面上距离最短的点作为第三点  $P_{0,3}(x_3, y_0, z_3)$ ; ④将这三点作为初始迭代的点,并将其拟合成一个假定存在的椭圆; ⑤任意选取一点

$P_{0,4}(x_4,y_0,z_4)$ (由于隧道下方均为道床,不必参与椭圆拟合中,之后选取的点  $z_i > z_2$ ,  $z_i > z_3, i \geq 4$ ),求得该点与椭圆之间的距离  $d$ ,如果  $d > 0.5\text{ mm}$ ,则将该点代入式(12),并以  $l$  为对称轴,代入其对称点,再次拟合成新的椭圆;⑥重复上述步骤,直至  $d \leq 0.5\text{ mm}$ ,则迭代结束,此时椭圆方程即作为拟合断面.该方法具有可靠的精度,迭代次数较少,收敛速度快,运算量大大降低,能有效提高处理效率.

3.3 中心线生成

利用上述方法求得多个断面的椭圆方程及其中心点坐标,利用二次样条曲线插值法完成中心点加密并拟合这些中心点即可得到隧道实测中心线,将该曲线与设计隧道中心线相对比即可检测出隧道的变形情况.

4 实例验证

选择沈阳地铁二号线五里河站—奥体中心站区间盾构隧道作为试验研究区,使用 FARO FOCUS 3D X330 激光扫描仪在该区域扫描,设置 1/4 分辨率,10 m 处的点间距为 6 mm,扫描部分隧道长 35 m,环宽1.2 m,圆环直径 5.5 m,扫描点云数量约 62 万,每隔 1 m 设置一个断面,共布设 34 个断面,如图 7、图 8 所示.

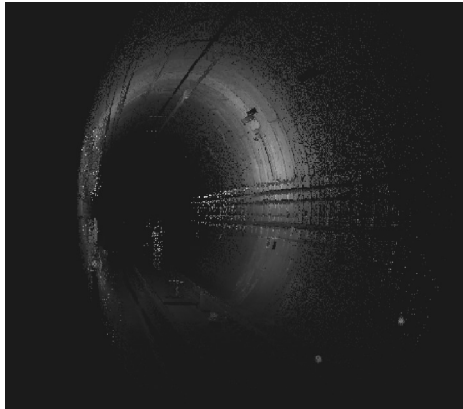


图 7 隧道点云侧视图

Fig. 7 Side view of tunnel point cloud

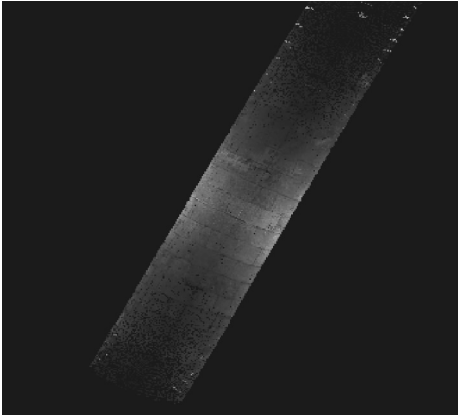


图 8 隧道点云俯视图

Fig. 8 Top view of tunnel point cloud

利用 C#语言和 Point Cloud 数据处理平台,根据上述隧道中心线提取算法对实验数据前 8 个断面进行处理.该范围内平面线型为直线,纵断面无坡度,已知设计隧道中心平面坐标(4 622 999.831 7,23.420 5),经过切片截取后的隧道点云如图 9 所示.

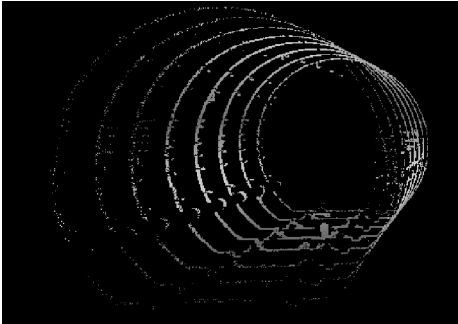


图 9 隧道切片图

Fig. 9 Tunnel slices

切片截取后将所有点云投影至中心里程处的竖直平面上,经过环形滤波器滤波可以得到断面点云,如图 10 所示.将得到的断面点云数据导入 Point Cloud 数据处理平台采用改进的椭圆拟合法拟合椭圆,求得椭圆中心坐标,并利用样条曲线插值断面中心点得到的隧道中心线,如图 11 所示.最后对连续截取的前 8 个断面进行分析,表 1 为各断面拟合椭圆的中心坐标及与设计值的点位偏差情况,表 2 为断面拟合的长、短半轴及其与设计半径的差值.

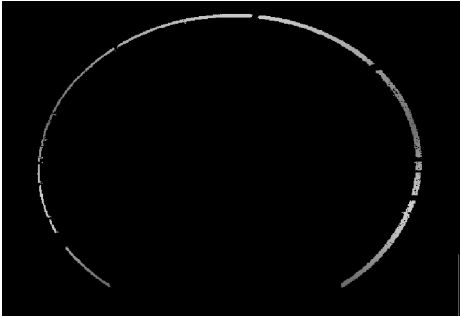


图 10 切片滤波后点云

Fig. 10 Slice points cloud after filtering

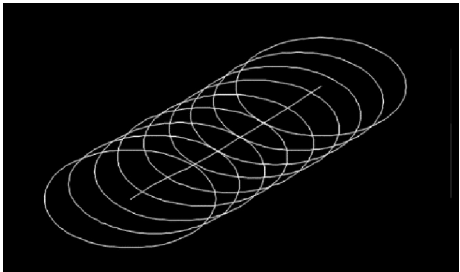


图 11 隧道中心线

Fig. 11 Central line of tunnel

表 1 实测隧道中心平面坐标与设计坐标差值

Table 1 Difference between the plane coordinates of central tunnel and design coordinates

断面号	实测隧道中心平面坐标		与设计中心 距离差值/ mm
	X	Z	
1	4 622 999. 838 4	23. 416 4	7. 85
2	4 622 999. 836 7	23. 412 9	9. 10
3	4 622 999. 835 9	23. 413 4	8. 25
4	4 622 999. 840 8	23. 413 0	11. 79
5	4 622 999. 843 5	23. 408 6	16. 76
6	4 622 999. 846 6	23. 407 9	19. 51
7	4 622 999. 841 8	23. 410 5	14. 21
8	4 622 999. 839 7	23. 412 1	11. 60

由表 1 可知:笔者采用的椭圆拟合法得到的隧道中心坐标与设计隧道中心坐标距离最大值为 2. 01 mm, 根据《城市轨道交通工程测量规范》(GB/T 50308—2017), 线路中线桩纵向偏差应小于 20 mm, 横向偏差应小于 15 mm, 实测的隧道中心线与隧道设计中心线相对比, 误差较小, 如图 12 所示. 考虑建造之后的形变, 可以认为该算法能够满足隧

表 2 断面拟合的长、短半轴

Table 2 Long and short axes fitted by cross section

断面号	长轴 a/m	$\Delta a/\text{mm}$	短轴 b/m	$\Delta b/\text{mm}$
1	2. 765	15	2. 734	- 16
2	2. 759	9	2. 738	- 12
3	2. 768	18	2. 726	- 24
4	2. 763	13	2. 731	- 19
5	2. 772	22	2. 733	- 17
6	2. 764	14	2. 726	- 24
7	2. 767	17	2. 724	- 26
8	2. 766	16	2. 732	- 18

道中心线的提取, 具有良好的适应性. 由表 2 可知隧道在水平方向向两侧偏移, 在竖直方向向中心压缩, 且水平方向除 2 号断面变化量为 9 mm 外, 其余断面变化量均大于 15 mm; 竖直方向变化量均大于水平方向, 且最大处为 7 号断面变化量为 - 26 mm.

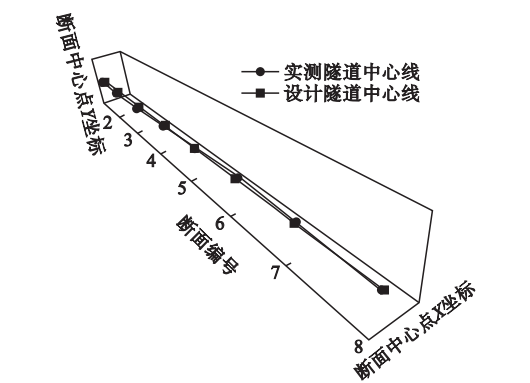


图 12 实测隧道中心线与设计隧道中心线对比  
Fig. 12 Comparison between measured tunnel center line and designed tunnel central line

5 结 论

笔者提出的精密断面提取方法能在遇到偏差较大的地方自动加密截取距离, 成功实现了隧道断面准确提取, 同时对最小二乘椭圆拟合法进行改进, 新方法无需对断面上所有点进行拟合, 收敛速度快, 迭代次数少, 可以大大减少运算时间, 且容易编程实现. 通过对试验研究区采集的数据进行处理, 得到的结果与设计相比误差较小, 验证了该方法的有效性和适应性, 可以在实际工程中的到广

泛应用.此外,在坐标系转换方面球形棱镜的点云定位精度有待进一步提高,同时对于非圆形的隧道检测还需进一步验证该方法的适用性.

## 参考文献

- [1] KANG Zhizhong, LI Jonathan, ZHANG Liqiang, et al. Automatic registration of terrestrial laser scanning point clouds using panoramic reflectance images [J]. *Sensors*, 2009, 9(4): 2621 – 2646.
- [2] THEILER P W, SCHINDLER K. Automatic registration of terrestrial laser scanner point clouds using natural planar surfaces [J]. *ISPRS annals of photogrammetry, remote sensing and spatial information sciences*, 2012, 1 – 3(I – 3): 173 – 178.
- [3] CHMELINA K, JANSÁ J, HESINA G, et al. A 3-D laser scanning system and scan data processing method for the monitoring of tunnel deformations [J]. *Journal of applied geodesy*, 2012, 6(3/4): 177 – 185.
- [4] 李宗平, 张永涛, 杨钊, 等. 三维激光扫描技术在隧道变形与断面检测中的应用研究[J]. *隧道建设*, 2017, 37(3): 336 – 341.  
(LI Zongping, ZHANG Yongtao, YANG Zhao, et al. Application of 3D laser scanning technology to tunnel deformation monitoring and cross-section detection [J]. *Tunnel construction*, 2017, 37(3): 336 – 341.)
- [5] LENG J, ASUNDI A. Structural health monitoring of smart composite materials by using EFPI and FBG sensors [J]. *Sensors & actuators a physical*, 2003, 103(3): 330 – 340.
- [6] SONI A, ROBSON S, GLEESON B. Structural monitoring for the rail industry using conventional survey, laser scanning and photogrammetry [J]. *Applied geomatics*, 2015, 7(2): 123 – 138.
- [7] LIANG X, HYYPP J, KAARTINEN H, et al. Detecting changes in forest structure over time with bi-temporal terrestrial laser scanning data [J]. *ISPRS international journal of geo-information*, 2012, 1(3): 242 – 255.
- [8] BUDRONI A. Automatic model reconstruction of indoor Manhattan-world scenes from dense laser range data [J]. *Laryngoscope*, 2013, 120(S3): S104.
- [9] LIU S, LIU W, ZHOU Y. A tunnel overall deformation monitoring method and its application [J]. *Geomatics & information science of Wuhan university*, 2014, 39(8): 981 – 986.
- [10] YANG B, ZANG Y. Automated registration of dense terrestrial laser-scanning point clouds using curves [J]. *ISPRS journal of photogrammetry & remote sensing*, 2014, 95(3): 109 – 121.
- [11] 尤相骏, 成俊. 一种真圆型隧道激光扫描断面变形检测新方法的研究[J]. *隧道建设*, 2017, 37(7): 794 – 802.  
(YOU Xiangjun, CHENG Jun. Study of a new proper circular tunnel cross-section deformation detection method based on 3D laser scanning technology [J]. *Tunnel construction*, 2017, 37(7): 794 – 802.)
- [12] 何丽娜, 王解先. 隧道断面中心线形确定的方法讨论[J]. *工程勘察*, 2009, 37(9): 77 – 80.  
(HE Lina, WANG Xiexian. Discussion on different methods of tunnel line type determination [J]. *Geotechnical investigation & surveying*, 2009, 37(9): 77 – 80.)
- [13] 朱宁宁. 三维激光扫描在地铁隧道形变监测中的应用[J]. *测绘工程*, 2015(5): 63 – 68.  
(ZHU Ningning. Application of 3D laser scanning to the subway tunnel deformation monitoring [J]. *Engineering of surveying and mapping*, 2015(5): 63 – 68.)
- [14] 托雷. 基于三维激光扫描数据的地铁隧道变形监测[D]. 北京: 中国地质大学(北京), 2012.  
(TUO Lei. Subway tunnel deformation monitoring based on 3D laser scanning data [D]. Beijing: China University of Geosciences, Beijing, 2012.)
- [15] 周彬. 盾构隧道通用管片拟合排版和动态纠偏实现方法研究与分析[D]. 南昌: 华东交通大学, 2009.  
(ZHOU Bin. Research and analysis on the method of fitting and typesetting and dynamic correction of general segments of shield tunnel [D]. Nanchang: East China Jiaotong University, 2009.)
- [16] 胡琦佳. 三维激光扫描技术在隧道工程监测中的应用研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2013.  
(HU Qijia. Research on the application of 3D laser scanning technology in the tunnel deformation monitoring [D]. Chengdu: South-west Jiaotong University, 2013.)
- [17] 王秀刚, 苏建, 曹晓宁, 等. 基于旋转矩阵正交性的转向架6自由度平台位姿正解解算[J]. *吉林大学学报*, 2013, 43(5): 1241 – 1246.  
(WANG Xiugang, SU Jian, CAO Xiaoning, et al. Forward kinematics solution of bogie 6-DOF platform based on the orthogonality of rotation matrix [J]. *Journal of Jilin university*, 2013, 43(5): 1241 – 1246.)
- [18] YANG B, FANG L, LI J. Semi-automated extraction and delineation of 3D roads of street scene from mobile laser scanning point clouds [J]. *ISPRS journal of photogrammetry & remote sensing*, 2013, 79(5): 80 – 93.
- [19] MONSERRAT O, CROSETTO M. Deformation measurement using terrestrial laser scanning data and least squares 3D surface matching [J]. *ISPRS journal of photogrammetry & remote sensing*, 2008, 63(1): 142 – 154.