

# 白卡纸格栅拱架承载力试验

郭超,刘国栋,张皓

(沈阳建筑大学土木工程学院,辽宁 沈阳 110168)

**摘要** 目的 研究格栅拱架的极限承载力及其破坏形态. 方法 笔者以竞赛用巴西白卡纸为材料,建立缩尺直墙拱结构形式的格栅拱架进行承载力试验. 分别从理论计算、有限元模拟和分级静力加载试验三方面研究该形式格栅拱架的承载性能. 结果 静力加载的试验结果与数值模拟效果较为吻合,破坏位置与破坏形式一致,均发生在拱顶两侧支撑和拱架的横撑部位. 分级加载过程中,前三级试件变形和砂土沉降变化较小,第四级加载出现严重破坏,得出承载力为 2 700 N. 模拟其他尺寸试件进行对比分析可得,改变直径和厚度对试件影响较小,变形量在 10% 以内. 结论 栅拱架模型极限承载力和破坏形态可为结构优化与局部加固提供参照. 同时格栅拱架承载能力高,且耗材少,结构自重小,有效达到了节约资源的效果.

**关键词** 格栅拱架;白卡纸;分级静力加载;承载力性能;破坏试验

中图分类号 TU94<sup>+2</sup>

文献标志码 A

## Experimental Research on Bearing Capacity of Grille Arch

GUO Chao, LIU Guodong, ZHANG Hao

(School of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168)

**Abstract:** To study the ultimate bearing capacity and failure modes of grille arch, the grille arch in the form of reduced scale straight-wall-arch structure, which was made of the Brazil white cardboard for competition, was established to study the bearing capacity. The bearing capacity of this grille arch is analyzed from three aspects: theoretical calculation, finite element simulation and staged static loading test. The results of static loading test are in good agreement with the results of numerical simulation, and the failure position is consistent with the failure mode, both occurring in the supports on both sides of the vault and the cross supports of the arch. In the graded loading process, the specimen deformation and sand settlement change slightly in the first three stages. Serious damage occurred during the fourth stage loading, and its bearing capacity was 2 700 N. In the simulation of specimens of other sizes, the comparative analysis shows that changing the diameter and thickness has little influence on the specimens, and the deformation is less than 10 %. The ultimate

收稿日期:2018-01-02

基金项目:国家自然科学基金项目(51308255);辽宁省自然科学基金项目(20170540741);中国博士后科学基金项目(2016M601341)

作者简介:郭超(1980—),男,副教授,主要从事岩土工程方面研究.

mate bearing capacity and failure mode of the grille arch model can provide reference for structural optimization and local reinforcement. The grille arch has high bearing capacity,less material consumption and small structural weight ,thus effectively achieving the effect of saving resources.

**Key words:**grille arch;white cardboard;hierarchical static loading;mechanical property;breaking test

在软岩地区的地铁车站、隧道等地下工程中,拱架这一支护形式被越来越多的应用到隧道施工中<sup>[1-2]</sup>. 传统的钢拱架支护具有较高的刚度,在结构施工完成后能立即承受较大的荷载,是目前运用最多的隧道支护结构. 其缺点为需要耗费较多钢材. 相比较钢拱架,格栅拱架不仅用料成本少,同时还能增强初期支护隧道的整体协调变形能力. 因此围绕格栅拱架的相关研究逐渐展开<sup>[3-5]</sup>. 王梦恕<sup>[6]</sup>指出拱架属于纯弯曲结构,在受力上格栅优于传统结构. 谭忠盛等<sup>[7]</sup>在研究大断面黄土隧道过程中,在进行型钢与格栅试验后,对比分析型钢与格栅两者的适应性后,也得出格栅拱架的结构适应性比传统拱架支护强的结论. 黄宏伟等<sup>[8]</sup>通过大风垭口岩石公路隧道的实测数据,研究了围岩及初期支护时产生的变形与内力情况. 在数值模拟方面,P. Nomikos<sup>[9]</sup>和 D. Geng<sup>[10]</sup>分别对格栅的非线性和公路地下隧道的性能做了相应研究. 另外,陈峰宾<sup>[11]</sup>不仅对格栅拱架和钢拱架进行了模拟,还通过实验详细介绍了两种支护结构的力学特性及作用机理.

目前对于格栅拱架的研究多是初期支护的受力分析与围岩压力对支护的影响,对于格栅拱架使用状态下的承载力研究较少. 基于此,笔者以竞赛用巴西白卡纸为材料<sup>[12]</sup>,对直墙拱结构形式格栅拱架进行研究. 采用力法计算得出模型的弯矩位移,进行理论分析后以有限元模拟的承载力为指导进行缩尺试验,得出静力加载后模型极限承载力、模型薄弱区域及模型破坏形态,为结构优化与局部加固提供了参考依据.

1 理论计算与模拟分析

1.1 理论计算

笔者采用直墙拱结构形式的格栅拱架,

结构形式简单,计算简便. 结构共五跨,考虑到受力均匀,所有构件采用圆形截面形式. 模型拱顶为多段线形式,为简化计算,用弧形代替多段线,模型简图如图 1 所示.

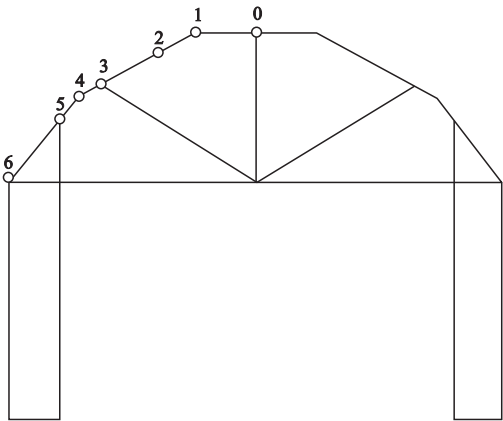


图 1 模型简图

Fig. 1 Model diagram

理论计算过程采用文献[13]中直墙拱计算过程,具体计算内容如下.

(1)几何尺寸计算参数

弹性模量  $E$ : $E=157\text{ MPa}$ .

拱轴线半径  $R$ : $R=217.273\text{ mm}$ .

围岩弹性抗力系数  $K$ : $K=0.5\times10^5$ .

拱脚截面与竖直面夹角  $\varphi_n$ : $\varphi_n=67^\circ$ .

100 kg 砝码产生的均布荷载  $q$ : $q=3.52\text{ kPa}$ .

拱高  $h$ : $h=178\text{ mm}$ .

$$\alpha=\sqrt[4]{\frac{K}{4EI}}=\sqrt[4]{\frac{0.5\times10^5}{4\times157\times\frac{50^3}{12}}}=0.296,$$

$$\alpha_h=0.296\times0.178=0.053.$$

判别侧墙类别: $0.053<2.75$ ,故侧墙属于短墙.

(2)拱圈基本方程

拱架模型作为对称结构,只需对其一半进行内力计算. 其力学模型为弹性固定的三

次超静定结构,根据结构力学的力法可求出.

$$\begin{cases} X_1\delta_{11}+X_2\delta_{12}+\Delta_{1P}+\Delta_{1\sigma}+2\beta_0=0, \\ X_1\delta_{21}+X_2\delta_{22}+\Delta_{2P}+\Delta_{2\sigma}+2u_0+2\beta_0f=0. \end{cases}$$

(1)

式中: $\delta_{ik}$ 为拱顶截面的单位变位; $\Delta_{ip}$ 为拱顶

$$\begin{cases} \beta_0=X_1\beta_1+X_2(\beta_2+f\beta_1)+(M_{np}^0+M_{n\sigma}^0)\beta_1+(Q_{np}^0+Q_{n\sigma}^0)\beta_2+(V_{np}^0+V_{n\sigma}^0)\beta_3+\beta_{ne}, \\ u_0=X_1u_1+X_2(u_2+fu_1)+(M_{np}^0+M_{n\sigma}^0)u_1+(Q_{np}^0+Q_{n\sigma}^0)u_2+(V_{np}^0+V_{n\sigma}^0)u_3+u_{ne}. \end{cases}$$

(2)

式中: $\beta_1$ 、 $u_1$ 为墙顶在单位弯矩作用下墙顶的转角和水平位移; $\beta_2$ 、 $u_2$ 为墙顶在单位水平力作用下墙顶的转角和水平位移; $\beta_3$ 、 $u_3$ 墙顶在单位竖向力作用下墙顶的转角和水平位移; $\beta_{ne}$ 、 $u_{ne}$ 为外荷载作用下,梯形分布的水平力  $e$  引起的墙顶转角和水平位移; $M_{np}^0$ 、 $Q_{np}^0$ 、 $V_{np}^0$ 为基本结构中左半拱上的荷载引起的墙顶弯矩、水平力和竖向力; $M_{n\sigma}^0$ 、 $Q_{n\sigma}^0$ 、 $V_{n\sigma}^0$ 为基本结构中左半拱上的荷载引起的墙顶弯

截面的载变位; $\beta_0$ 、 $u_0$ 分别为拱脚转角及水平位移; $\Delta_{1\sigma}$ 、 $\Delta_{2\sigma}$ 分别为弹性抗力  $\sigma$  引起的拱顶切口处相对角变和相对水平位移.

依据变位叠加原理,得出  $\beta_0$  和  $u_0$  表达式:

矩、水平力和竖向力.

### (3) 拱顶弯矩

将左半拱分为六段(见图1),按式(3)计算0~6各个截面的弯矩:

$$M_i=X_1+X_2y-\frac{q_0x^2}{2}-\frac{ey^2}{2}-\frac{\Delta ey^3}{6f}-M_{i\sigma}.$$

(3)

经计算得出截面各项未知力及弯矩值见表1.

表1 截面未知力及弯矩值

Table 1 Unknown force and moment value of sections

截面	$X_1$	$X_{2y}$	$q_0x^2/2$	$ey^2/2$	$\Delta ey^3/6f$	$M_{1\sigma}$	$M_i/(kN\cdot m)$
0	348 820	0	0	0	0	—	0.34
1	348 820	2 368 919	-305	-15.074	-1.724	—	0.38
2	348 820	9 607 116	-1 176	-247.89	-115.015	—	1.41
3	348 820	21 188 231	-2 483	-1 205.9	-1 233.84	—	3.05
4	348 820	36 980 825	-4 039	-3 673.41	-6 560.1	—	5.26
5	348 820	58 037 012	-5 747	-9 047.77	-25 356.5	-8 481 202.6	7.01
6	348 820	80 146 524	-7 093	-17 254.4	-66 777.2	-64 916 040	2.09

由上述理论公式计算得出拱脚转角为0.006 4,水平位移为1.149 mm.格栅拱架拱脚的转角和水平位移两个参数较小,均满足设计要求.由表1可知,弯矩最大处在拱圈的截面5处,拱间角为56°处.即在56°的外拱圈部分会出现局部失稳可能,需要对局部地区稳定性进行验算,并进行加固方案制定.

结构局部稳定性验算计算式为

$$\sigma=\frac{M_x}{\gamma_xW}=\frac{7\times10^6}{1.05\times\frac{50^3}{6}}=320\text{ MPa}\geq f.$$

(4)

式中: $f$ 为材料抗弯强度设计值.

由于白卡纸抗弯强度低于结构局部稳定性验算值320 MPa,不能满足结构局部稳定

的规范要求,因此需要在节点支撑处做加固措施来增强结构局部稳定性.

### 1.2 有限元模拟

结构受力主要由格栅拱架承担,由于拱架上部需要承载砂子及上部所有荷载,同时还要防止砂子漏入拱架内部,因此设置外拱圈,并应注意做好拱圈部分和砂土体的完全封闭.而内拱圈部分受力较小,笔者考虑将内拱圈部分去掉,以减轻整体重量.

经过1 000 N荷载的理论计算后,得出在拱间角56°附近时出现弯矩最大值,考虑使用ABAQUS有限元软件进行结构分析.模型长宽高为600 mm×500 mm×350 mm,误差满足±5 mm.同时需满足拱架底部净空200 mm,用

于车辆通过拱架. 由于白卡纸极限受拉力随着层数的增加而变大, 而其极限拉应力随着层数的增加而变小, 因此不能盲目增加拱圈用纸量. 圆柱的极限承载力一般均大于同等尺寸的方柱, 说明圆柱有较高的整体性, 因在加工时不易产生缺陷, 在结构中可以尽可能使用圆柱截面形式<sup>[14-17]</sup>. 故将整个结构分为五跨, 每跨间距为 120 mm. 其中, 边墙高 220 mm, 共设圆管格栅拱架 6 道.

格栅拱架隧道有限元模型建立分三步, 首先建立外拱圈部分, 由于其厚度方向的尺寸远小于长宽尺寸, 拱圈选用三维壳单元. 其次, 格栅拱架由长短、直径不同的钢筋弯折成不同形

状后通过焊接形成, 在模型中进行面积等效后设置为圆截面形式的梁单元, 并对每个梁单元赋予轴线方向属性. 最后将格栅部分合并成为一个整体, 使格栅拥有良好的受力协调性能. 在接触关系模块, 将拱架与拱圈接触区域采用绑定连接, 使拱架圆管和上拱圈形成整体来共同承担上部的荷载. 在荷载加载模块, 拱架的边界条件依据实际加载试验的拱架边界条件进行设置, 侧向和底部均受限. 作用在拱架隧道上方的砂土采用三维实体单元, 设置砂土和拱圈的摩擦接触以及约束条件进行静力载荷分析. 笔者所采用的标准砂和巴西白卡纸均使用弹性本构方程. 材料参数见表 2.

表 2 材料参数  
Table 2 Material parameters

材料名称	密度/( $\text{kg}\cdot\text{m}^3$ )	弹性模量/MPa	泊松比	极限抗拉强度/MPa	极限抗压强度/MPa
ISO 国际标准砂	2 000	20	0.25	—	—
巴西白卡纸	770	200	0.3	22.2	7

经过模拟得出在 1 000 N 静力荷载下的砂土沉降位移和拱架水平位移图(见图 2、图 3). 从图中可以看出, 砂土沉降最大位移产生在拱架顶部, 位移量为 2.55 mm. 水平位移  $U_1$  最大值为 1.42 mm, 与理论值 1.15 mm 处于同一数量级, 验证了模型的正确性. 当荷载加载至 3 000 N 时, 构件破坏, 因此建议试验加载时, 可以考虑 3 000 N 作为试件的极限承载力.

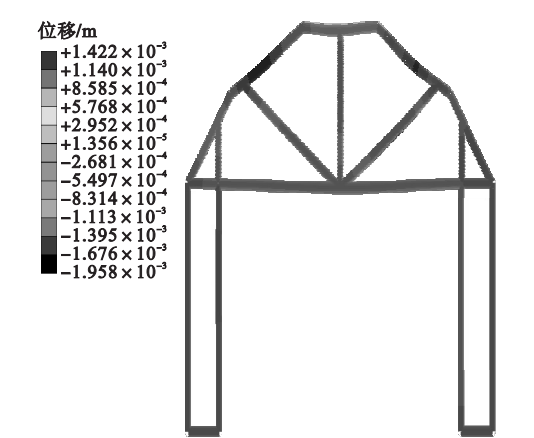


图 3 拱架水平位移

Fig. 3 Arch horizontal displacement

2 试验

2.1 试件制作

由于等比例试验成本高, 试验条件较为复杂, 并且缩尺比例下白卡纸能有效地反映出结构特点与受力破坏情况<sup>[18]</sup>. 因此笔者采用白卡纸缩尺模型进行试验, 根据设计尺寸制作模型, 所需制作材料: ①230 g 巴西白卡纸, 规格: 230  $\text{g}/\text{m}^2$ , 787 mm  $\times$  1 092 mm;

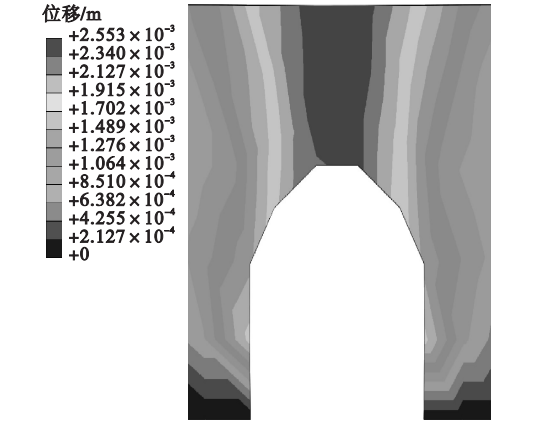


图 2 拱顶位移

Fig. 2 Vault displacement

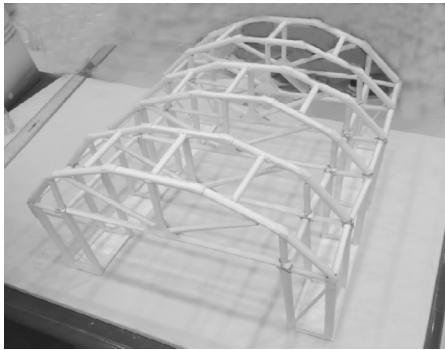
②速干白乳胶;③蜡线.除以上模型制作的材料外,用于填充的标准砂采用 ISO 标准砂.

将白卡纸内壁均匀涂上速干白乳胶,做出长短粗细不同的圆管.并将不同圆管通过白乳胶和蜡线进行连接,在节点处的圆管内

部加塞纸卷并外套短管,提高节点处的承载力和稳定性.完成后试件模型见图 4. 模型制作完成后放置 10 h,使白卡纸间的白乳胶完全风干,以达到设计强度,并称重得出模型质量为 500 g.



(a) 主视图



(b) 俯视图

图 4 格栅拱架试件

Fig. 4 Grille arch specimen

试验设备包括模型加载装置、数据采集设备(见图 5)、及数据统计分析系统.其中,加载装置包括传感器支架、加载钢板 20 kg、10 kg 砝码和 5 kg 砝码;数据采集的位移计采用 5G203 型拉线位移传感器;数据统计分析系统使用 DHDAS 动态信号采集分析系统.

四周侧壁紧密接触,防止漏砂.然后在模型上方的加载试验箱内充填标准砂,使用击实工具将充填砂压实,直至砂子填平试验箱,最后平整砂层.

试验加载时首先将加载钢板(200 N)放置在砂层顶部,位移测点位于加载钢板的 4 个角点处(见图 6),位于拱架左侧的是 1、2 测点,右侧的是 3、4 测点,通过拉线位移传感器上的拉线与角点处的吊环进行连接,然后把分析系统数据置零,最后在加载钢板上均匀放置砝码.



图 5 数据采集设备

Fig. 5 Data acquisition equipment

2.2 试验过程

试验准备时,将格栅拱架试件放入加载试验箱内.待试件安放完后,先在格栅拱架试件表面铺设一张白卡纸封层,确保与加载箱



图 6 位移测点

Fig. 6 Displacement survey points



试验采用分级加载,第一级为放置 200 N 的加载钢板,第二级为放置 1 000 N 的砝码,第三级为放置 800 N 的砝码,第四级为放置 800 N 的砝码. 每一次加载完成后对试件进行观察,并记录 4 个吊点的位移. 第一级加载后将位移置零,钢板平整的放置于砂层顶部(见图 7). 第二级加载后,格栅拱架整体无异样,说明加载至 1 200 N 能满足承载力要求. 测点 1、2 的沉降不到 3 mm,测点 3、4 较大,超过了 4 mm,平均沉降 3.5 mm. 第三级加载后,格栅拱架整体仍无异样,所产生的位移有明显增大趋势,说明结构能够承受 2 000 N 的荷载. 测点 1、2 沉降为 7 mm 左右,测点 3、4 沉降达到了 10 mm 以上,平均沉降 8.8 mm. 第四级加载过程中,加载至 2 700 N 时拱架沉降位移肉眼能明显看见(见图 8),在变形过程中逐渐出现破坏截面. 当第四级加载完成后,拱架不能满足承载力,发生倒塌破坏.



图7 第一级加载

Fig. 7 First-stage loading

2.3 结果与分析

分级加载下,试件在前三级加载过程中沉降位移逐渐增多,但整体仍满足承载力要求. 当第四级加载至 2 700 N 时,试件开始出现破坏. 由图 8 可以看出,试件破坏主要发生在三个部位. 第一,在拱架左侧约 59°顶部处,横梁与拱架顶部的斜向连接杆已经脱落;第二,斜向连接杆所支撑的拱架顶部与外拱

圈形成的三角空隙区域;第三,直墙上有几个柱子已经弯折破坏. 此外横梁虽然并未破坏,但也已经产生一定弯曲.



图8 第四级加载

Fig. 8 Level fourth loading

当加载至 2 800 N 时,格栅拱架无法继续保持原来的稳定. 首先在横梁位置发生破坏,外拱圈失去了中间横梁的支撑后直接塌落. 顶部砂子大量灌入塌落部位,发生砂土整体沉降,过载的砝码直接将拱架压塌. 试验中测得不同荷载下测点的沉降结果见表 3.

表3 不同荷载下四个测点的位移

Table 3 Displacements of four survey points under different loads

荷载/N	沉降/mm				平均沉降/mm
	测点 1	测点 2	测点 3	测点 4	
200	0	0	0	0	0
1 200	2.9	2.7	4.0	4.3	3.475
2 000	7.0	7.5	10.2	10.6	8.825
2 700	试件破坏				
2 800	试件倒塌				

试验最终测得极限承载力为 2 700 N,超过极限承载力后,结构产生倒塌. 倒塌部位为横梁中心和拱顶 59°处与支撑梁交接处. 主要原因为横梁中心处弯曲过度,由局部失稳导致整个结构失稳产生倒塌. 由于荷载的不均匀分布,表 3 中 3、4 测点沉降较大,导致格栅拱架的不均匀沉降. 由不均匀沉降产生的拱架偏心受力也是拱架最后破坏的影响因

素.在实际工程中,拱架上方的土层较厚,偏心荷载对结构破坏的影响较小.因此忽略偏心受力的情况下,试验的 500 g 拱架可以承受 2 700 N 的承载力,承载力与结构重度比为 540.

3 有限元分析

在试验基础上,对有限元模型进一步分析其破坏过程,认为破坏原因是斜向连接杆破坏后不再传递和承受上部荷载,随后导致顶部拱架与外拱圈下陷形成一个三角空隙区域.过大的荷载对拱架横梁中心和直墙造成了很大影响,导致横梁发生弯曲,直墙上也有一部分柱子已经弯折.由于试验的复杂性,仅考虑了拱架圆管为 5 mm、直径 0.6 mm(试件 1)厚度的情况.笔者通过有限元软件对直径为 3.5 mm、厚度 0.9 mm(试件 2)以及直径 5 mm、厚度 0.9 mm(试件 3)的两种尺寸试件进行模拟.试件 1 与试件 2 材料用量基本相同,试件 3 比前两者材料用量多 1/3.3 个试件的拱架位移与水平位移对比情况见表 4.

表 4 3 个试件的拱架位移和水平位移  
Table 4 Arch displacements and horizontal displacements of three specimens

试件	拱架位移/mm	水平位移/mm
1	21.4	6.62
2	24.0	6.73
3	21.2	6.61

在材料用量相等的情况下,试件 1 的拱架位移和水平位移分别比试件 2 少 2.6 mm 和 0.11 mm,说明试件 1 变形程度低于试件 2.因此采取增加厚度、减少直径的方法会导致试件变形增加.在直径不变的情况下,增加 1/3 厚度后得到试件 3.对比显示,试件 3 的拱架位移和水平位移分别比试件 1 少 0.2 mm 和 0.01 mm,说明试件 3 变形程度低于试件 1,但效果微乎其微.因此采取不改变直径仅增加厚度的方法会降低试件变形,但是效果不明显.

4 结 论

(1)格栅拱架结构形式简单、自重较轻、耗材较少,且承载能力较强,能满足设计所需沉降与变形指标.由于试验与实际工程仍有一定差距,在实际工况下,格栅拱架结构形式对软岩地区的隧道支护可以提供参照,便于设计时的结构选型与相关优化.

(2)通过加载试验可得出格栅拱架极限承载力为 2 700 N.将试验结果对比有限元模拟结果可知,模拟结果与试验得出的结构危险截面与破坏形式较为吻合.结构危险截面主要在拱顶 59° 处及横梁中心位置,破坏形式是由局部失稳导致整体失稳破坏.

(3)采用有限元软件对其他尺寸试件进行分析,结果显示通过采取增加厚度、减少直径的方法会导致试件变形增加;通过采取不改变直径仅增加厚度的方法会降低试件变形,但是效果不明显.因此不能盲目改变直径和厚度,可以考虑改良节点来提高试件性能.

参考文献

[1] 孙王永,周顺华,肖红菊,等.管棚法应用于软土地层的稳定性分析[J].岩石力学与工程学报,2013,32(2):4199-4206.  
(SUN Yuyong, ZHOU Shunhua, XIAO Hongju, et al. Application of pipe-roof method to stability analysis of soft ground[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2013, 32(2): 4199-4206.)

[2] OKE J, LACHOPOULOS N V, DIEDERICHS M S. Numerical analyses in the design of umbrella arch systems[J]. Journal of rock mechanics and geotechnical engineering, 2014, 6(6): 546-564.

[3] 周顺华. 软弱地层浅埋暗挖施工中管棚法的棚架原理[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(14): 2565-2570.  
(ZHOU Shunhua. Principles of pipe roof applied to shallow-buried tunnels in soft ground [J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2005, 24(14): 2565-2570.)

[4] 曲海峰,朱合华,黄成造,等.隧道初期支护的钢拱架与钢格栅选择研究[J].地下空间与工程学报,2007,3(2):258-262.  
(QU Haifeng, ZHU Hehua, HUANG Cheng-zao, et al. Study on selection of section-steel and g rid-steel in pmiary support system of tunnel [J]. Chinese journal of underground

- space and engineering, 2007, 3 (2): 258 - 262. )
- [5] HISATAKE M. Effects of pipe roof supports and the excavation method on the displacements above a tunnel face[J]. Tunneling and underground space technology, 2008, 3 (2): 120 - 127.
- [6] 王梦恕. 地下工程浅埋暗挖技术通论[M]. 合肥:安徽教育出版社, 2004.  
(WANG Mengshu. General theory of shallow and dark excavation technology in underground engineering [M]. Hefei: Anhui Education Press, 2004. )
- [7] 谭忠盛, 喻渝, 王明年, 等. 大断面黄土隧道中型钢与格栅适应性的对比试验[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(4): 628 - 633.  
(TAN Zhongsheng, YU Yu, WANG Mingnian, et al. Comparative tests on section steel and steel grille for loess tunnels with large section[J]. Chinese journal of geotechnical engineering, 2009, 31(4): 628 - 633. )
- [8] 黄宏伟, 徐凌. 大风垭口岩石公路隧道围岩及初期支护变形与内力研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(1): 44 - 52.  
(HUANG Hongwei, XU Ling. Study on deformation and internal force of surrounding rocks and initial support in Dafengyakou rock road tunnel [J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2004, 23 (1): 44 - 52. )
- [9] NOMIKOSP P. Nonlinear simulation of lattice girder segment tests[J]. Tunneling and underground space technology, 2013, 38: 180 - 188.
- [10] GENG D. Performance evaluation of long pipe roof for tunneling below existing highway based on field tests and numerical analysis: case study[J]. International journal of geomechanics, 2017, 9(17): 1 - 8.
- [11] 陈峰宾. 隧道初期支护与软弱围岩作用机理及应用[D]. 北京:北京交通大学, 2012.  
(CHEN Fengbin. Application and mechanism of initial support and surrounding rock in weak rock tunnel[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012. )
- [12] 贾新聪. 结构竞赛模型材料物理力学性能及模型设计制作研究[D]. 郑州:华北水利水电大学, 2018.  
(JIA Xincong. Research on physical and mechanical properties and design and manufacture of structural competition model materials[D]. Zhengzhou: North China University of Water Resources and Electric Power, 2018. )
- [13] 朱合华, 张子新, 廖少明. 地下建筑结构[M]. 3版. 北京:中国建筑工业出版社, 2015.  
(ZHU Hehua, ZHANG Zixin, LIAO Shaoming. Underground building structure [M]. 3rd ed. Beijing: China Building Industry Press, 2015. )
- [14] 方明伟, 王丹, 殷玲, 等. 承受分层竖向荷载及单向水平荷载的巴西白卡纸结构模型的研究[J]. 呼伦贝尔学院学报, 2016, 24(6): 67 - 77.  
(FANG Mingwei, WANG Dan, YIN Ling, et al. Research on the Brazilian white cardboard structure model subjected to layered vertical load and unidirectional horizontal load [J]. Journal of Hulunbuir college, 2016, 24 (6): 67 - 77. )
- [15] 刘承斌, 王步宇, 孙凤钢, 等. 结构设计大赛材料性能试验[J]. 试验室研究与探索, 2007, 26(10): 178 - 182.  
(LIU Chengbin, WANG Buyu, SUN Fenggang, et al. Material characteristics experiment of structural competition[J]. Research and exploration in laboratory, 2007, 26 (10): 178 - 182. )
- [16] HARALD U, ANDREAS K. Lattice girders with I-sections and slotted gusset plates—tests and simulations for overall behaviour and compression member capacity[J]. Journal of constructional steel research, 2017, 129: 195 - 203.
- [17] SEUNGJUN K. Evaluation of the structural performance of tetragonal lattice girders[J]. International journal of steel structures, 2016, 13(1): 31 - 47.
- [18] 叶观宝, 张振, 徐超. 加筋土挡墙模型试验研究[J]. 勘察科学技术, 2010(2): 3 - 5.  
(YE Guanbao, ZHANG Zhen, XU Chao. Model experimental research of reinforced earth retaining [J]. Survey science and technology, 2010(2): 3 - 5. )