

# 基于性能的隔震结构直接设计方法

滕晓飞<sup>1</sup>,谭平<sup>1</sup>,王晓哲<sup>1,2</sup>,黄襄云<sup>1</sup>

(1. 广州大学教育部工程抗震减震与结构安全重点实验室,广东 广州 510405;

2. 鸿荣源置业集团有限公司,广东 深圳 518000)

**摘要** 目的 探讨和完善更合理的隔震设计体系,提出中震基本弹性为设防目标,对隔震层非线性参数等效迭代处理的性能化直接设计方法. 方法 通过对实际工程分别采用基于性能的直接设计法和传统减震系数法进行设计和分析,对比了隔震结构采用不同数值积分方法的差异,研究了不同设计方法的内力响应以及性能化直接设计方法在引入不同性能折减系数时的经济性优势. 结果 隔震结构采用非线性快速积分法(FNA)与直接积分法的内力响应差异在10%以内;不同的性能调整系数 $C$ 取值对楼板配筋影响不大,但会造成梁柱构件的差异, $C$ 值取0.5时梁和柱含钢量小于减震系数法; $C$ 值取0.7时梁的含钢量小于减震系数法,但框架柱则大于减震系数法. 结论 隔震结构性能化直接设计方法不仅可以大幅度降低上部结构的楼层响应,而且可以通过不同的性能调整分项系数达到不同的性能设计目标.

**关键词** 隔震结构;层间剪力;层间位移;直接积分法;非线性快速积分法

中图分类号 TU315.9

文献标志码 A

## Performance-based Design Method of Isolated Structure

TENG Xiaofei<sup>1</sup>, TAN Ping<sup>1</sup>, WANG Xiaozhe<sup>1,2</sup>, HUANG Xiangyun<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Earthquake Resistance Earthquake Mitigation and Structural Safety Ministry of Education, Guangzhou University, Guangzhou, China, 510405; 2. Hongrongyuan Estate Group Co. Ltd, Shenzhen, China, 518000)

**Abstract:** It aims to investigate and perfect isolation design method, performance-based design method of isolated structure under fortification intensity earthquake and equivalent parameter iterative method are proposed. By designing and analyzing the actual engineering using proposed method and traditional divisional design method respectively, the differences of numerical integration method and economic advantages with different reduction coefficients are compared. Research shows: The internal force response difference of isolated structure between nonlinear fast integral method(FNA) and direct integral method is within 10%; the value of performance adjustment coefficient  $C$  has little effect on floor reinforcement, but will cause great differences of performance

收稿日期:2017-09-20

基金项目:国家自然科学基金项目(51478129);广州市属高校“羊城学者”首席科学家培养项目(1201541630)

作者简介:滕晓飞(1985—),男,博士,主要从事结构工程防震减灾方面研究.

for beam and column. When the C value is 0.5, steel content of beams or columns calculated by performance-based design method is less than that calculated by divisional design method, when the C value is 0.7, steel content of beams are less than divisional design method, but frame column are greater than others. The performance-based direct design method can not only reduce the response of superstructure, but also achieve different performance goals though adjusting partial coefficients.

**Key words:** isolation structure; storey shear; storey displacement; direct integration method; nonlinear fast integration method

隔震技术自问世以来就以其显著的减震效果和和经济性而备受关注<sup>[1]</sup>. 美国最早提出了隔震设计的等效静力法<sup>[2]</sup>. 欧进萍、I. EL-SHAKAFF 等<sup>[3-4]</sup>建议采用强迫解耦的方法对隔震体系进行分析设计, T. C. BECKER 等<sup>[5]</sup>结合美国规范对日本高层隔震设计的方法进行了研究, TENA - COLUNGA A 等<sup>[6]</sup>针对低矮剪力墙隔震体系提出了一种简化的混合设计方法. E. ROSENBLUETH、J. S. HWANG 等<sup>[7-8]</sup>建议采用能量等效和取割线刚度的原则进行处理. 我国于 2001 年将隔震结构设计的减震系数法<sup>[9]</sup>正式编入《建筑抗震设计规范》(GB50011—2001)后, 杜东升等<sup>[10]</sup>等以宿迁隔震建筑阳光大厦为研究对象, 对高层隔震结构的非线性地震响应分析方法进行研究. 刘彦辉等<sup>[11]</sup>提出了高层框-剪隔震体系的动力求解新方法并通过仿真分析进行验证. 全伟等<sup>[12]</sup>对高烈度区的抗震和隔震桥梁的安全性和经济性进行研究并得出减隔震体系效果更优的结论. 杜永峰等<sup>[13]</sup>利用非线性动力拆除法对某超长复杂隔震结构的抗连续倒塌性能进行研究. 谢异同等<sup>[14]</sup>采用小波分解的方法分析了隔震结构在各个频段的响应. 张延年等<sup>[15]</sup>结合混合遗传算法对隔震结构的系统参数进行优化并得到良好的控制效果. 谭平等<sup>[16]</sup>研发了一种适用于低矮村镇建筑的工程塑料板隔震支座并提出一整套简易的设计施工方法. 然而以往的研究大多基于传统的减震系数法而进行的, 该方法虽然简单易行, 但也存在一定的局限性<sup>[17]</sup>. 为了进一步探讨和完善更合理的隔

震设计体系, 笔者提出了以中震基本弹性为设防目标的隔震结构性能化设计方法. 通过实际工程的设计和时程分析和传统分部设计法进行对比, 最后得出有益结论.

## 1 隔震结构性能化直接设计法

隔震结构在地震激励下, 运动方程可根据达朗贝尔原理<sup>[18]</sup>得:

$$m_0(\ddot{x}_g + \ddot{x}_b) + \sum_{i=1}^n m_i(\ddot{x}_g + \ddot{x}_b + \ddot{x}_{si}) + C\dot{x}_b + Kx_b = 0. \quad (1)$$

式中:  $\ddot{x}_g$  为地面运动加速度;  $\ddot{x}_b$ 、 $\dot{x}_b$ 、 $x_b$  分别为隔震层相对于地面的加速度、速度和位移;  $\ddot{x}_{si}$  为上部结构相对隔震层的加速度;  $m_0$  为隔震层的质量;  $m_i$  为上部各楼层的集中质量;  $C$ 、 $K$  分别为上部结构的阻尼和刚度矩阵.

通常隔震结构中会设置一定数量的铅芯橡胶隔震支座或阻尼器, 造成隔震层阻尼比大于上部结构的数倍, 从而造成阻尼矩阵不满足经典阻尼的假定, 此时需要把运动方程变换到状态空间进行复模态求解<sup>[19-20]</sup>. 然而, 为满足工程计算的需求, 当隔震层阻尼比不太大时可采用强制解耦的方法来处理非比例阻尼的影响. 此时的阻尼矩阵采用比例阻尼模型, 隔震体系的动力方程就可以解耦为与单自由度体系形式一样的方程:

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{y}_i + \omega_i^2y_i = -\gamma_i\ddot{x}_g. \quad (2)$$

式中:  $y_i$ 、 $\dot{y}_i$ 、 $\ddot{y}_i$  分别为第  $i$  振型广义位移、速度和加速度;  $\xi_i$  为第  $i$  振型的阻尼比;  $\omega_i$  为第  $i$  振型频率;  $\gamma_i$  为第  $i$  振型的振型参与系数.

对于式(2)很容易利用杜哈梅积分或傅

里叶变换求得其解,再利用振型叠加和反应谱理论即可求得结构的地震作用内力。

进行上部结构设计时,可引入结构性能分项调整系数  $C$  对结构承载力进行调整,采用不考虑风荷载效应的地震组合。

$$\gamma_G S_{GE} + \gamma_E C S_{EK} < R_d. \quad (3)$$

式中: $C$  为结构性能分项调整系数,可采用隔震结构和非隔震结构的最大剪力比作为试算基准进行折减,最后给出不同的取值范围; $\gamma_G$ 、 $\gamma_E$  为重力荷载分项系数和地震作用分项系数; $S_{GE}$ 、 $S_{EK}$  为重力荷载代表值和水平地震作用标准值效应; $R_d$  为构件承载力设计值。

当进行隔震结构性能化设计时,也可根据性能化设计的要求将结构构件分为关键构件、普通竖向构件和耗能构件进行设计。

$$\gamma_G S_{GE} + \gamma_{Eh} S_{Ehk} + \gamma_{Ev} S_{Evk} \leq R_d / \gamma_{RE}, \quad (4)$$

$$S_{GE} + S_{Ehk} + 0.4 S_{Evk} \leq R_k, \quad (5)$$

$$S_{GE} + S_{Ehk} + 0.4 S_{Evk} \leq R_k / 0.8. \quad (6)$$

式中: $\gamma_{Eh}$  和  $\gamma_{Ev}$  分别为水平和竖向地震作用分项系数; $S_{Ehk}$  和  $S_{Evk}$  分别为水平和竖向地震作用效应; $\gamma_{RE}$  为构件承载力调整系数; $R_k$  分别为构件承载力标准值。

进行性能化设计时,隔震层中的隔震支墩以及与隔震支墩相连的框架梁为关键构件,而普通竖向构件为上部结构的柱子和墙体,其余构件则归类为普通耗能构件。关键构件的抗震承载力应符合式(4)规定,普通竖向构件的正截面承载力应符合式(5)规定,耗能构件的抗震承载力应符合式(6)规定。

## 2 隔震层等效参数的迭代方法

《建筑抗震设计规范》(GB50011—2010)规定传统减震系数法在求减震系数时,可取隔震支座 100% 剪切变形对应的等效刚度和等效黏滞阻尼比。然而,随着隔震性能设计目标的不同,隔震支座的剪切变形往往也不相同。针对该问题,笔者提出通过迭代求得隔震支座等效刚度和隔震层等效阻尼比的方法。迭代原理如图 1 所示。

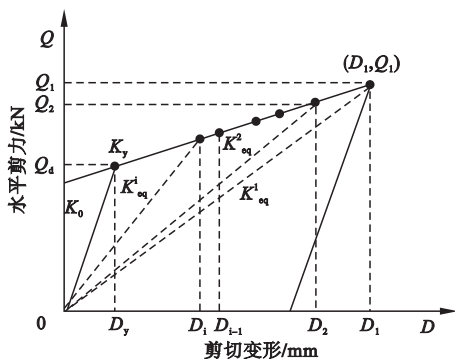


图 1 隔震支座迭代原理

Fig. 1 Iterative principle of isolation bearing

由于铅芯橡胶隔震支座的恢复力曲线可以通过相应的力学性能试验得到,故迭代时可假定铅芯橡胶隔震支座的双线性模型是已知的。设定隔震支座 100% 剪切变形对应的隔震层位移  $D_i$  为迭代的初始位移。则铅芯橡胶隔震支座的等效刚度和等效阻尼比为

$$K_{eq} = \frac{K_0 D_y + K_y (D - D_y)}{D}, \quad (7)$$

$$\zeta_{eq} = \frac{4 Q_d (D - D_y)}{2 \pi K_{eq} D^2}. \quad (8)$$

式中: $K_{eq}$  为隔震支座的等效刚度; $K_0$  为铅芯橡胶隔震支座的屈服前刚度; $K_y$  为铅芯橡胶隔震支座的屈服后刚度; $D$  为隔震层的位移; $D_y$  为铅芯橡胶隔震支座的屈服位移; $\zeta_{eq}$  为隔震支座的等效阻尼比; $Q_d$  为铅芯橡胶隔震支座的屈服力。

不同隔震支座所承担的竖向荷载可通过上部结构导荷计算求得,换算成相应的质量  $m_i$ 。则由阻尼比的定义可知,不同铅芯橡胶支座的等效阻尼系数为

$$C' = 2 m_i \left( \frac{2 \pi}{T} \right) \zeta_{eq}. \quad (9)$$

式中: $C'$  为铅芯橡胶支座的等效阻尼系数; $m_i$  为上部结构的导荷质量; $T$  为隔震周期。

将式(7)和式(9)求得的隔震支座等效刚度和等效阻尼系数代入设计程序(etabs、pkpm等)求得更新后的隔震层位移  $D_i$ ,并重复以上迭代步骤,直到满足第  $i-1$  次和第  $i$  次的隔震层位移和等效阻尼比接近为止。通

常设定迭代收敛条件为

$$D_i - D_{i-1} < \Delta d,$$

(10)

$$\zeta_i - \zeta_{i-1} < \Delta \zeta.$$

(11)

式中: $D_i$  和  $D_{i-1}$  分别为第  $i$  次和第  $i-1$  次的隔震层位移; $\zeta_i$  和  $\zeta_{i-1}$  分别为第  $i$  次和第  $i-1$  次的等效阻尼比; $\Delta d$  和  $\Delta \zeta$  分别为隔震层位移和等效阻尼比的误差限值.

以迭代收敛时的铅芯橡胶隔震支座水平等效刚度和隔震层等效阻尼比作为隔震结构的等效设计参数进行后续隔震结构设计.

3 不同数值积分方法

快速非线性分析(FNA)方法是一种快速的非线性分析的方法,非线性被作为外部荷载处理,形成考虑非线性并进行修正的模态方程,可以对模态方程进行类似于线性振型分解处理和求解,从而大大降低求解时间.为对比不同数值积分方法对隔震结构造成的差异,首先选择 EL - Centrol 和 Taft 地震波分别采用 FNA 和直接积分法对下一节的算例进行中震的时程分析,提取结构的楼层内力响应如图 2 所示.

由图 2 可知,隔震结构采用 FNA 和直接积分法的结果相近,引起的结构响应相差不大,大部分楼层剪力的差异在10%以内.对

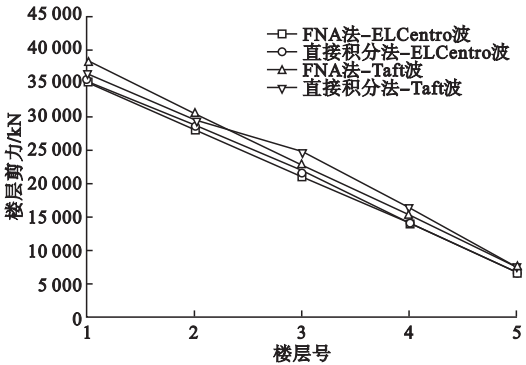


图 2 不同积分方法的楼层剪力对比

Fig. 2 Comparison of storey shear force with different integral methods

于隔震结构,FNA 方法同样是适用的,并且采用 FNA 方法可以大幅减少计算时间.

4 算例概况

某 8 度区实际工程的框架结构体系,为重点设防类建筑,上部结构共 6 层,长 × 宽为 90 m × 90 m,结构总高为 33.5 m,标准层层高为 6.5 m,隔震层高度为 1.0 m,共采用了 44 个 LNR800 和 102 个 LRB800 的隔震支座.其设防地震烈度为 8 度 0.3  $g$ ,设计地震分组为第一组,场地类别为 III 类,主要构件参数如表 1 所示.框架结构有限元模型如图 3 所示,隔震支座平面布置如图 4 所示.

表 1 主要构件参数表

Table 1 Parameters of main components

楼层号	标准层	柱截面/mm	梁截面/mm	板截面/mm	混凝土强度等级
2-5	3	800 × 800	300 × 800	120	C35
		700 × 700	300 × 600	150	C50
1	2	800 × 800	300 × 800	120	C35
		700 × 700	300 × 600	150	C50
隔震层	1	1 100 × 1 100	400 × 800	120	C50
			300 × 600	150	C60

为对比该框架结构采用不同设计方法时隔震前后的性能,选择满足《建筑抗震设计规范》(GB50011—2010)的 5 条天然波和两条人工波对非隔震结构和隔震结构进行设防

烈度地震作用下的非线性快速积分析(FNA),不同地震波所对应的反应谱与标准反应谱的对比如图 5 所示.



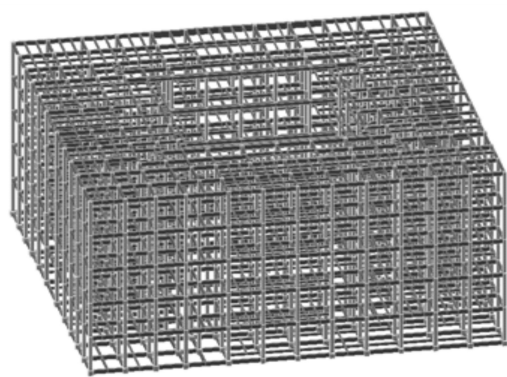


图 3 框架结构有限元模型

Fig. 3 Finite element model of frame structure

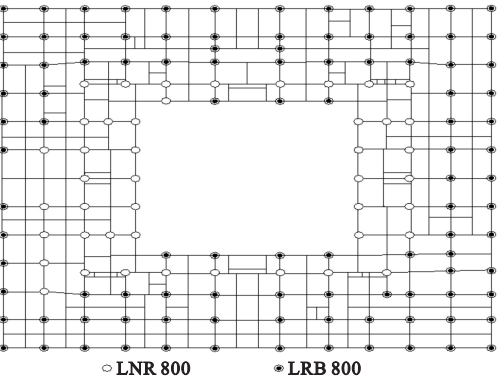


图 4 隔震支座平面布置

Fig. 4 Isolation bearing plan of frame structure

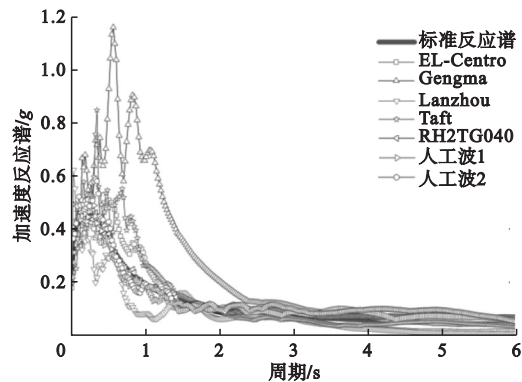


图 5 地震波谱和标准反应谱对比

Fig. 5 Comparison of seismic spectrum and standard response spectrum

4.1 隔震层等效参数的迭代

为得到较为合理的隔震层等效参数,采用前述方法对隔震层等效参数进行迭代处理,迭代过程如表 2 所示。

由迭代结果可以知,第 5 次和第 6 次迭代得到的隔震结构周期、隔震层位移相同,隔震层的等效阻尼比相差非常小,铅芯橡胶隔震支座的等效刚度、阻尼系数也都相差非常小,满足迭代收敛的条件.因此采用铅芯橡胶隔震支座等效刚度  $K_{eq}$  取 2 218 kN/m,隔震层的等效阻尼比  $\zeta_{eq}$  取 13.99% 作为基本参数进行隔震结构的设计和分析。

表 2 隔震层等效参数迭代

Table 2 Equivalent parameter iteration of isolation layer

迭代次数	周期/s	隔震层阻尼比/%	隔震层最大位移/mm	等效刚度/(kN·m <sup>-1</sup> )	阻尼系数/(kN·(m·s <sup>-1</sup> ) <sup>-1</sup> )
1	—	5.00	220	1 981	295
2	3.35	13.12	181	2 150	328
3	3.27	13.52	172	2 195	345
4	3.25	13.95	168	2 211	351
5	3.24	13.98	167	2 217	353
6	3.24	13.99	167	2 218	354

4.2 楼层响应分析

框架结构隔震前后的层间剪力、层间位移和顶层加速度如图 6 ~ 图 7 所示。由图中的结果可知,隔震结构与非隔震结构相比,其层间剪力和楼层位移都减小很多,并且随着楼层高度的增加,其隔震效果越来越好。同时由于减震系数法的减震系数是基于设防烈度

地震作用时的楼层剪力得到的,X 向楼层剪力比最大值为 0.52,Y 向楼层剪力比的最大值为 0.40。根据抗震规范的要求,该结构采用减震系数法进行设计时可以进行降半度处理,降度后结构的水平地震影响系数最大值取 0.16,即该结构降半度后可以采用 8 度 0.2 g 进行结构设计。

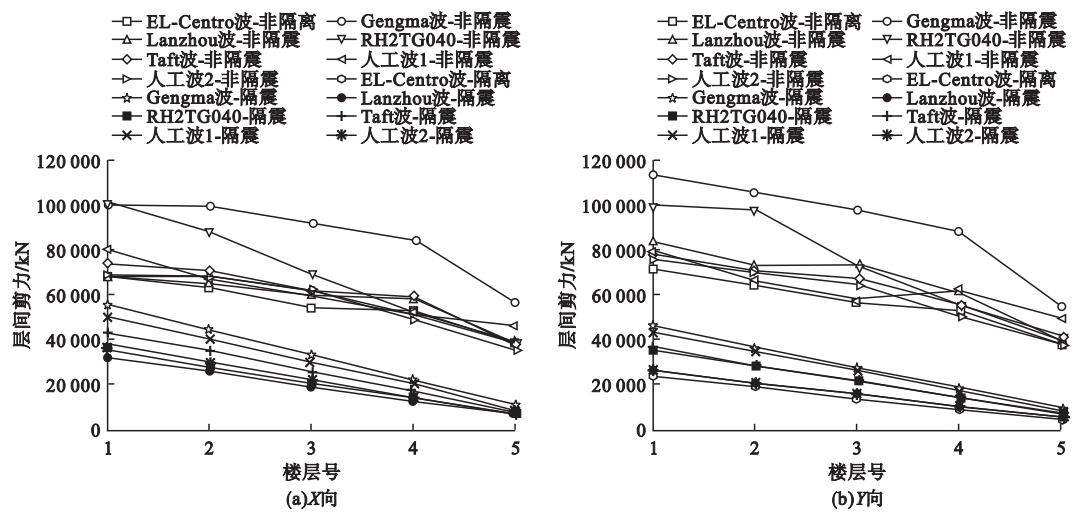


图6 楼层剪力对比

Fig. 6 Storey shear contrast

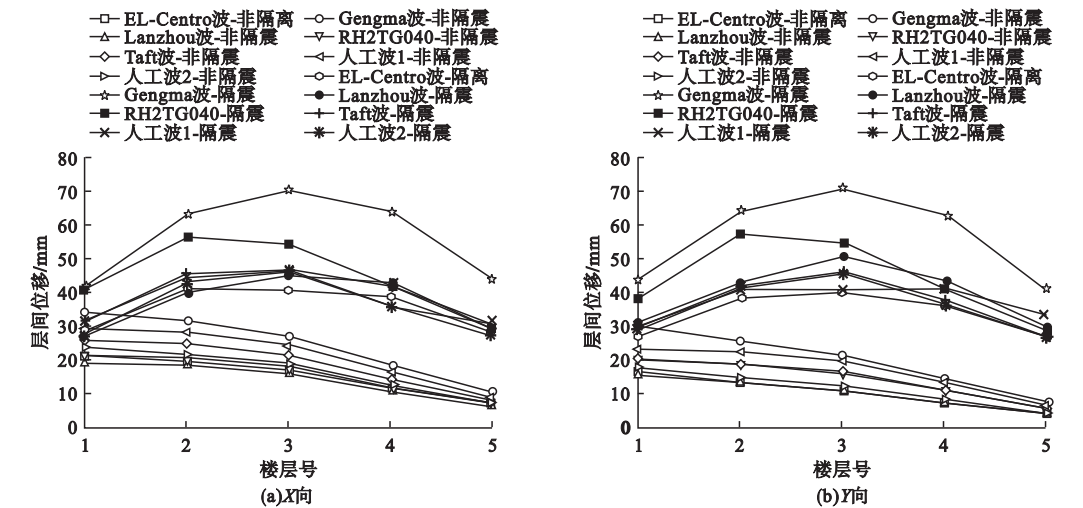


图7 楼层位移对比

Fig. 7 Storey displacement contrast

4.3 不同设计方法的经济性分析

为对比不同设计方法的经济性指标,分别对传统减震系数法,按构件分类的振型分解反应谱法和中震直接设计法分项系数为0.5,0.7和1.0设计的用钢量结果进行分析,其中减震系数法设计时,采用小震作用下降度设计的非隔震结构配筋结果;采用中震设计法的分项系数法设计时,则采用不同性能调整系数C进行调整的配筋结果;采用中震设计法性能化设计时,则采用按构件分类的振型分解反应谱法进行设计的结果.不同构件的用钢量对比如图8~图10所示.

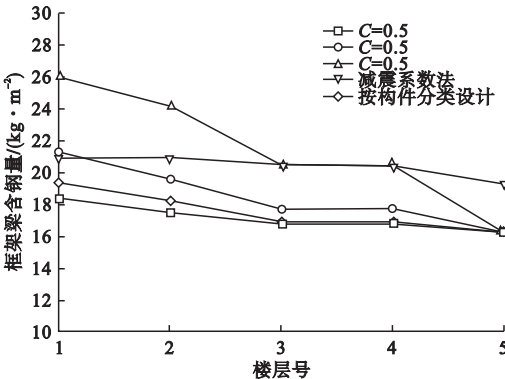


图8 框架梁用钢量对比

Fig. 8 Steel content contrast of frame beam

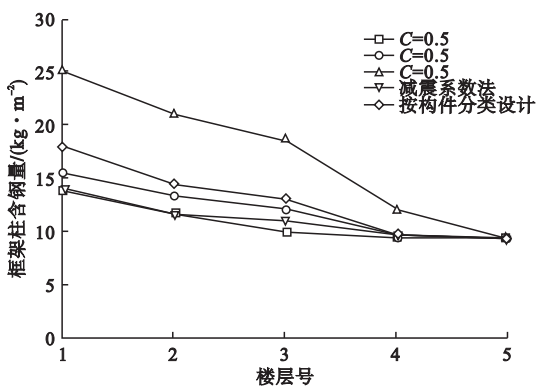


图9 框架柱用钢量对比

Fig. 9 Steel content contrast of frame column

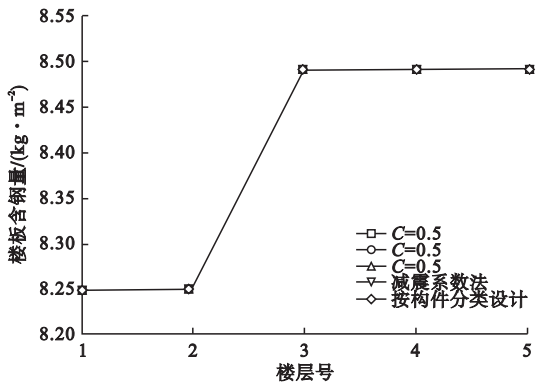


图10 楼板用钢量对比

Fig. 10 Steel content contrast of floorslab

由图8~图10的配筋结果可以发现,不同设计方法的楼层配筋结果没有变化,这是由于楼板不参与结构的动力计算,其配筋结果只和楼面静力荷载有关而造成的。当梁柱采用不同的 $C$ 值进行设计的含钢量是不同的, $C$ 值越大则含钢量越大,但随着楼层的增加,采用不同 $C$ 值时含钢量的差异性变小,在顶层的含钢量则十分接近。采用中震设计法分项调整系数进行设计时的梁和柱的含钢量与采用减震系数法时梁和柱的含钢量是不同的,当 $C$ 值取0.5时梁和柱的含钢量小于减震系数法; $C$ 值取0.7时梁的含钢量小于减震系数法,但框架柱的含钢量则大于减震系数法,从总体上来说,梁和柱两者的总体含钢量则和减震系数法大致相当;这是由于采用中震设计法进行设计时,考虑了上部结构随隔震层的平动而造成结构受力分布和传

统非隔震结构不同,这正是从设计方法上对传统减震系数法的改进,造成柱子用钢量的上升和梁用钢量的下降。 $C$ 值取1.0时,梁和柱的含钢量均比减震系数法要大。而采用中震设计法按照构件分类进行性能化设计时,梁柱的含钢量与 $C$ 值取0.7时的含钢量相近,这恰好对应本算例采用减震系数法设计时降半度的情况。研究结果表明采用中震设计法进行框架结构隔震设计时,不仅从设计方法上对传统的减震系数法进行了改进,而且通过不同的性能调整系数可以达到一定的经济性的目标。

## 5 结 论

(1)隔震结构采用FNA和直接积分法的结果相近,总的基底剪力和上部各楼层的内力响应差异均在10%以内。因此,隔震结构采用FNA方法是适用的。

(2)采用中震性能直接设计法进行设计时,上部楼层的层间剪力、位移响应等都减小很多,楼层的加速度峰响应也降低许多,并且随着楼层高度的增加其隔震效果越好。

(3)中震性能直接设计法和传统减震系数法相比,不同性能调整分项系数的取值并不影响楼层配筋的结果,但对梁柱配筋结果存在一定的影响。当 $C$ 值取0.5时梁和柱的含钢量小于减震系数法; $C$ 值取0.7时梁的含钢量小于减震系数法,但框架柱的含钢量大于减震系数法,从总体上来说,梁和柱两者的总体含钢量和减震系数法大致相当; $C$ 值取1.0时,梁和柱的含钢量均比减震系数法要大。按照构件分类进行性能化设计时,梁柱的含钢量与 $C$ 值取0.7时的含钢量相近。

## 参考文献

[1] 周福霖. 工程结构减震控制[M]. 北京:地震出版社,1997.  
(ZHOU Fulin. Seismic control of engineering structures[M]. Beijing: Seismic Press, 1997.)  
[2] ARORA J, KANG B S, PARK G J. Optimization of flexible multibody dynamic systems u-

- sing the equivalent static load method[J]. Aiaa journal, 2005, 43(43): 846 – 852.
- [3] ELISHAKAFF I, LYON R. Random vibration-status recent developments [M]. Amsterdam: Elsevier, 1986.
  - [4] 欧进萍, 吴斌. 耗能减振结构的抗震设计方法[J]. 地震工程与工程振动, 1988, 18(2): 202 – 209.  
(OU Jinping, WU Bin. Seismic design method of energy dissipation structures[J]. Earthquake engineering and engineering vibration, 1988, 18(2): 202 – 209.)
  - [5] BECKER T C, YAMAMOTO S, HAMAGUCHI H, et al. Application of isolation to high-rise buildings: A Japanese design case study through a US design code lens[J]. Earthquake spectra, 2015, 31(3): 1193 – 1199.
  - [6] TENA-COLUNGA A. Simplified method for the seismic design of low-rise shear wall base-isolated buildings [J]. Open construction & building technology journal, 2014, 8(8): 22 – 33.
  - [7] ROSENBLUETH E, HERRERA I. On a kind of hysteretic damping[J]. Journal of the engineering mechanics division, 1964, 90: 37 – 48.
  - [8] HWANG J S, CHIOU J M. An equivalent linear model of lead-rubber seismic isolation bearings[J]. Engineering structures, 1996, 18(7): 528 – 536.
  - [9] 唐家祥. 建筑隔震与消能减震设计[J]. 建筑科学, 2002, 18(1): 21 – 27.  
(TANG Jiexiang. Design of seismic isolation and energy dissipation for buildings[J]. Building science, 2002, 18(1): 21 – 27.)
  - [10] 杜东升, 王曙光, 刘伟庆, 等. 高层隔震结构非线性地震响应分析及设计方法研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2010, 30(5): 550 – 557.  
(DU Dongsheng, WANG Shuguang, LIU Weiqing, et al. Nonlinear seismic response analysis and design method of high-rise isolated structure[J]. Journal of disaster prevention and mitigation engineering, 2010, 30(5): 550 – 557.)
  - [11] 刘彦辉, 谭平, 周福霖, 等. 高层框架-剪力墙隔震结构地震响应研究[J]. 工程力学, 2015, 32(3): 134 – 139.  
(LIU Yanhui, TAN Ping, ZHOU Fulin, et al. Study of seismic response in isolated high-rise frame-shear wall structures during earthquakes [J]. Engineering mechanics, 2015, 32(3): 134 – 139.)
  - [12] 全伟, 王东升. 高烈度震区高速铁路简支梁抗震体系研究[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2017, 33(5): 838 – 846.  
(QUAN Wei, WANG Dongsheng. Earthquake resistance system research of high-speed railway simply supported bridge under high-intensity seismic region [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2017, 33(5): 838 – 846.)
  - [13] 杜永峰, 朱翔, 陆新征, 等. 超长复杂隔震结构抗连续倒塌性能分析[J]. 土木工程学报, 2016, 49(增刊1): 90 – 95.  
(DU Yongfeng, ZHU Xiang, LU Xinzheng, et al. Analysis on progressive collapse resistance of long complicated isolated structures [J]. China civil engineering journal, 2016, 49(S1): 90 – 95.)
  - [14] 谢异同, 段龙宝, 孙益星. 基于小波分解的基底隔震结构的抗震分析[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2015, 31(2): 295 – 305.  
(XIE Yitong, DUAN Longbao, SUN Yixing. Seismic analysis of base isolated structure on wavelet decomposition [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2015, 31(2): 295 – 305.)
  - [15] 张延年, 范鹤, 董锦坤, 等. 基础隔震结构的系统参数优化设计[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2006, 22(4): 529 – 533.  
(ZHANG Yannian, FAN He, DONG Jinkun, et al. Optimal design of system parameters for base isolated structures [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2006, 22(4): 529 – 533.)
  - [16] 谭平, 徐凯, 王斌, 等. 基于新型简易隔震支座的村镇建筑隔震性能研究[J]. 土木工程学报, 2013, 46(5): 64 – 70.  
(TAN Ping, XU Kai, WANG Bin, et al. Performance study of isolated rural building using novel simple isolators [J]. China civil engineering journal, 2013, 46(5): 64 – 70.)
  - [17] 朱宏平, 周方圆, 袁涌. 建筑隔震结构研究进展与分析[J]. 工程力学, 2014, 31(3): 1 – 10.  
(ZHU Hongping, ZHOU Fangyuan, YUAN Yong. Development and analysis of the research on base isolated structures [J]. Engineering mechanics, 2014, 31(3): 1 – 10.)
  - [18] CHOPRA A. Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering [M]. 4th ed. New York: Pearson Education, Inc., 2012.
  - [19] SINGH M P. Seismic response by SRSS for non-proportional damping [J]. Journal of the engineering mechanics division, 1980, 106(6): 1405 – 1419.
  - [20] 杜永峰, 徐天妮, 包超, 等. 考虑非比例阻尼的基础隔震结构非线性反应谱研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(17): 207 – 212.  
(DU Yongfeng, XU Tianni, BAO Chao, et al. Nonlinear response spectra for base-isolated structures with non-proportional damping [J]. Journal of vibration and shock, 2016, 35(17): 207 – 212.)