

弹簧摆碰撞减震系统计算模型研究

王 奇^{1,2}, 李宏男^{1,3}, 张 鹏⁴

(1. 沈阳建筑大学土木工程学院, 辽宁 沈阳 110168; 2. 辽宁省交通高等专科学校, 辽宁 沈阳 110122;
3. 大连理工大学工程防灾减灾协同创新中心, 辽宁 大连 116024; 4. 大连海事大学交通运输
装备与海洋工程学院, 辽宁 大连 116023)

摘 要 目的 为了减小高柔结构在地震作用下的动力响应, 提出了弹簧摆碰撞减震系统, 以降低高柔结构在地震作用的动力响应. 方法 基于拉格朗日方程及 Hertz - Damp 碰撞模型推导了弹簧摆碰撞减震系统的运动方程; 选取 El Centro 地震波验证了弹簧摆碰撞减震系统的减震效果; 分析了地震强度对减震效果的影响. 结果 弹簧摆碰撞减震系统减震效果受地震强度影响, 地震动烈度越大减震效果越好. 在弹簧摆未与限位器发生碰撞时, 阻尼器依靠弹簧振动与整体摆动的内共振现象增强吸震效果; 在弹簧摆与限位器发生碰撞时, 依靠撞击耗能来降低结构动力响应. 在中震作用下, 弹簧摆碰撞减震系统减震率为 13% ~ 19%. 结论 弹簧摆碰撞减震系统充分利用了弹簧摆的内共振现象及碰撞冲力做功耗能两种减震机理, 减震效果良好, 适用于超高层结构及高耸结构的振动控制.

关键词 高耸结构; 弹簧摆; Hertz - Damp 碰撞模型; 运动方程

中图分类号 TU352 文献标志码 A

Calculation Model of Impact Vibration Reducing System of Spring Pendulum

WANG Qi^{1,2}, LI Hongnan^{1,3}, ZHANG Peng⁴

(1. School of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168; 2. Liaoning Provincial College of Communications, Shenyang, China, 110122; 3. Collaborative Innovation Center for Engineering Disaster Prevention and Mitigation, Dalian University of Technology, Dalian, China, 116024; 4. College of Transportation and Logistics Engineering, Dalian Maritime University, Dalian, China, 116023)

Abstract: An impact vibration reducing system of spring pendulum is offered to reduce the seismic response of the high-rise structure. The equation of motion for the structure-impact system is obtained through Lagrangian equation and Hertz-damp model; the vibration reducing effect of the system is verified by El Centro seismic wave. The influence of the shock absorption of the damper which influences by the different earthquake intensity is analyzed, and the results show that the

收稿日期: 2017-10-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(51421064)

作者简介: 王奇(1987—), 女, 博士研究生, 主要从事结构监测控制研究.

stronger of the earthquake is, the better of the damping effect is. When the mass block doesn't collides with the limiter, the damper based on the internal resonance by the circular frequency of the suspension mass vibration and the damper swing to reduce the seismic response of the structure; when the mass block collides with the limiter, the damper depends on collision to consume the earthquake energy. It is found that the vibration reduction ratio of the structure under moderate earthquake is 13.4% ~ 19.9%. Because the impact vibration reducing system of spring pendulum makes full use of the internal resonance phenomenon and the energy consumption of impact, its damping effect is very good, and it is suitable for vibration control of high-rise structure.

Key words: high-rise structure ; spring pendulum; Hertz-damp model; equations of motion

高柔结构因其具有极大的高宽比,在风荷载及地震作用下,结构顶部会产生较大的动力响应,故此类结构需要进行振动控制.近年来,学者提出了多种形式的减震装置,如环形 TMD、摆式^[1]及球面滑动摩擦式^[2].吴晓龙等^[3]提出了一种应用于装配式剪力墙结构连梁中的剪切型软钢阻尼器.李宏男等^[4]提出将剪切型转动黏弹性阻尼器应用到村镇木结构抗风中.王文明等^[5]提出在混凝土框架结构中,考虑材料的应变率效应能降低结构的位移反应.郝晓燕等^[6]验证了腹板式钢制防屈曲支撑具有良好的耗能性能.张鹏等^[7]提出了基于范数的输电塔设计优化方法.张鹏等^[8]提出在输电塔振动控制中,把主体结构和阻尼器视为一个整体进行一体化设计.侯洁等^[9]提出将质量摆的刚度修正为非线性刚度.霍林生等^[10]采用等效线性化的方法,得出结构受悬挂质量摆控制的线性方程及方程求解方法.非线性吸振器可实现靶能量传递现象(Targeted Energy Transfer, TET)^[11].利用靶能量传递现象实现结构振动控制的吸振器又称为非线性能量阱(Non-linear Energy Sink, NES)^[12].近年来 NES 在被动振动控制领域得到了一些应用^[13];张鹏等^[14]提出利用弹簧摆内共振现象实现靶能量传递,并推导出此种非线性能量阱及主结构的运动方程. Collete^[15]在某框架结构中同时安装了 TMD 和碰撞阻尼器,取得了较好的减震效果.王栋^[16]利用数值方法模拟了冲击减振器的能量耗散过程,笔者提出弹簧摆

碰撞减震系统,并验证了弹簧摆碰撞减震系统的减震效果.

1 弹簧摆碰撞系统减震机理

由于阻尼器中质量块质量较大,在碰撞过程中会造成人体难以忍受的噪声^[17-18],弹簧摆碰撞减震系统是在弹簧摆的基础上,增设了含有内置黏弹性材料的限位器.用于结构减震的弹簧摆碰撞减震系统如图 1 所示.

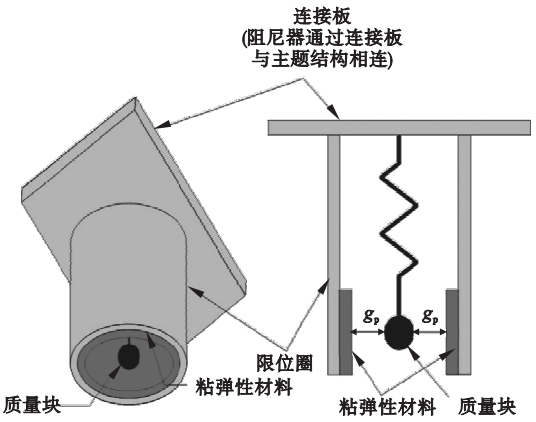


图 1 用于结构减震的弹簧摆碰撞减震系统

Fig. 1 The impact vibration reducing system of spring pendulum for vibration control of structure

当弹簧摆振动模态圆频率 ω_s 与摆动模态圆频率 ω_p 满足 $\omega_s = 2\omega_p$ 时,弹簧摆产生内共振现象^[19];当质量块与限位器碰撞时,碰撞冲力做功,进而消耗弹簧摆碰撞系统吸收的主结构动能,达到吸震减震效果.单自由度体系受弹簧摆碰撞减震系统控制模型如图 2 所示.

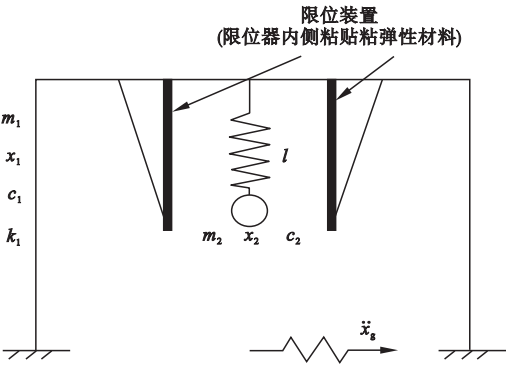


图2 单自由度体系弹簧摆碰撞模型示意图
Fig. 2 The impact vibration reducing system of spring pendulum for vibration control of SDOF system

单自由度体系受弹簧摆碰撞减震控制的运动方程为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = -m_1 \ddot{x}_g + f_x, \\ -g_p \leq x_2 - x_1 \leq g_p, \\ m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = -m_1 \ddot{x}_g + f_x + F_{dir} F_c, \\ x_2 - x_1 > g_p \text{ 或 } x_2 - x_1 < -g_p. \end{cases} \quad (1)$$

式中: m_1 、 k_1 、 c_1 、 x_1 分别为主结构质量、刚度、阻尼、水平方向位移; x_2 为弹簧摆 x 方向位移; \ddot{x}_g 为地震加速度时程; g_p 为质量块与黏弹性材料之间缝隙大小; f_x 为弹簧摆在 x 方向的恢复力; F_{dir} 为碰撞力方向; F_c 为碰撞力。

其中,弹簧摆在 x 方向的恢复力 f_x 计算式为^[15]

$$f_x = k_s (x_2 - x_1) (1 - l_{ori} / \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 + l_0)^2}). \quad (2)$$

式中: k_s 为弹簧刚度,由弹簧摆内共振条件 $\omega_s / \omega_p = \sqrt{k_s / m_2} / \sqrt{g / l_0} = 2$,可得:

$$k_s = \frac{4m_2 g}{l_o}. \quad (3)$$

式中: l_{ori} 为弹簧原长。

$$l_{ori} = l_0 - m_2 g / k_s. \quad (4)$$

式中: g 为重力加速度, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$; l_0 为弹簧在悬挂质量块重力作用下的长度。

当摆的频率与主结构频率一致时减震效果最好,故:

$$l_0 = g / (2\pi f)^2. \quad (5)$$

式中: f 为主结构一阶频率; y_2 为质量块竖直方向位移,弹簧摆模型如图3所示。

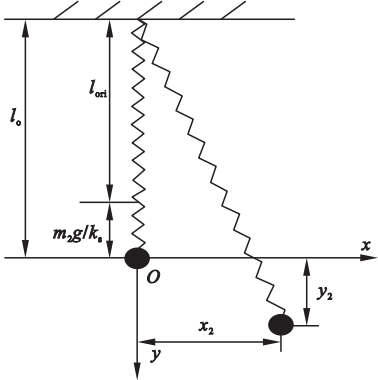


图3 弹簧摆模型示意图

Fig. 3 Schematic diagram of spring pendulum model
碰撞力采用非线性弹簧-阻尼模型,又称 Hertz - Damp 模型(见图4)。

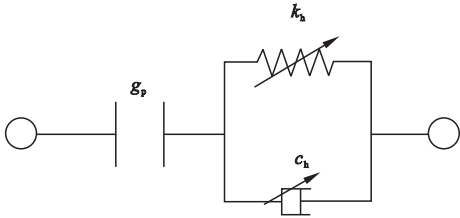


图4 Hertz - damp 模型示意图

Fig. 4 Schematic diagram of Hertz-damp model
碰撞力方向 F_{dir} 计算式为

$$F_{dir} = \begin{cases} 1, & x_2 - x_1 > g_p, \text{ 撞击发生在右侧边界;} \\ -1, & x_2 - x_1 < -g_p, \text{ 撞击发生在左侧边界.} \end{cases} \quad (6)$$

碰撞力 F_c 计算式为^[20]

$$F_c = k_h (x_2 - x_1 - g_p)^n + c_h (\dot{x}_2 - \dot{x}_1), \quad (7)$$

$$c_h = \zeta (x_2 - x_1 - g_p)^n, \quad (8)$$

$$\zeta = \frac{3k_h (1 - e)^2}{4(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)}. \quad (9)$$

式中: k_h 为 Hertz-Damp 模型碰撞刚度, $k_h = 1.308 \times 10^5 \text{ N/m}^{1.5}$; n 为 Hertz 系数, $n = 1.5$; c_h 为 Hertz - Damp 非线性碰撞阻尼系数; ζ 为滞后阻尼系数, e 为牛顿速度恢复系数,可采用落球实验得到:将球体置于高度 h 并自由下落,测量得到其反弹高度 h^* ,表达式为

$$e^2 = \frac{h^*}{h}. \quad (10)$$

通过理论分析得出弹簧摆碰撞系统的减震机理。

(1) 当 $-g_p \leq x_2 - x_1 \leq g_p$ 时, 认为弹簧摆质量块没与限位器发生碰撞, 根据运动方程(1)及弹簧摆恢复力式(2)可知, $f_x =$

$k_s(x_2 - x_1)(1 - l_{ori}/\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 + l_0)^2}) > 0$. 此时弹簧摆碰撞系统相当于为主结构增加了一个非线性的正刚度; 又由于弹簧摆的存在, 可产生弹簧的摆动模态与振动模态的内共振, 弹簧摆将减振系统吸收的动能由摆动模态向振动模态转化, 因而能有效地降低主结构动力响应。

(2) 当 $x_2 - x_1 > g_p$ 或 $x_2 - x_1 < -g_p$ 时, 认为质量块与限位器发生了碰撞, 根据以上分析易得, $f_x = k_s(x_2 - x_1)(1 - l_{ori}/$

$$\begin{cases} M\ddot{\mathbf{x}}_1(t) + C\dot{\mathbf{x}}_1(t) + K\mathbf{x}_1(t) = -M\ddot{\mathbf{x}}_g(t) + L_x f_x(t) + L_y f_y(t), \\ m_2 \ddot{x}_2(t) = -f_x(t), \\ m_2 \ddot{y}_2(t) = m_2 g - f_y(t). \end{cases} \quad (11)$$

式中: M 、 C 、 K 分别为结构-弹簧摆碰撞系统质量阵、阻尼阵、刚度阵。

M 、 C 、 K 由主结构相应的 M_1 、 C_1 、 K_1 以及弹簧摆质量 m_2 耦合得到:

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{12} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & M_{1n} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 + l_0)^2} > 0$ 、 $F_{dir} F_c = k_h(x_2 - x_1 - g_p)^n + c_h(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) > 0$. 此时主结构相当于附加了一个非线性的阻尼及刚度; 又由于此时弹簧摆碰撞减震系统利用了碰撞冲力做功耗能, 因而能够达到良好的减震效果。

2 减震系统力学模型

根据单自由度体系受弹簧摆碰撞减震系统控制的运动方程可知, 弹簧摆碰撞减震系统运动方程按质量块是否与限位器发生碰撞分为两种情况:

(1) 当 $-g_p \leq x_2(t) - x_1(t) \leq g_p$ 时, 认为弹簧摆质量块没与限位器发生碰撞, 此时主结构按受弹簧摆控制建立运动方程, 运动方程为

$$\begin{cases} C_1 = \alpha M_1 + \beta K_1, \\ \alpha = \frac{2(\xi_j \omega_i - \xi_i \omega_j)}{\omega_i^2 - \omega_j^2} \omega_i \omega_j, \\ \beta = \frac{2(\xi_i \omega_i - \xi_j \omega_j)}{\omega_i^2 - \omega_j^2}. \end{cases} \quad (16)$$

式中: C_1 为瑞雷阻尼, α 、 β 为常数; ξ_i 为第 i 阶振型阻尼比; ω_i 为第 i 阶振型圆频率。

$$K_1 = \begin{bmatrix} K_{11} + K_{12} & -K_{12} & 0 & 0 \\ -K_{12} & K_{12} + K_{13} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -K_{1n} & K_{1n} + K_s \end{bmatrix}. \quad (17)$$

式(11)中:

\mathbf{x}_1 为主结构各质点位移列向量, $\mathbf{x}_1 = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n})^T$;

\mathbf{I} 为单位列向量 $\mathbf{I} = (1, 1, \dots, 1)^T$;

$f_x f_y$ 是弹簧摆在 x 、 y 方向的恢复力:

$f_x = k_s(x_2 - x_1) \times$

$$(1 - l_{ori} / \sqrt{(x_2 - x_{1i})^2 + (y_2 + l_0)^2}), \quad (18)$$

$$f_y = k_s (y_2 + l_0) \times (1 - l_{ori} / \sqrt{(x_2 - x_{1i})^2 + (y_2 + l_0)^2}). \quad (19)$$

式中: x_{1i} 为主体结构中装有阻尼器的质点处

$$L_x = (0, \cdots, 0, \underbrace{\quad}_{\text{主结构自由度个数}}, \underbrace{\hat{1}}_{f_x \text{作用在阻尼器} x \text{方向}}, \underbrace{-1}_{f_x \text{作用在阻尼器} y \text{方向}}, \underbrace{\quad}_{f_y \text{作用在阻尼器} x \text{方向}}, \underbrace{\hat{0}}_{f_y \text{作用在阻尼器} y \text{方向}})^T, \quad (20)$$

$$L_y = (\underbrace{0, \cdots, 0, 0}_{\text{主结构自由度个数}}, \underbrace{0}_{f_y \text{作用在阻尼器} x \text{方向}}, \underbrace{\hat{1}}_{f_y \text{作用在阻尼器} y \text{方向}})^T. \quad (21)$$

(2) 当 $x_2(t) - x_1(t) > g_p$ 或 $x_2(t) - x_1(t) < -g_p$ 时, 质量块与限位器发生了碰

位移.
式(11)中, L_x 、 L_y 分别为弹簧摆恢复力 f_x f_y 的作用位置矩阵:

撞,此时主结构按受弹簧摆碰撞减震系统控制建立运动方程,系统运动方程为

$$\begin{cases} M\ddot{x}_1(t) + C\dot{x}_1(t) + Kx_1(t) = M\ddot{x}_g(t) + L_x f_x(t) + L_y f_y(t) + F_{dir} L F_c(t), \\ m_2 \ddot{x}_2(t) + c_2 \dot{x}_2(t) + k_s x_2(t) = -f_x(t) - F_{dir} F_c(t), \\ m_2 \ddot{y}_2(t) = m_2 g - f_y(t). \end{cases} \quad (22)$$

其中, L 为 $F_c(t)$ 作用位置向量:

$$L = (0, \cdots, 0, \underbrace{\hat{1}}_{\text{阻尼器安装位置}}, \underbrace{0, 0, 0}_{\text{主结构自由度个数}})^T. \quad (23)$$

$F_c(t)$ 为碰撞力:

$$F_c(t) = k_h (x_2(t) - x_{1i}(t) - g_p)^n + c_h (\dot{x}_2(t) - \dot{x}_{1i}(t)), \quad (24)$$

$$c_h = \zeta (x_2(t) - x_{1i}(t) - g_p)^n, \quad (25)$$

$$\zeta = \frac{3k_h(1 - e)^2}{4(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_{1i}(t))}. \quad (26)$$

3 算例分析

笔者以某输电塔结构为例,验证弹簧摆碰撞减震系统的减震效果.该模型基频为 1.43 Hz,质量为 29 347 kg,地震动采用 El Centro 地震波.计算时将地震波加速度峰值按 100 cm/s²、200 cm/s²、400 cm/s² 调幅,分别对应基本烈度为 7 度中震、8 度中震及 9 度中震的峰值加速度.结构顶部绝对位移时程如图 5 ~ 图 7 所示.

3.1 减震效果分析

笔者采用减震率计算弹簧摆碰撞减震系统的减震效果,定义减震率为

$$\eta = \frac{(D_0 - D_1)}{D_0} \times 100\%. \quad (27)$$

式中: D_0 为结构在无控状态下的地震响应最

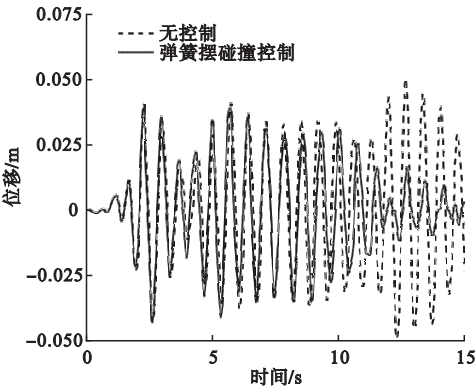


图 5 7 度区结构顶端位移时程曲线
Fig. 5 Time history of the top structure displacement for earthquake fortification intensity of 7

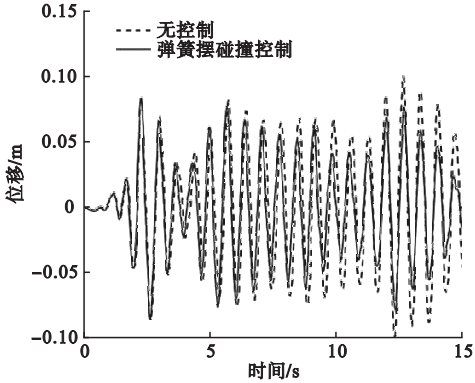


图 6 8 度区结构顶端位移时程曲线
Fig. 6 Time history of the top structure displacement for earthquake fortification intensity of 8

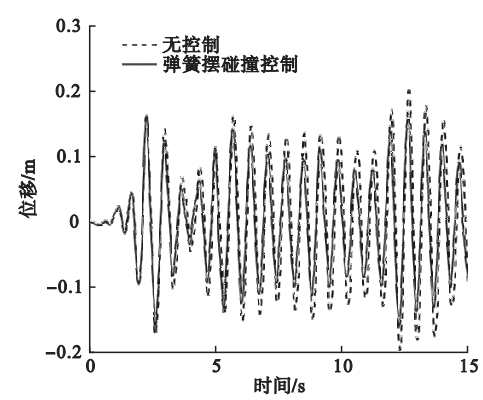


图7 9度区结构顶端位移时程曲线

Fig.7 Time history of the top structure displacement for earthquake fortification intensity of 9

表1 受控结构顶端位移及减震率

Table 1 Displacement and vibration reduction ratio of the structure

基本烈度	位移最大值/m		位移最小值/m		位移最大绝对值		减震率/%
	无控	弹簧摆碰撞控制	无控	弹簧摆碰撞控制	无控	弹簧摆碰撞控制	
7度	0.050 1	0.039 2	-0.049 3	-0.043 4	0.050 1	0.043 4	13.4
8度	0.100 3	0.083 9	-0.098 7	-0.085 3	0.100 3	0.085 3	15.0
9度	0.200 6	0.160 7	-0.197 4	-0.160 2	0.200 6	0.160 7	19.9

4 结 论

- (1)弹簧摆碰撞减震系统具有较好的减震效果,在中震作用下,减震率在13%以上。
- (2)弹簧摆碰撞减震系统减震效果受地震强度影响,地震动烈度越大减震效果越好。
- (3)弹簧摆碰撞减震系统充分利用了弹簧摆的内共振现象及碰撞冲力做功耗能两种减震机理,减震效果良好,适用于超高层结构及高耸结构的振动控制。

参考文献

[1] BATTISTA R C,RODRIGUES R S,PFEIL M S.Dynamic behavior and stability of transmission line towers under wind forces[J]. Journal of wind engineering and industrial aerodynamics,2003,91(8):1051-1067.

[2] 李黎,夏正春,张行,等. FPS 型 MTMD 在输电塔减震中的应用[J]. 华中科技大学学报(城市科学版),2007,24(3):4-7.

(LI Li,XIA Zhengchun,ZHANG Hang,et al.

大值; D_1 为结构在减震系统控制下的地震响应最大值。

结构在弹簧摆碰撞减震系统控制下的减震率如表 1 所示. 从计算结果可以看出,弹簧摆碰撞系统减震效果良好. 减震率随着基本烈度的增加而增加,这是由于在 7 度基本烈度下,地震动加速度与后两种工况相比较小,弹簧摆非线性反应不明显,共振特性没有充分发挥;地震动激励幅度较小,质量块与限位器没有发生碰撞或者碰撞能量较小,碰撞耗能没有充分发挥. 这说明弹簧摆碰撞减震系统更适用于地震动峰值加速度更大的中震或大震减震。

Seismic performance of FPS-MTMD for transmission tower-line systems[J]. Journal of Huazhong university of science and technology(urban science edition),2007,24(3):4-7.)

[3] 吴晓龙,李宏男,马荣全,等. 设置金属阻尼器的预制装配式剪力墙结构抗震性能分析[J]. 地震工程与工程振动,2016,36(5):46-54.

(WU Xiaolong,LI Hongnan,MA Rongquan,et al. Seismic performance of prefabricated shear wall structure with metallic damper[J]. Earthquake engineering and engineering dynamics,2016,36(5):46-54.)

[4] 李宏男,倪培华,付兴. 剪切型转动粘弹性阻尼器在村镇木结构抗风中的应用[J]. 建筑科学与工程学报,2016,33(6):24-29.

(LI Hongnan,NI Peihua,FU Xing. Application of shear-rotation viscoelastic damper in wind resistance of rural wood structure[J]. Journal of architecture and civil engineering,2016,33(6):24-29.)

[5] 王文明,李宏男,王德斌,等. 应变率对钢筋混凝土框架结构地震作用下灾变过程影响研究[J]. 振动与冲击,2014,33(1):130-137.

(WANG Wenming,LI Hongnan,WANG

- Debin, et al. Effect of strain rate on the failure process of reinforced concrete frame structure under earthquake [J]. Journal of vibration and shock, 2014, 33(1): 130 – 137.)
- [6] 郝晓燕, 李宏男, 牧野俊雄. 装有腹板式钢制防屈曲支撑框架结构振动台试验及分析[J]. 振动与冲击, 2014, 33(16): 130 – 135.
(HAO Xiaoyan, LI Hongnan, TOSHIO M. Shaking table experiment and performance analysis of steel frame structure with innovative H type steel-unbuckling-braces[J]. Journal of vibration and shock, 2014, 33(16): 130 – 135.)
- [7] 张鹏, 李宏男, 宋钢兵, 等. 基于范数的输电塔结构动力优化[J]. 计算力学学报, 2015, 32(5): 608 – 612.
(ZHANG Peng, LI Hongnan, SONG Gangbing, et al. Dynamic optimization of transmission tower based on norm[J]. Chinese journal of computational mechanics, 2015, 32(5): 608 – 612.)
- [8] 张鹏, 李宏男, 宋钢兵, 等. 输电塔—调谐质量阻尼器减振系统的一体化设计[J]. 电力建设, 2015, 36(5): 84 – 90.
(ZHANG Peng, LI Hongnan, SONG Gangbing, et al. Integrated design of transmission tower-TMD damping system[J]. Electric power construction, 2015, 36(5): 84 – 90.)
- [9] 侯洁, 霍林生, 李宏男. 非线性悬吊质量摆对输电塔减振控制的研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(3): 177 – 181.
(HOU Jie, HUO Linsheng, LI Hongnan. Aseismic control of transmission towers with nonlinear suspended mass pendulums[J]. Journal of vibration and shock, 2014, 33(3): 177 – 181.)
- [10] 霍林生, 侯洁, 李宏男. 非线性悬吊质量摆减振控制的等效线性化方法研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2015, 35(3): 283 – 289.
(HUO Linsheng, HOU Jie, LI Hongnan. Research on equivalent linearization of seismic control with nonlinear suspending mass pendulum[J]. Journal of disaster prevent and mitigation engineering, 2015, 35(3): 283 – 289.)
- [11] KOPIDAKIS G, AUBRY S, TSIRONIS G P. Targeted energy transfer through discrete breathers in nonlinear systems[J]. Physical review letters, 2001, 87(16): 165501.
- [12] GENDELMAN O, MANEVITCH L, VAKAKIS A F, et al. Energy pumping in coupled mechanical oscillators, part I: dynamics of the underlying Hamiltonian systems [J]. Journal of applied mechanics, 2001, 68(1): 34 – 41.
- [13] TUMKUR R K R, DOMANY E, GENDELMAN O V, et al. Reduced-order model for laminar vortex-induced vibration of a rigid circular cylinder with an internal nonlinear absorber[J]. Communications in nonlinear science & numerical simulation. 2013, 18(7): 1916 – 1930.
- [14] 张鹏, 李宏男, 田利, 等. 弹簧摆的内共振原理及其对输电塔的减震作用[J]. 世界地震工程, 2016, 32(1): 210 – 217.
(ZHANG Peng, LI Hongnan, TIAN Li, et al. Seismic vibration control of transmission tower with a spring pendulum[J]. World earthquake engineering, 2016, 32(1): 210 – 217.)
- [15] COLLETTE F S. A combined tuned absorber and pendulum impact damper under random excitation[J]. Journal of sound and vibration, 1998, 216(2): 199 – 213.
- [16] 王栋. 冲击减震器对振动能量耗散性能分析[J]. 机械工程学报, 2014(9): 87 – 92.
(WANG Dong. Analysis of vibration energy dissipation with vibro-impact absorber [J]. Chinese journal of mechanical engineering, 2014(9): 87 – 92.)
- [17] LI K, DARBY A P. An experimental investigation into the use of a buffered impact damper [J]. Journal of sound and vibration, 2006, 291(3): 844 – 860.
- [18] LI K, DARBY A P. A buffered impact damper for multi-degree-of-freedom structural control [J]. Earthquake engineering & structural dynamics, 2008, 37(13): 1491 – 1510.
- [19] 司丽荣, 张竞夫. 弹簧摆内共振现象的实验研究[J]. 物理实验, 2002(3): 9 – 12.
(SI Lirong, ZHANG Jingfu. Study on the experiment of the autoparametric resonance of a spring pendulum[J]. Physics experimentation, 2002(3): 9 – 12.)
- [20] LANKARANI H M, NIKRAVESH P E. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems[J]. Journal of mechanical design, 1990, 112(3): 369 – 376.