

# 抗剪栓钉对隔震桥梁地震响应的影响

占玉林<sup>1,2</sup>,张磊<sup>1</sup>,张强<sup>1</sup>,姜哲勋<sup>1</sup>,蒋海军<sup>3</sup>,岳章胜<sup>3</sup>

(1.西南交通大学桥梁工程系,四川成都610031;2.陆地交通地质灾害防治技术国家工程实验室,四川成都610031;3.青岛市市政工程设计研究院有限责任公司,山东青岛266000)

**摘要** 目的 研究抗剪栓钉对城市轨道交通隔震桥梁纵向地震响应的影响,分析考虑栓钉的摩擦摆支座组合刚度.方法 以某在建城市轨道交通矮墩连续梁桥为研究对象,基于非线性时程分析方法,对比了不同工况下桥梁结构关键部位的地震响应,并分析了不同栓钉抗力对桥梁地震响应的影响.结果 曲线、制动墩墩底纵向弯矩时程曲线及梁端纵向最大位移有较大影响;当栓钉剪断时,栓钉抗力对制动墩支座纵向最大位移几乎没有影响,制动墩墩顶纵向最大位移、制动墩墩底纵向最大弯矩随着栓钉抗力的增大而增大,抗剪栓钉的极限抗剪能力宜控制在竖向荷载的6%以内.结论 对于城市轨道交通矮墩连续梁桥,进行摩擦摆支座减隔震设计时,要充分考虑抗剪栓钉抗力的影响.

**关键词** 抗剪栓钉;摩擦摆支座;地震响应;非线性时程分析

中图分类号 TU997;U442.55

文献标志码 A

## Seismic Responses of Isolated Bridge with Shear Studs

ZHAN Yulin<sup>1,2</sup>, ZHANG Lei<sup>1</sup>, ZHANG Qiang<sup>1</sup>, JIANG Zhexun<sup>1</sup>, JIANG Haijun<sup>3</sup>, YUE Zhangsheng<sup>3</sup>

(1. Department of Bridge Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, China, 610031; 2. National Engineering Laboratory for Technology of Geological Disaster Prevention in Land Transportation, Chengdu, China, 610031; 3. Qingdao Municipal Engineering Design Research Institute Co. Ltd, Qingdao, China, 266000)

**Abstract:** In order to study the effects of shear studs on the seismic responses of isolated bridge of the city light-track traffic viaduct, composite stiffness of the friction pendulum bearing with shear studs was introduced. Based on a continuous girder bridge of the city light-track traffic viaduct under constructing with short piers, seismic responses of bridge under different cases were compared by the nonlinear time history analysis method and the effects of shear studs were analyzed. The results showed that the snipping of shear studs had a giant influence on the hysteretic curve of friction pendulum bearing, the time history curve of the longitudinal moment of the fixed pier and the

收稿日期:2017-06-20

基金项目:国家自然科学基金项目(51208431);国家重点研发计划项目(2016YFB1200401);四川省科技计划项目(2017GZ0369)

作者简介:占玉林(1978—),男,副教授,博士,主要从事桥梁抗震方面研究.

maximum longitudinal beam displacement. After shear studs were snipped, shear resistance of studs had almost no effect on the maximum longitudinal bearing displacement of the pier top, but the maximum longitudinal displacement of the pier top and the longitudinal moment of the fixed pier were larger with the growth of shear resistance. The shear resistance of shear stud should no more than 6% of the vertical loading. For the continuous girder bridges of the city light-track traffic viaduct with short piers, shear resistance of studs should be considered fully when seismic isolation design of friction pendulum bearing was used.

**Key words:** shear studs; the friction pendulum bearing; seismic response; the nonlinear time history analysis

桥梁常用的抗震设防结构包括延性抗震结构与减隔震抗震结构,延性抗震结构通过预设塑性铰的塑性转动达到耗能减震的目的,减隔震抗震结构通过使用减隔震装置来延长桥梁结构的周期、增大结构阻尼,从而耗散地震输入能量、减小结构的地震响应<sup>[1]</sup>. 支座是桥梁结构较易损坏的部位,且相对容易更换,因此桥梁通常使用具有减隔震功能的支座,通过支座的局部损伤来减小桥梁的地震响应<sup>[2]</sup>. 摩擦摆支座由于优异的经济性与可靠性,在国内外桥梁结构的减隔震设计中应用广泛. 摩擦摆支座对地震激励作用的频率范围具有高稳定性与低敏感性,圆弧滑动面使其具有极高的自复位能力,是一种效率较高的隔震装置<sup>[3-6]</sup>. 国内外研究人员<sup>[7-12]</sup>对摩擦摆支座隔震桥梁进行了大量的理论分析与试验研究,廖平等<sup>[13-14]</sup>研究了摩擦摆支座参数对公路连续梁桥地震响应的影响,但未考虑抗剪栓钉对隔震桥梁地震响应的影响;夏修身等<sup>[15]</sup>分析了墩高、地震强度及场地类型对高速铁路摩擦摆支座隔震桥梁的隔震效果,但未分析栓钉抗力对桥梁地震响应的变化规律;吴宜峰等<sup>[16]</sup>分析了摩擦摆支座参数对连续梁桥隔震效果的影响,但未分析抗剪栓钉抗力的影响;王志英等<sup>[17]</sup>进行了连续钢桁梁的摩擦摆支座减隔震设计研究,刘卫刚等<sup>[18]</sup>分析了多球面滑动摩擦摆支座的工作机理. 由于栓钉剪断前后,桥梁结构体系、结构动力特性等发生变化,桥梁结构的地震响应发生改变. 为进一步研究考虑栓钉

的摩擦摆支座对桥梁结构地震响应的影响,笔者以某在建城市轨道交通连续梁桥为对象,研究抗剪栓钉对城市轨道交通矮墩连续梁桥纵向地震响应的影响.

## 1 摩擦摆支座原理

### 1.1 摩擦摆支座构造

双曲面摩擦摆式支座的消能原理是利用滑动面延长结构的振动周期,以大幅度减少结构因地震作用而引起的放大效应,通过支座的滑动面与滑块之间的摩擦来达到消耗地震能量的目的<sup>[7]</sup>. 当地震能量较低,栓钉未剪断时,地震能量由栓钉与摩擦摆支座共同承受;当地震能量较高,栓钉剪断,摩擦摆支座开始滑动耗能. 摩擦摆支座的构造如图1所示.

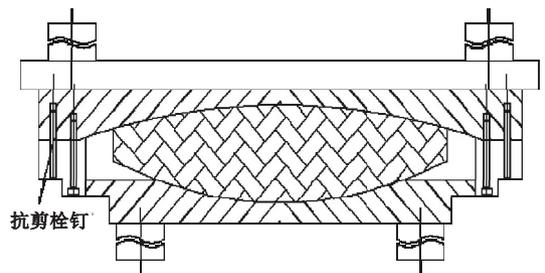


图1 摩擦摆支座构造

Fig. 1 Feature of friction pendulum bearing

### 1.2 摩擦摆支座滞回模型

根据文献[8]和文献[19-20],若不考虑竖向地震作用的影响,在单向地震作用下,摩擦摆支座的滞回模型可近似简化为双线性模型. 对于不带抗剪栓钉的摩擦摆支座,在单向地震作用下的滞回模型如图2所示.

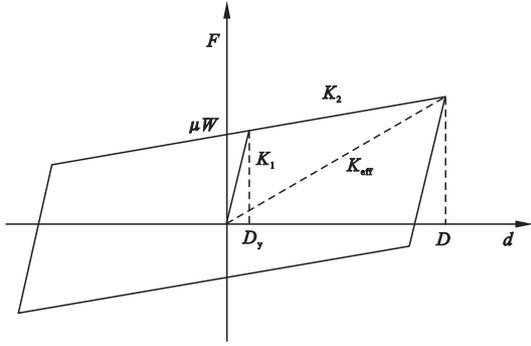


图2 摩擦摆支座滞回模型

Fig. 2 Hysteretic model of friction pendulum bearing

图2中摩擦摆支座滞回模型初始刚度为 $K_1$ ,屈服刚度为 $K_2$ ,等效线性刚度为 $K_{eff}$ ,等效阻尼比为 $\beta_{eff}$ ,阻尼系数为 $C$ ,初始屈服位移为 $D_y$ ,极限滑动位移为 $D$ ,摩擦系数为 $\mu$ ,支座竖向荷载为 $W$ ,支座曲率半径为 $R$ ,则支座初始刚度与摩擦摆支座屈服刚度分别为

$$K_1 = \mu W / D_y, \quad (1)$$

$$K_2 = W / R. \quad (2)$$

摩擦摆支座的滞回模型为非线性,通过等效线性化的处理方法,得到支座等效线性刚度、等效阻尼比及阻尼系数分别为

$$K_{eff} = W / R + \mu W / D, \quad (3)$$

$$\beta_{eff} = \frac{2}{\pi} \frac{\mu}{D/R + \mu}, \quad (4)$$

$$C = 2\beta_{eff} \sqrt{K_{eff} \frac{W}{g}}. \quad (5)$$

根据文献[13],当抗剪栓钉未剪断时,抗剪栓钉剪力和栓钉剪切位移之间的关系假定为线性关系(见图3).图中 $D_0$ 为抗剪栓钉极限剪切位移, $P$ 为栓钉极限抗力.

栓钉剪力和栓钉剪切位移之间的关系式为

$$F = \begin{cases} K_0 d & d < D_0, \\ 0 & d > D_0. \end{cases} \quad (6)$$

式中: $F$ 为抗剪栓钉剪力; $K_0$ 为抗剪栓钉刚度; $d$ 为抗剪栓钉剪切位移.

将抗剪栓钉与摩擦摆支座组合,得到考虑栓钉的摩擦摆隔震装置.将抗剪栓钉的力

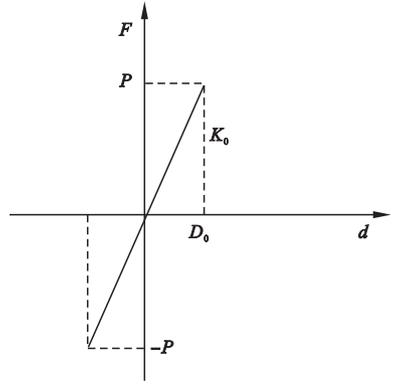


图3 抗剪栓钉剪力与剪切位移关系图

Fig. 3 Relationship between the shear resistance of studs and displacement

学模型与不考虑栓钉的摩擦摆支座滞回模型相结合,便得到组合后的考虑抗剪栓钉的摩擦摆支座滞回模型<sup>[2]</sup>(见图4).图中 $K'_1$ 为考虑抗剪栓钉的摩擦摆支座初始刚度, $K'_2$ 为考虑抗剪栓钉的摩擦摆支座屈服刚度.

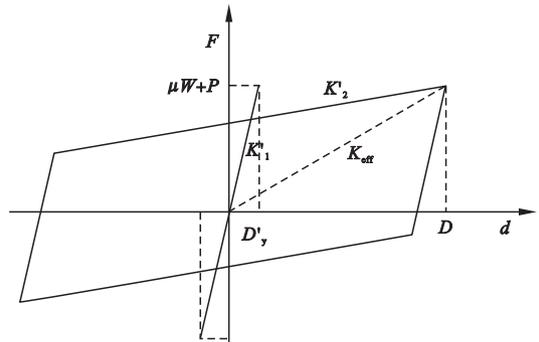


图4 考虑抗剪栓钉的摩擦摆支座滞回模型

Fig. 4 Hysteretic model of friction pendulum bearing with shear studs

## 2 有限元模型

### 2.1 工程概况

以某在建城市轨道交通主桥 73 m + 128 m + 73 m 三跨预应力混凝土连续梁桥为研究对象,结构所处场区为属 II 类建筑场地,主梁采用 C55 混凝土,桥墩及桩基础采用 C40 混凝土,桩基础采用 C30 混凝土.主梁为单箱单室截面,截面为变截面形式,顶宽 9.8 m,底宽 5.8 m;梁高呈 1.7 次抛物线变化形式,跨中截面梁高为 4.2 m,支点截面梁

高为 8 m;桥墩采用圆端形实体桥墩,桩基础采用钻孔灌注桩方案,采用行列式布置方式. 两侧引桥为不等跨 U 型简支梁桥,跨径分别

为 20.7 m 和 24.7 m. 桥梁整体布置见图 5, 主桥桥墩参数见表 1.

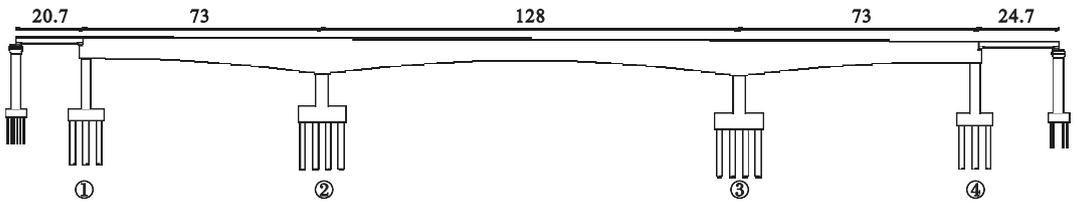


图 5 73 m + 128 m + 73 m 三跨预应力混凝土连续梁桥整体布置图

Fig. 5 The whole layout of prestressed concrete continuous beam bridge with a span of 73 + 128 + 73 meters

表 1 桥墩尺寸参数

Table 1 Dimension properties of piers

| 桥墩号 | 墩高/m | 截面尺寸/m |     | 桩长/m | 桩数/根 |
|-----|------|--------|-----|------|------|
|     |      | 纵向     | 横向  |      |      |
| ①   | 15.5 | 2.8    | 5.5 | 25   | 9    |
| ②   | 11   | 3.8    | 6.6 | 40   | 16   |
| ③   | 12   | 3.8    | 6.6 | 40   | 16   |
| ④   | 15.5 | 2.8    | 5.5 | 30   | 9    |

主桥共 4 个桥墩,各墩处横向均设 2 个支座,其中 2#墩为纵向制动墩,设固定铰支座,其余墩均设纵向活动铰支座. 支座布置图见图 6.

### 2.2 摩擦摆系统隔震桥梁力学模型

对于考虑抗剪栓钉的摩擦摆系统隔震桥梁,将抗剪栓钉与不带栓钉的摩擦摆支座看成并联系统,当栓钉未剪断时,二者组合后的摩擦摆支座刚度及阻尼系数为

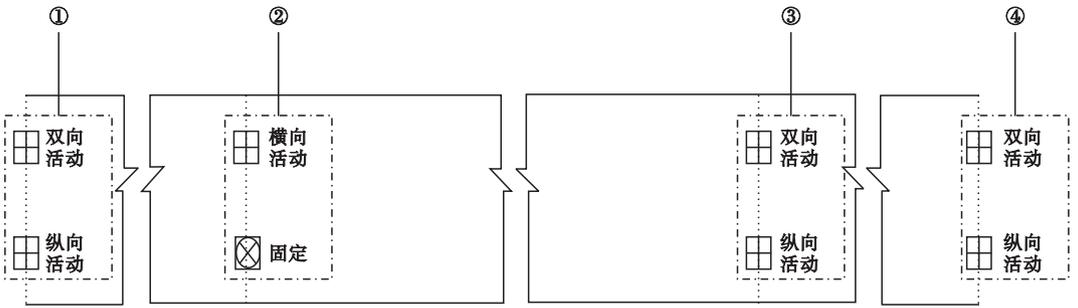


图 6 主桥支座布置图

Fig. 6 Layout of bearings of the main bridge

$$\begin{cases} K'_1 = K_0 K_1 / (K_0 + K_1), \\ C_z = 0. \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $C_z$  为考虑抗剪栓钉的摩擦摆支座阻尼系数.

当抗剪栓钉剪断时,栓钉失效,则摩擦摆支座刚度及阻尼系数为

$$\begin{cases} K'_2 = K_2, \\ C_z = C. \end{cases} \quad (8)$$

### 2.3 有限元模型的建立

采用大型有限元软件 Ansys 建立全桥三

维空间有限元模型,以全桥纵向为 X 向,横向为 Y 向,竖向为 Z 向. 建模过程中考虑两侧一联引桥对结构分析的影响和二期恒载的影响. 根据结构特点,各墩桩基础底端采用固结模拟,考虑桩土效应,采用“土弹簧”模拟,承台与桩基顶、墩底采用主从约束模拟<sup>[13]</sup>. 全桥主梁、桥墩、桩基础等均采用 Beam188 空间梁单元模拟,二期恒载将其转化为节点集中质量,集中质量单元采用 Mass21 单元模拟. 考虑栓钉的摩擦摆支座采用弹簧 - 阻尼

器单元 Combin14 与组合单元 Combin40 进行模拟. 其中, 摩擦摆支座竖向采用 Combin14 模拟, 水平向采用 Combin40 模拟, 抗剪栓钉采用 Combin40 进行模拟.

### 3 工况设置

隔震桥梁采用双曲面摩擦摆支座, 主桥各墩均设置摩擦摆支座共 8 个, 各墩摩擦摆支座参数取值一致. 根据结构特点, 设定抗剪栓钉剪断时剪切位移与摩擦摆支座初始屈服位移值相同<sup>[9-10,13]</sup>, 摩擦摆支座的初始屈服位移设定为 0.5 mm, 设定摩擦摆支座的曲率半径为 2 m. 设定支座总的水平极限承载力为竖向荷载的 0.1 倍, 抗剪栓钉水平抗力为支座总水平抗力减去摩擦摆支座摩擦力<sup>[2]</sup>, 摩擦摆支座摩擦力为竖向荷载的 0.04 倍, 可得抗剪栓钉抗力为竖向荷载的 0.06 倍.

在纵向地震动作用下, 上部结构产生的地震力均由制动墩承受, 故制动墩所受地震荷载较大. 根据结构所处场地条件, 选取工程安评报告提供的一条加速度时程(最大峰值加速度为 0.2 g)作为输入地震动(见图 7), 输入方向为 X 向(纵桥向), 按 4 种工况进行非线性时程分析. ①工况 1: 各墩均设置普通支座, 各支座自由度约束如图 6 所示, 进行地震响应分析; ②工况 2: 2#制动墩设置纵向未考虑抗剪栓钉的摩擦摆支座, 各墩摩擦摆支座均为纵向活动, 进行地震响应分析; ③工况

3: 2#制动墩设置考虑抗剪栓钉的摩擦摆支座, 各支座自由度约束如图 6 所示, 通过抗剪栓钉约束相应自由度, 且栓钉均发生剪断, 进行地震响应分析; ④工况 4: 2#制动墩设置考虑抗剪栓钉的摩擦摆支座, 各支座自由度约束如图 6 所示, 通过抗剪栓钉约束相应自由度, 且假设抗剪栓钉未剪断, 即将抗剪栓钉抗力提高至不发生剪断, 进行地震响应分析.

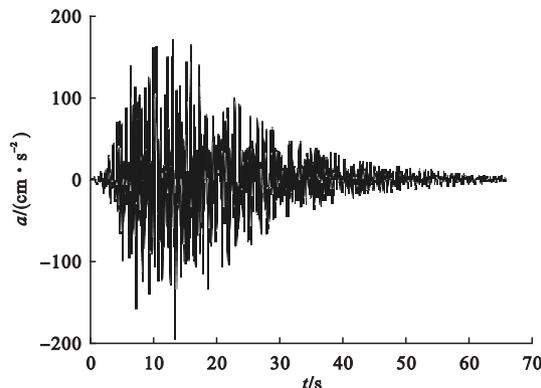


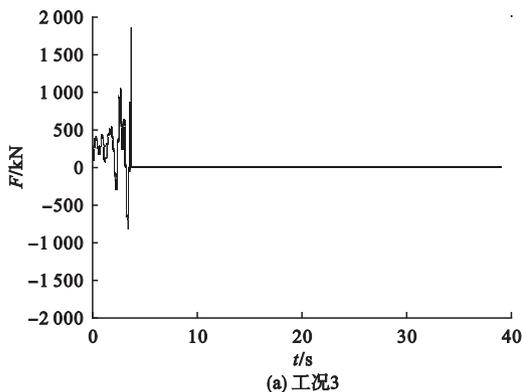
图 7 加速度时程曲线

Fig. 7 Time-history curve of acceleration

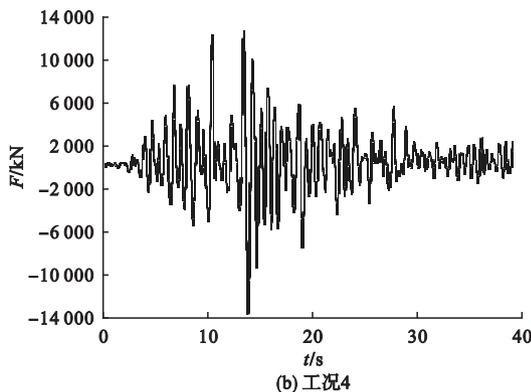
## 4 结果分析

### 4.1 栓钉时程曲线

工况 3 和工况 4 下抗剪栓钉剪力时程曲线如图 8 所示. 由图 8(a)可以看出, 工况 3 下, 抗剪栓钉在 3.76 s 时发生剪断, 此时栓钉剪力大于其抗剪能力; 工况 4 下, 由于将抗剪栓钉提高到一定程度, 抗剪栓钉不发生剪断, 且栓钉剪力值较大.



(a) 工况3



(b) 工况4

图 8 抗剪栓钉剪力时程曲线

Fig. 8 Time-history curves of the shear resistance of shear studs

### 4.2 制动墩底纵向弯矩

不同工况下2#墩底纵向弯矩时程曲线对比如图9所示(提取前第3~5秒),2#墩底最大纵向弯矩见表2。由图9可以看出,当栓钉未剪断后,工况3和工况4的制动墩墩底纵向弯矩时程曲线基本重合,这说明栓钉剪断失效之后,摩擦摆支座开始摆动“耗能”。从表2可以看出,工况2下2#墩底纵向弯矩略低于工况3,工况4下2#墩底纵向弯矩远大于工况2和工况3,这说明抗剪栓钉抗力对摩擦摆支座隔震桥梁有较大影响。

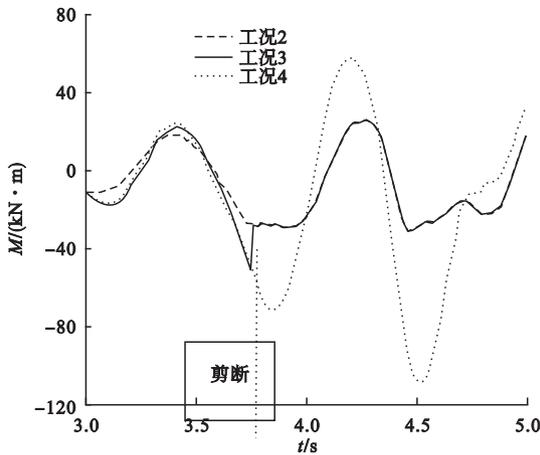


图9 2#墩底纵向弯矩时程曲线

Fig. 9 Time-history curves of the longitudinal moment of the bottom of 2# pier

表2 2#墩底纵向最大弯矩

Table 2 The maximum longitudinal moment of the bottom of 2# pier

| 工况 | 弯矩/(kN·m) |
|----|-----------|
| 1  | 387 600   |
| 2  | 48 680    |
| 3  | 50 290    |
| 4  | 327 100   |

### 4.3 梁端纵向最大位移

不同工况下梁端纵向最大位移见表3。由表3可以看出,工况2下梁端纵向最大位移略低于工况3,工况4下梁端纵向最大位

移远大于工况2和工况3,这说明抗剪栓钉抗力对隔震桥梁梁端位移有较大影响。

表3 梁端纵向最大位移

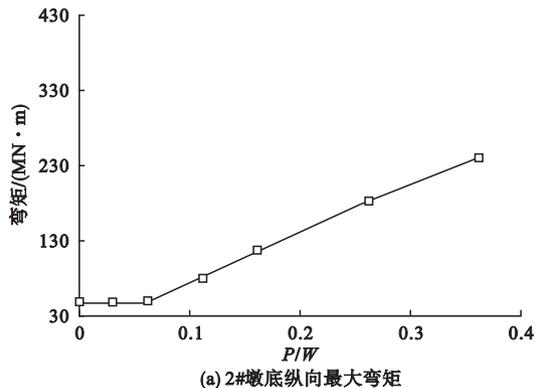
Table 3 The maximum longitudinal displacement of the beam-end

| 工况 | 位移/mm |
|----|-------|
| 1  | 69.7  |
| 2  | 47.4  |
| 3  | 49.8  |
| 4  | 64.8  |

### 4.4 抗剪栓钉抗力的影响

为研究抗剪栓钉抗力对隔震桥梁地震响应的影响,设定2#制动墩抗剪栓钉抗力分别为竖向荷载的0、0.03、0.06、0.11、0.16、0.26、0.36倍(0倍表示未设抗剪栓钉),各支座自由度约束如图6所示,通过抗剪栓钉约束相应自由度,对桥梁结构进行非线性时程分析。

不同抗剪栓钉抗力下桥梁结构2#墩地震响应见图10。由图10可知,当栓钉抗力较小时,2#墩底纵向最大弯矩、2#墩顶纵向最大位移几乎没有变化;随着抗剪栓钉抗力的增大,2#墩底纵向最大弯矩、2#墩顶纵向最大位移不断增大;随着栓钉抗力的增大,2#墩支座纵向最大位移几乎没有变化,说明当栓钉抗力不大时,栓钉剪断失效,对制动墩最大支座位移几乎没有影响。



(a) 2#墩底纵向最大弯矩

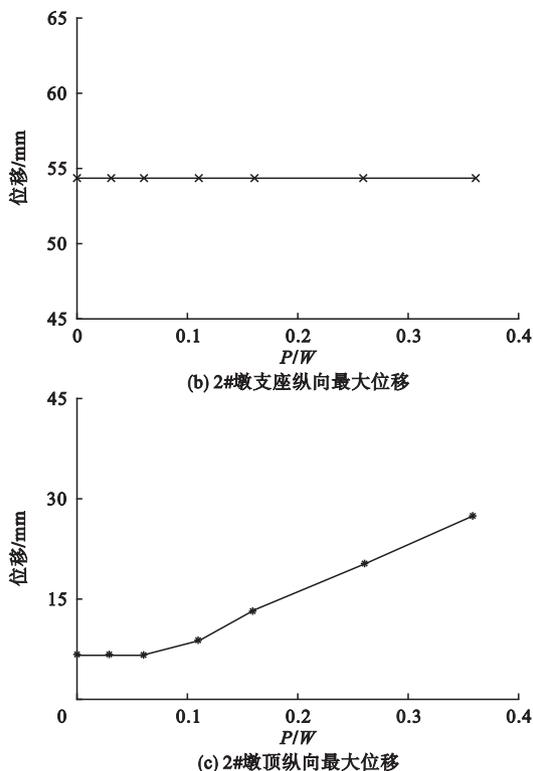


图 10 不同抗剪栓钉抗力下桥梁结构 2#墩地震响应

Fig. 10 Seismic responses of key parts of 2# pier under different shear resistance of shear studs

## 5 结论

(1) 抗剪栓钉抗力对制动墩支座纵向滞回曲线有较大影响,当栓钉未剪断时,摩擦摆支座未发生摆动“耗能”,支座滞回曲线为一条直线;当栓钉剪断时,摩擦摆支座发生摆动,滞回曲线较为饱满且发生突变。

(2) 在纵向地震动激励下,抗剪栓钉抗力对隔震桥梁制动墩墩底纵向弯矩时程曲线、梁端纵向最大位移有一定影响;当摩擦摆支座其他参数不变时,随着抗剪栓钉抗力的增大,制动墩墩底纵向最大弯矩、墩顶纵向最大位移先保持不变后逐渐增大,且呈线性增大趋势,而制动墩支座纵向最大位移几乎没有变化;抗剪栓钉的抗力不宜设置过高,一般控制在 6% 的竖向荷载范围为宜。

(3) 对于城市轨道交通矮墩连续梁桥,

进行摩擦摆支座减隔震设计时,要充分考虑摩擦摆支座抗剪栓钉抗力的影响。

## 参考文献

- [1] 廖平,贾毅,赵人达,等. 摩擦摆支座参数对桥梁地震反应的影响[J]. 铁道建筑,2016,22(4):22-25.  
(LIAO Ping, JIA Yi, ZHAO Renda, et al. Influence of friction pendulum bearing parameters on seismic response of bridge structure [J]. Railway engineering, 2016, 22(4): 22-25.)
- [2] 夏修身,陈兴冲,王希慧,等. 剪力键对隔震桥梁地震反应的影响[J]. 地震工程与工程振动,2012,32(6):104-109.  
(XIA Xiushen, CHEN Xingchong, WANG Xi-hui, et al. Effect of shear key on seismic responses of bridge using isolation bearing [J]. Journal of earthquake engineering and engineering vibration, 2012, 32(6): 104-109.)
- [3] ZAYAS V A, LOW S S, MAHIN S A. A simple pendulum technique for achieving seismic isolation [J]. Earthquake spectra, 2012, 6(2): 317-331.
- [4] MOKHA A, CONSTANTINOU M C, REINHORN A M. Teflon bearings in aseismic base isolation: Experimental studies and mathematical modeling [R]. Earthquake Resistant Design, 1988.
- [5] CONSTANTINOU M C, MOKHA A, REINHORN A M. Teflon bearings in base isolation II: modeling [J]. Journal of structural engineering, 1990, 116(2): 455-474.
- [6] SU L, AHMADI G, TADJBAKHSI I G. A comparative study of performances of various base isolation systems, part I: Shear beam structures [J]. Earthquake engineering and structural dynamics, 1989, 18(1): 11-32.
- [7] 龚建,邓雪松,周云. 摩擦摆隔震支座理论分析与数值模拟研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2011, 31(1): 55-61.  
(GONG Jian, DENG Xuesong, ZHOU Yun. Study on theoretical analysis and numerical simulation of friction pendulum bearing [J]. Journal of disaster prevention and mitigation engineering, 2011, 31(1): 55-61.)
- [8] 张永亮,张跃进,王长峰. 竖向地震动对摩擦摆支座隔震桥梁地震反应的影响[J]. 兰州交通大学学报, 2012, 31(1): 18-22.  
(ZHANG Yongliang, ZHANG Yuejin, WANG Changfeng. Effect of vertical ground motion on seismic response of an isolated bridge with FPS

- [J]. Journal of Lanzhou jiaotong university, 2012, 31(1): 18-22. )
- [9] WARN G P, WHITTAKER A S. Property modification factors for seismically isolated bridges [J]. Journal of bridge engineering, 2006, 11(3): 371-377.
- [10] 陈永祁, 杨风利, 刘林. 摩擦摆隔震桥梁的设计及应用[J]. 工业建筑, 2009, 39(增刊1): 256-261.  
(CHEN Yongqi, YANG Fengli, LIU Lin. Design and application of friction pendulum bearing for seismic isolated bridges [J]. Industrial construction, 2009, 39(S1): 256-261. )
- [11] MOKHA A S, AMIN N, CONSTANTINOU M C, et al. Seismic isolation retrofit of large historic building [J]. Journal of structural engineering, 1996, 122(3): 298-308.
- [12] PROVIDAKIS C P. Effect of supplemental damping on LRB and FPS seismic isolators under near-fault ground motions [J]. Soil dynamics and earthquake engineering, 2009, 29(1): 80-90.
- [13] 廖平, 赵人达, 贾毅, 等. 双曲面摩擦摆参数对桥梁地震反应的影响 [J]. 东南大学学报(自然科学版), 2016, 46(6): 1251-1256.  
(LIAO Ping, ZHAO Renda, JIA Yi, et al. Effects of hyperbolic surface friction pendulum bearings' parameters on seismic response of the bridge [J]. Journal of southeast university (natural science), 2016, 46(6): 1251-1256. )
- [14] 廖平, 赵人达, 贾毅, 等. 双曲面摩擦摆支座典型桥梁的地震响应研究 [J]. 计算力学学报, 2017, 34(4): 529-534.  
(LIAO Ping, ZHAO Renda, JIA Yi, et al. Study on seismic response of the typical bridge with hyperbolic surface friction pendulum bearings [J]. Chinese journal of computational mechanics, 2017, 34(4): 529-534. )
- [15] 夏修身, 赵会东, 欧阳辉来. 高速铁路桥梁基于摩擦摆支座的减隔震研究 [J]. 工程抗震与加固改造, 2014, 36(3): 21-26.  
(XIA Xiushen, ZHAO Huidong, OUYANG Huilai. Study on seismic isolation of high speed railway bridge with friction pendulum bearings [J]. Earthquake resistant engineering and retrofitting, 2014, 36(3): 21-26. )
- [16] 吴宜峰, 李爱群, 王浩. 连续梁桥摩擦摆支座参数分析与优化 [J]. 桥梁建设, 2015, 45(1): 20-24.  
(WU Yifeng, LI Aiqun, WANG Hao. Parameter analysis and optimization of frictional pendulum bearings for continuous girder bridge [J]. Bridge construction, 2015, 45(1): 20-24. )
- [17] 王志英, 张常勇. 大跨度连续钢桁梁桥摩擦摆支座减隔震设计分析 [J]. 桥梁建设, 2015, 45(2): 58-64.  
(WANG Zhiying, ZHANG Changyong. Design and Analysis of friction pendulum bearings for seismic mitigation and isolation of long span continuous steel truss girder bridge [J]. Bridge construction, 2015, 45(2): 58-64. )
- [18] 刘卫刚, 韩强, 杜修力等. 多球面滑动摩擦隔震支座的设计原理与理论模型 [J]. 防灾减灾工程学报, 2012, 32(4): 417-421.  
(LIU Weigang, HAN Qiang, DU Xiuli, et al. Design principle and theoretical model of multi-spherical sliding isolation bearing [J]. Journal of disaster prevention and mitigation engineering, 2012, 32(4): 417-421. )
- [19] CED Normalisation. Eurocode 8—Design of structures for earthquake resistance—part 2: bridges [S]. Brussels, Belgium: CDE Normalisation, 2005.
- [20] 李冰. 摩擦摆支座的隔震桥梁抗震性能研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2015.  
(LI Bing. Research on the seismic performance of isolated bridges with friction pendulum bearing [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2015. )