

基于交叉耦合的四足机器人 Trot 步态控制研究

罗继曼,马思源,肖雅心,刘丰源,宋玉成

(沈阳建筑大学机械工程学院,辽宁 沈阳 110168)

摘要 目的 提出一种基于单神经元 PID 与交叉耦合的联合控制转速的方法,提高少自由度四足机器人行走机构实现 Trot 步态时的稳定性和协调性。**方法** 通过分析行走机构的结构特点和控制需求,针对行走机构转速控制进行方案设计;对单个行走单元的驱动提出基于单神经元 PID 算法的控制策略,并在对角两个行走单元的控制系统之间引入交叉耦合控制策略,通过 Simulink 平台对以上控制方法进行控制仿真并进行实体实验验证。**结果** 基于单神经元 PID 算法的控制方法比传统控制方法的转速调节时间提高了 31.2%;采用单神经元 PID 算法与交叉耦合控制相结合的控制策略时,同步转速偏差波动幅度降低了 28%。**结论** 采用单神经元 PID 控制算法和交叉耦合控制策略能够实现运动的精确控制,并具有良好的抗干扰性和鲁棒性;且两个行走单元能更好地同步协调运转,增强了该机器人的运动平稳性,确保了 Trot 步态的稳态运行。

关键词 四足机器人;Trot 步态;同步控制;单神经元 PID;交叉耦合控制

中图分类号 TP241

文献标志码 A

引用格式:罗继曼,马思源,肖雅心,等.基于交叉耦合的四足机器人 Trot 步态控制研究[J].沈阳建筑大学学报(自然科学版),2024,40(3):554-562.(LUO Jiman,MA Siyuan,XIAO Yaxin,et al. Research on trot gait control of quadruped robot based on cross coupling[J]. Journal of Shenyang jianzhu university(natural science),2024,40(3):554-562.)

Research on Trot Gait Control of Quadruped Robot Based on Cross Coupling

LUO Jiman, MA Siyuan, XIAO Yaxin, LIU Fengyuan, SONG Yucheng

(School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168)

Abstract: A joint speed control method based on single neuron PID and cross coupling is proposed to improve the stability and coordination of the trot gait of the quadruped robot walking mechanism with less degree of freedom. By analyzing the structural characteristics and control requirements of the walking mechanism, the speed control of the walking mechanism is designed. A control strategy based on single neuron PID algorithm is proposed for the driving of a single walking unit, and a cross-coupling control strategy is introduced between the control systems of the diagonal two

收稿日期:2022-11-03

基金项目:国家自然科学基金项目(62003226)

作者简介:罗继曼(1966—),女,教授,博士,主要从事机器人设计和工程机械等方面研究。

walking units. The above control methods are simulated by Simulink platform and verified by physical experiments. The speed adjustment time of the control method based on single neuron PID algorithm is 31.2 % higher than that of the traditional control method. When the control strategy of single neuron PID algorithm combined with cross coupling control is adopted, the fluctuation range of synchronous speed deviation is reduced by 28 %. The single neuron PID control algorithm and cross coupling control strategy can realize the precise control of motion, and have good anti-interference and robustness. The two walking units can run synchronously and coordinately, which enhances the motion stability of the robot and ensures the steady-state operation of the Trot gait.

Key words: quadruped robot; trot gait; synchronization control; single neuron PID; cross coupled control

四足机器人在复杂环境进行野外工作的优势越来越明显^[1]。目前,世界上很多科研单位和高校正致力于对四足机器人的研究:赵东升^[2]设计了一款四足机器人,根据 Trot 步态的特点进行了控制系统的设计,并同时设计转速电流双闭环 PID 控制算法,实现了机械腿的期望控制。山东大学研制出国内首个液压驱动的四足仿生机器人“SCalf-2”,该机器人采用 CPG 控制方法,集成了机载液压力系统、惯性测量单元、足底压力传感器、工控机和伺服控制器等控制单元,可以实现 Trot 步态^[3-5];但运用液压动力系统,机械腿对地面的冲击力大,上述研究均未对少自由度四足机器人行走机构 Trot 步态的精确稳定控制进行研究。

基于此,笔者将课题组设计的少自由度四足机器人作为实验平台,对该机器人控制系统进行设计,针对行走机构的 Trot 步态协调运动控制进行研究;研究表明:在单腿的转速控制中引入单神经元 PID 控制算法提升了速度跟随能力和抗干扰能力;通过引入交叉耦合控制策略达到对角两条腿的同步运动控制,提升了同步性能;在固定的相位差下,可实现稳定的 Trot 步态运动,为少自由度四足机器人的运动控制提供了新方法。

1 四足机器人结构及其 Trot 步态机理

1.1 四足机器人的结构特点

笔者所在课题组所设计的四足机器人具有

行走、转弯等功能。机器人的四条单腿对称分布在机器人的躯体上,每个单腿(行走单元)仅有 1 个自由度,用电机 1 驱动,四条腿协调运动实现行走功能;机器人转弯功能由转动关节 2 实现,由舵机带动。机器人三维模型如图 1 所示。

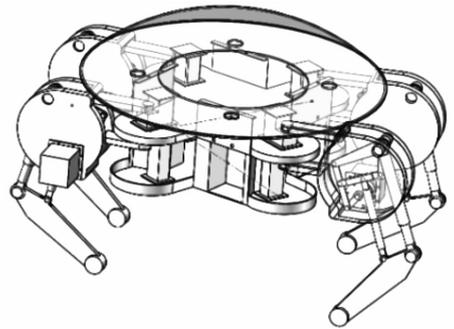


图 1 四足机器人三维模型

Fig. 1 The 3D model of quadruped robot

1.2 四足机器人 Trot 步态原理

Trot 步态也称为对角步态,对角步态的特点是在理想情况下,处于对角线位置的两条腿同时抬起并同时着地,要求对角两腿(右前/左后或者左前/右后)具有相同的运动相位^[6],运动时序图如图 2 所示。

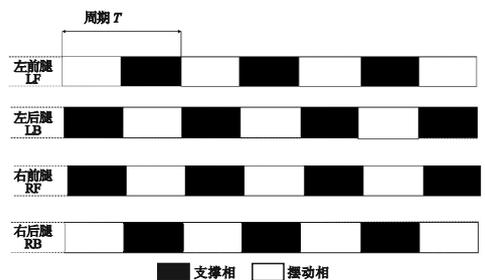


图 2 Trot 步态运动时序图

Fig. 2 Sequence diagram of trot gait motion

当处于支撑状态的两条腿抬起来的瞬间,另两条处于摆动状态的两条腿同时着地。Trot 步态是通过支撑腿的支撑相与摆动相的交替变化实现机器人行走的过程。

1.3 四足机器人的控制需求分析

对该机器人而言,转弯运动与行走运动是解耦的,可以分别实现,控制系统相互独立。笔者重点针对四足机器人的 Trot 步态进行控制研究。对于行走机构实现稳定的 Trot 步态而言,要求对角一组腿与另外一组有固定的相位差,且对角的腿要有良好的同步协调性能。因单腿运动的精确性和稳定性是双腿运动协调性的前提,为实现机器人 Trot 步态的运动稳定性、跟随性和协调性,故从以下两方面来研究:1)单腿运动时,研究提高单腿运动的抗干扰能力和转速跟随性的控制方法;2)当对角两个腿协调运动时,研究具有同步协调性更好的控制策略。前一组对角腿与后一组对角腿通过相位差实现 Trot 步态。

2 实现四足机器人 Trot 步态的控制方法

2.1 四足机器人控制系统硬件配置

根据该机器人的运动性能和控制要求,

配置了四足机器人整体控制模块,控制系统硬件配置如图 3 所示。STM32 单片机作为底层的控制核心通过电机驱动模块对各个电机进行精确的控制。

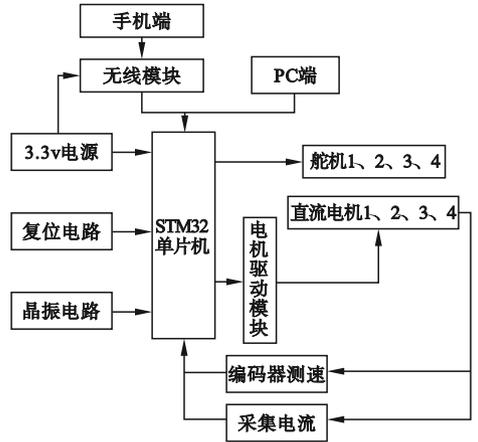


图 3 控制系统硬件配置

Fig. 3 Hardware configuration of the control system

2.2 实现 Trot 步态的控制方法

为了实现该机器人的 Trot 步态,首先要实现单腿运动控制,其控制功能应具有较强的抗干扰性和速度跟随能力,采用转速电流双闭环控制系统^[7],如图 4 所示。

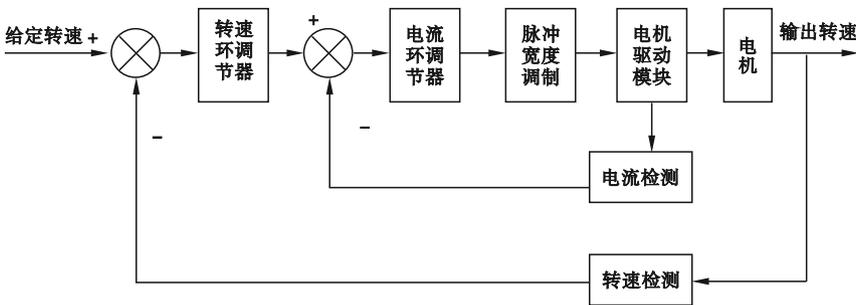


图 4 双闭环调速系统

Fig. 4 Block diagram of the double closed-loop system

因为转速调节器为主调节器,所以其算法的不同会影响整体控制系统的转速跟随性和稳定性^[8-9]。在传统 PID 控制基础上深入研究,转速调节器拟采用单神经元 PID 算法,以实现单腿速度跟随能力与抗干扰能力的增强,为对角两条腿的同步协调运动做

基础。

实现四足机器人 Trot 步态最重要的是要实现对角双腿的协调同步运动。协调运动的控制策略有很多,如并行控制、主从控制等,各自的速度同步误差和同步性都不同。为提高运动同步协调性,拟使用交叉耦合控

制策略。

3 四足机器人行走单元的转速控制与仿真

3.1 单神经元 PID 控制方法

由具有自学习和自适应能力的单神经元构成单神经元自适应 PID 控制器,能够适应

环境的变化,有较强的鲁棒性,在电机控制系统应用中具有控制精度高和鲁棒性好等优点。单神经元 PID 控制算法可以较好地减小系统误差,改善系统的动态性能。为提高本机器人的速度跟随性,故转速控制器采用该算法^[10]。神经元控制器原理如图 5 所示。

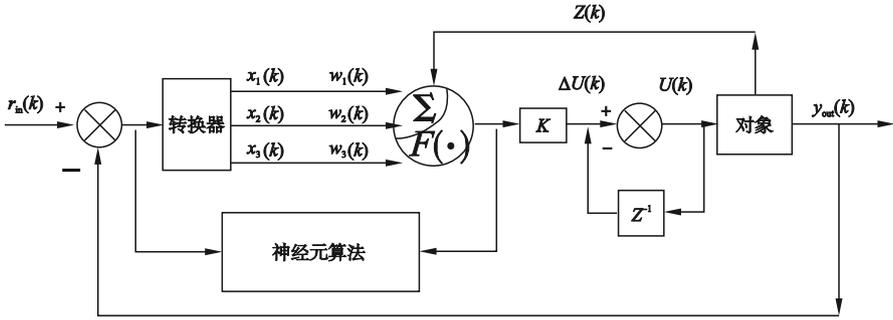


图 5 单神经元 PID 控制原理图

Fig. 5 The schematic diagram of single neuron PID control

图中转换器的输入为 $e(k) = r_{in}(k) - y_{out}(k)$,转换器的输出为神经元学习控制所需要的状态量 $x_1(k)$ 、 $x_2(k)$ 、 $x_3(k)$ 。具体公式如下:

$$\begin{cases} x_1(k) = e(k); \\ x_2(k) = \Delta e(k) = e(k) - e(k-1); \\ x_3(k) = e(k) - 2e(k-1) + e(k-2); \\ z(k) = r_{in}(k) - y_{out}(k) = e(k). \end{cases} \quad (1)$$

图 5 中, $w_i(k)$ 为对应于 $x_i(k)$ 的加权系数, K 为神经元的比例系数。神经元通过关联搜索来产生控制信号,即:

$$\Delta u(k) = K \sum_{i=1}^3 w'_i(k) x_i(k). \quad (2)$$

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k). \quad (3)$$

其中, $u(k)$ 为叠加了加权变量 $\Delta u(k)$ 后的输出值。

单神经元 PID 控制器是通过调整加权系数的调整来实现自适应、自组织功能,加权系数的调整采用有监督 Hebb 学习规则。为保证学习算法的收敛性和控制的鲁棒性,进行规范化处理后可得:

$$\begin{cases} u(k) = u(k-1) + K \sum_{i=1}^3 w'_i(k) x_i(k); \\ w'_i(k) = w_i(k) / \sum_{i=1}^3 |w_i(k)|; \\ w_i(k+1) = w_i(k) + \eta_i z(k) u(k) x_i(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中, η_i 为学习速率。在仿真过程中采用不同的学习速率,以便对不同的权系数进行调整。

3.2 单神经元控制系统的搭建与仿真

所设计的机器人腿部由直流电机进行驱动,要建立该电机的控制模型。

该电机的电枢回路总电阻与电感的电压函数关系为

$$U_d - E = R_\Sigma (I_d + T_1 \frac{dI_d}{dt}). \quad (5)$$

电枢回路总电阻与电感电流函数关系为

$$I_d - I_L = \frac{T_m}{R_\Sigma} \frac{dE}{dt}. \quad (6)$$

将式(5)、式(6)两边进行拉普拉斯变换,得到电压与电流的传递函数:

$$\frac{I_d(s) - E(s)}{U_d(s) - E(s)} = \frac{1/R_\Sigma}{T_1 s + 1}. \quad (7)$$

电流与电动势的传递函数为

$$\frac{E(s)}{I_d(s) - I_L(s)} = \frac{R_\Sigma}{T_m s} \quad (8)$$

根据电动势与转速的公式,电动势与转速的传递函数为

$$\frac{E(s)}{n(s)} = \frac{1}{C_e} \quad (9)$$

式中: R_Σ 为电枢回路总电阻; I_d 为电枢电流; T_l 为电枢回路电磁时间常数; E 为反电动势; T_m 为机电时间常数; C_e 为额定磁通下的电动势系数。将上述两个传递函数进行连接,得到该控制系统的传递函数,其模型如图6所示。

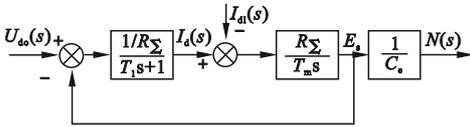


图6 系统的传递函数模型

Fig. 6 The transfer function model of the system

根据电机系统的传递函数建立电机的仿真模型^[11-12],在 Matlab Simulink 仿真软件中建立控制系统仿真模型,如图7所示。将实验所用电机参数输入到模型当中进行仿真。

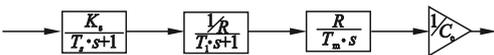


图7 电机仿真模型

Fig. 7 Motor simulation model

根据转速电流双闭环调速原理,在电机控制系统模型前端,建立 PID 电流环调节器与转速环调节器。

在仿真环境 Simulink 中,使用 S 函数对单神经元 PID 进行程序设计,单神经元 PID 控制仿真图,如图8所示。

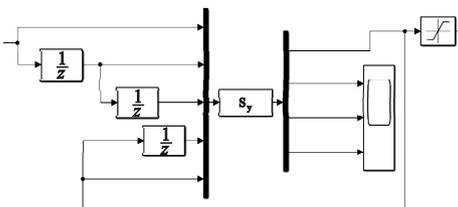


图8 单神经元 PID 仿真图

Fig. 8 The simulation diagram of single neuron PID

单神经元 PID 的仿真模型的设计与程序编写过程步骤如下:

(1) 建立 Unit delay 模块:建立 5 个输入,获得 5 个输出。

(2) 建立 S-Fuction 模块:进行单神经元代码的编写。定义输入的 4 个外部变量,分别为 3 个比例系数与学习速率。

(3) 通过 switch flag 来顺序调用函数,调用图调用顺序如下:

调用初始化函数→调用状态更新函数→调用输出函数→计算输出值。

3.3 仿真结果分析

3.3.1 行走单元速度仿真

在上述设计的双闭环控制系统中,为获得启动时的速度相应曲线,设置转速仿真时间 1.5 s,设定电机的初始转速为 30 r/min。对初始控制参数进行设置后开始仿真,将单神经元 PID 与传统 PID 电机转速的仿真曲线进行对比(见图9),仿真结果如表1所示。

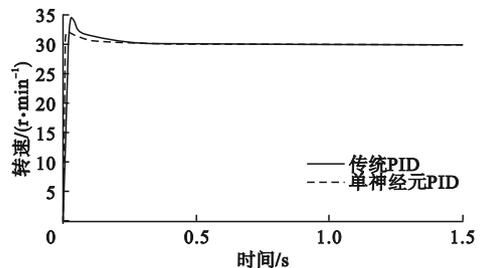


图9 控制系统仿真曲线

Fig. 9 The simulation curves of control system

表1 速度仿真结果

Table 1 The simulation results of velocity

控制方法	调节时间/s	最大超调量/%
传统 PID	0.5	13.0
单神经元 PID	0.4	8.3

由图9和表1可知,传统 PID 与单神经元 PID 两种调速方法都能使转速快速达到指定值。而基于单神经元 PID 控制的系统,调节时间减少了 16.7%,最大超调量降低了 36.1%,说明其调节时间短、最大超调量小,进一步说明该系统动态性能较好,速度跟随

性也更好。

3.3.2 负载扰动仿真

设置转速仿真时间 1.5 s, 设定电机的初始转速为 30 r/min, 在 0.5 s 时加入负载扰动量。对单神经元 PID 与传统 PID 电机转速进行对比仿真, 其转速仿真曲线如图 10 所示, 仿真结果如表 2 所示。

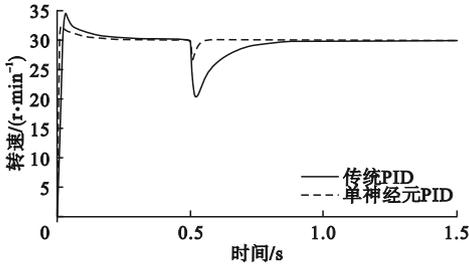


图 10 控制系统负载扰动仿真曲线

Fig. 10 The simulation curves of control system with load disturbance

表 2 负载扰动仿真结果

Table 2 The simulation results with load disturbance

控制方法	转速下降量/(r·min ⁻¹)	恢复时间/s
传统 PID	10.0	0.42
单神经元 PID	3.5	0.12

由表 2 可知, 单神经元 PID 系统比传统 PID 系统有更小的转速下降量, 转速下降量降低 65%, 并且恢复时间缩短 71.4%, 这说明单神经元 PID 控制系统有更好的稳定性, 抗干扰能力强, 该系统的动静态特性有较大提高。

4 对角行走单元的转速同步控制与仿真

4.1 单神经元 PID 与交叉耦合联合控制策略

为了进一步提高该机器人 Trot 步态运动的平稳性, 增强对角两个行走单元的同步协调性能, 笔者在该机器人行走单元的控制系统基础上, 通过交叉耦合速度补偿器, 建立两个行走单元速度的关联性, 以保证对角两

个行走单元的同步控制^[13]。

以对角的一组行走单元为例, 在传统双电机控制系统的基础上, 对两台电机的被控制量(角速度)进行检测, 并求出被控制量的同步偏差^[14]。并将其偏差经过交叉耦合控制器后返回输入端, 对同步偏差进行补偿。行走单元交叉耦合控制系统的结构如图 11 所示, 其中, K_1 、 K_2 分别为电机 1 与电机 2 的补偿系数; ACR 为电流调节器。

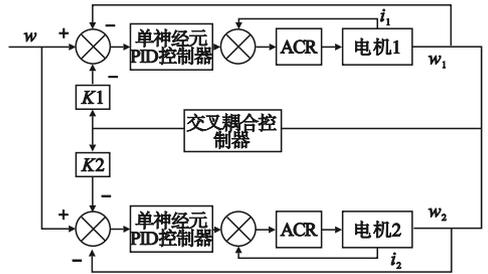


图 11 交叉耦合控制系统

Fig. 11 The cross coupled control system

笔者使用单神经元 PID 与交叉耦合控制器相结合的控制策略, 即在电机控制器前端加上单神经元 PID 控制器, 通过单神经元 PID 系统快速准确的输出被控制量, 再使用交叉耦合控制器, 将两电机速度差与增益系数相乘后进行系统循环, 这样能使同步的速度偏差减小, 更易实现同步运动^[15-16]。

4.2 单神经元 PID 交叉耦合控制建模与仿真结果分析

利用 Simulink 仿真平台对两个行走单元的同步控制进行仿真, 其中各行走单元转速调节器均采用基于单神经元 PID 控制的双闭环控制系统, 通过交叉耦合控制器, 建立两个行走单元之间的耦合关系, 以保证同步运动, 实现 Trot 步态。

设定两个行走单元给定转速为 30 r/min, 在 0.5 s 时向行走单元 1 加负载扰动。在 1s 时向行走单元 1 与行走单元 2 同时施加不同的负载扰动。通过与并行控制下电机转速进行对比, 分别获得两个行走单元

的转速仿真图和同步偏差图,对比结果如图12、图13所示。

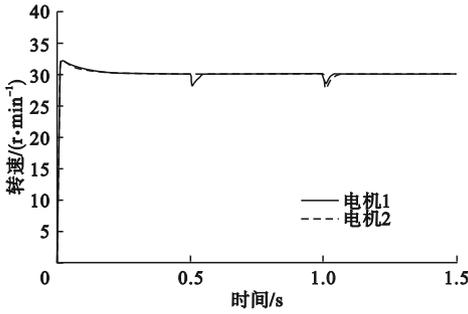


图12 并行控制的转速仿真图

Fig.12 The speed simulation result of parallel control

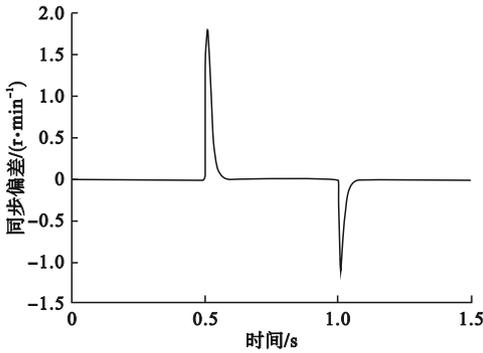


图13 并行控制的同步偏差仿真图

Fig.13 The synchronous deviation simulation result of parallel control

在上述条件不变情况下,采用交叉耦合联合控制策略对电机转速进行仿真,获得转速仿真曲线与同步偏差仿真图,如图14、图15所示。将仿真结果进行对比,如表3所示。

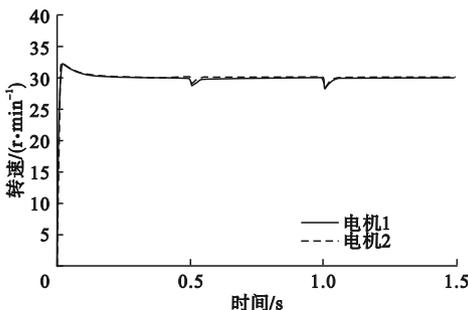


图14 有交叉耦合的转速仿真曲线图

Fig.14 The speed simulation result with cross coupling

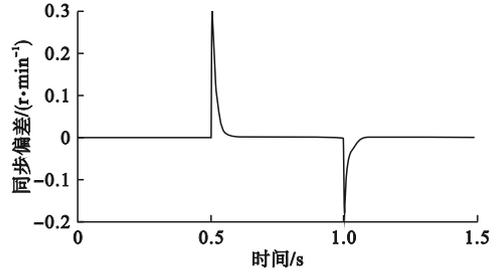


图15 有交叉耦合的同步偏差仿真图

Fig.15 Simulation result of synchronization deviation with cross coupling

表3 负载扰动后速度偏差的仿真对比

Table 3 The simulation comparison of velocity deviation with load disturbance

控制方法	第一次加入负载扰动后的转速偏差量/(r·min ⁻¹)	第二次加入负载扰动后的转速偏差量/(r·min ⁻¹)
单神经元PID+并行控制方法	1.8	-1.16
单神经元PID+交叉耦合控制	0.3	-0.18

通过单神经元PID+交叉耦合控制策略与单神经元PID+并行控制的仿真对比可得出:

(1)在0.5s时第一次仅给行走单元1施加扰动负载,让行走单元2跟随行走单元1的转速而变化,进而比较行走单元2的速度偏差量。由表3可见,采用交叉耦合策略的系统的转速偏差量仅是并行控制系统的16.7%;

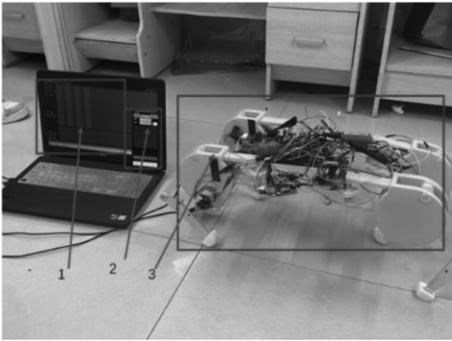
(2)在1s时第二次施加扰动负载,此时分别给行走单元1与行走单元2加入不同大小的负载扰动,经对比可见,有交叉耦合控制策略的速度偏差仅是并行控制系统的15.5%。

由此说明,采用了该控制策略后能大大减小转速同步偏差,从而实现对角双腿同步控制,确保机器人实现Trot步态。

5 机器人行走控制实验

为了验证上述行走单元的控制算法和对角两个行走单元的同步控制策略的控制效果,以设计的少自由度四足机器人为实验平

台,分别进行了行走单元速度测试实验和两个行走单元转速同步测试实验,实验设备如图 16 所示。



1. 监测系统;2. 控制平台;3. 机器人本体。

图 16 实验设备

Fig. 16 The experimental equipment

5.1 单个行走单元转速控制实验

为验证单神经元 PID 算法的转速稳定控制效果,对单个行走单元进行转速控制实验。针对同一目标转速(30 r/min),分别采用传统的 PID 双闭环控制与转速单神经元 PID 电流 PI 双闭环控制算法进行实验。实验结束后,为了定量分析行走单元转速波动情况,通过实验获得以下转速数据和统计值(见表 4),由此,比较不同控制方法对于转速跟随性能产生的控制效果。

表 4 实验转速及统计结果

Table 4 The experimental speeds and statistical results

控制方法	调节时间/s	转速波动范围/ ($r \cdot \min^{-1}$)	转速波动幅度/ ($r \cdot \min^{-1}$)	超调量/%
传统 PID	0.32	[18,37]	19	60.0
单神经元 PID	0.22	[25,35]	10	16.6

分析表 4 可知,在使用不同控制方法对行走单元转速进行控制时,有单神经元 PID 算法的控制系统相较于传统 PID 控制的调节时间缩短 31.2%;转速波动范围减小 47.3%;波动幅度降低了 47.3%;超调量降低 43.4%。实验证明,采用单神经元算法

后,控制系统动态性能更好,速度的跟随性能更好。相较于仿真实验条件,实际实验过程中干扰因素多,使得仿真情况下速度控制效果更优,但在控制算法的总体趋势上,都是采用单神经元 PID 算法效果更好。

5.2 双腿行走单元同步控制实验

为验证交叉耦合策略对双行走单元同步协调同步性能的控制,在单神经元 PID 的基础上分别对并行控制策略与交叉耦合控制策略进行了对比实验。针对同一目标转速值(30 r/min),实验结束后,为了定量分析双行走单元转速同步偏差波动情况,通过实验获得以下转速数据和统计值(见表 5),由此比较不同控制策略对于双行走单元的同步控制效果。

表 5 转速同步实验统计结果

Table 5 The statistical results of speed synchronization experiment

控制策略	转速偏差波动范围/ ($r \cdot \min^{-1}$)	转速偏差波动幅度/ ($r \cdot \min^{-1}$)	转速平均偏差值/ ($r \cdot \min^{-1}$)
单神经元 PID + 并行控制	[-10,10]	20	-0.25
单神经元 PID + 交叉耦合	[-7.2,7.2]	14.4	-0.17

分析表 5 可知,在进行双行走单元转速同步控制实验时,使用交叉耦合控制策略与并行控制策略的同步的平均偏差值分别为 -0.17 与 -0.25,且在长时间实验运行过程中,转速偏差波动范围降低了 28%。与仿真结果相比,在整体趋势上,都是采用单神经元 PID + 交叉耦合控制策略使得同步性能更好,适合用于 Trot 步态。

6 结论

(1) 基于单神经元 PID 算法的控制方法比传统控制方法的转速调节时间提高了 31.2%;采用单神经元 PID 算法与交叉耦合控制相结合的控制策略,同步转速偏差降低了 28%;在四足机器人行走机构控制单元中采用单神经元 PID 算法,并在双腿协调同步

运动控制中采用交叉耦合控制策略,能实现机器人运动的精确控制。

(2)笔者提出的控制方法进一步提高了系统的动态性能,使单腿速度的跟随性更好;同时又使双腿转速偏差波动大大降低,同步协调性能显著提高,为四足机器人实现 Trot 步态的控制方法提供了有力依据。

参考文献

- [1] KIMURA H, FUKUOKA Y, COHEN A H. Adaptive dynamic walking of a quadruped robot on natural ground based on biological concepts [J]. *The international journal of robotics research*, 2007, 26(5): 475 - 490.
- [2] 赵东升. 四足机器人的机械腿结构特性及其控制系统研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2019. (ZHAO Dongsheng. Research on the mechanical leg structure characteristics and control system of quadruped robot [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2019.)
- [3] ZHANG Z G, KIMURA H, TAKASE K. Adaptive running of a quadruped robot using forced vibration and synchronization [J]. *Journal of vibration & control*, 2006, 12(12): 1361 - 1383.
- [4] 李贻斌, 李彬, 荣学文, 等. 液压驱动四足仿生机器人的结构设计和步态规划[J]. *山东大学学报(工学版)*, 2011, 41(5): 32 - 36. (LI Yibin, LI Bin, RONG Xuewen, et al. Structural design and gait planning of a hydraulic-driven quadruped bionic robot [J]. *Journal of Shandong university (engineering science)*, 2011, 41(5): 32 - 36.)
- [5] 柴汇, 孟健, 荣学文, 等. 高性能液压驱动四足机器人 SCalf 的设计与实现[J]. *机器人*, 2014, 36(4): 385 - 391. (CHAI Hui, MENG Jian, RONG Xuewen, et al. Design and implementation of a high-performance hydraulically actuated quadruped robot SCalf [J]. *Robot*, 2014, 36(4): 385 - 391.)
- [6] 华晨辉, 田铭浩, 陈钰聪, 等. 仿生四足机器人的设计与步态规划[J]. *机械制造*, 2023, 61(5): 3 - 5. (HUA Chenhui, TIAN Minghao, CHEN Yucong, et al. Design and gait planning of bionic quadruped robot [J]. *Machinery*, 2023, 61(5): 3 - 5.)
- [7] 白盼盼, 聂文艳. 基于模糊 PID 算法的电机调速系统设计[J]. *西安文理学院学报(自然科学版)*, 2022, 25(4): 54 - 58. (BAI Panpan, NIE Wenyan. Design of motor speed control system based on fuzzy PID algorithm [J]. *Journal of Xi'an university of arts and sciences (natural science edition)*, 2022, 25(4): 54 - 58.)
- [8] 陈伯时. 电力拖动自动控制系统: 运动控制系统[M]. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2007. (CHEN Boshi. *Electric drive automatic control system: motion control system* [M]. 3rd ed. Beijing: Mechanical Industry Press, 2007.)
- [9] 丁亮, 袁小平. 基于 PID 控制的小型直流电机控制系统设计[J]. *科技创新与应用*, 2023, 13(15): 109 - 112. (DING Liang, YUAN Xiaoping. Design of small DC motor control system based on PID control [J]. *Technology innovation and application*, 2023, 13(15): 109 - 112.)
- [10] 刘广奇, 王希波, 周长峰, 等. 基于单神经元自适应 PID 算法的直流有刷电机位置控制系统设计[J]. *山东工业技术*, 2023(2): 43 - 47. (LIU Guangqi, WANG Xibo, ZHOU Changfeng, et al. Design of DC brush motor position control system based on single neuron adaptive PID algorithm [J]. *Journal of Shandong industrial technology*, 2023(2): 43 - 47.)
- [11] 陈哲明, 陶军, 庄威洋, 等. 改进单神经元网络 PID 算法下的车用轮毂电机控制系统仿真[J]. *重庆理工大学学报(自然科学)*, 2022, 36(5): 13 - 19. (CHEN Zheming, TAO Jun, ZHUANG Weiyang, et al. Simulation of vehicle hub motor control system based on improved single neuron network PID algorithm [J]. *Journal of Chongqing university of technology (natural science)*, 2022, 36(5): 13 - 19.)
- [12] 洪乃刚. 电子电力、电机控制系统的建模与仿真[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010. (HONG Naigang. *Modeling and simulation of electronic power and motor control system* [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2010.)
- [13] 叶宇豪, 鹏飞, 黄允凯. 多电机同步运动控制技术综述[J]. *电工技术学报*, 2021, 36(14): 2922 - 2935. (YE Yuhao, PENG Fei, HUANG Yunkai. Summary of multi-motor synchronous motion control technology [J]. *Transactions of China electrotechnical society*, 2021, 36(14): 2922 - 2935.)
- [14] LI L B, SUN L L, ZHANG S Z, et al. Speed tracking and synchronization of multiple motors using ring coupling control and adaptive sliding mode control [J]. *ISA transactions*, 2015, 58: 635 - 649.
- [15] 刘大伟, 高钦和, 陈志翔, 等. 双电机同步交叉耦合 PID 控制器的设计与试验验证[J]. *电机与控制应用*, 2019, 46(9): 31 - 35. (LIU Dawei, GAO Qinhe, CHEN Zhixiang, et al. Design and experimental verification of dual-motor synchronous cross-coupling PID controller [J]. *Electric machines & control application*, 2019, 46(9): 31 - 35.)
- [16] 曹春平, 王波, 胥小勇, 等. 基于神经网络多电机偏差耦合同步控制研究[J]. *控制工程*, 2013, 20(3): 415 - 418. (CAO Chunping, WANG Bo, XU Xiaoyong, et al. Research on multi-motor deviation coupling synchronous control based on neural network [J]. *Control engineering of China*, 2013, 20(3): 415 - 418.)

(责任编辑:刘春光 英文审校:范丽婷)