

# 基于逐步逼近法的桥梁曲线轮廓检测方法

梁 栋,张子舒

(河北工业大学土木与交通学院,天津 300401)

**摘 要** 目的 为准确获取高耸曲线桥塔的外形,利用 TLS 与 UAV 的联合扫描获取数字点云模型,并提出基于逐步逼近法的曲线轮廓提取方法。方法 首先,在保证测量精度的前提下,给出了 TLS 的最佳设站距离及标靶位置的优化方法;其次,针对某实际斜拉桥的高耸桥塔,利用基于空间相似变换公式的配准方法,将 TLS 与 UAV 扫描得到的点云数据融合成全桥点云模型。结果 采用逐步逼近的方法,筛选得到了该高耸曲线桥塔轮廓边界处的点云数据,并通过数据拟合,得到了相应的实测曲线方程;通过与设计值的比较,得出实际曲线桥塔的整体安装误差小于 6%。结论 与传统单点测量方法相比,笔者所提方法不但丰富了测量内容,还可为后续桥梁运营状态评估提供基准数据。

**关键词** 桥梁工程;地面三维激光扫描;无人机三维激光扫描;曲线桥塔;边界拟合

中图分类号 TU997;U446

文献标志码 A

## Detecting Bridge Curve Contour Based on Stepwise Approximation Method

LIANG Dong,ZHANG Zishu

(School of Civil and Transportation, Hebei University of Technology, Tianjin, China, 300401)

**Abstract:** To accurately obtain the shape of the tall curved bridge tower, the digital point cloud model is received by the joint scanning of TLS and UAV. A curve contour extraction method based on the stepwise approximation method is proposed. First, under the premise of ensuring the measurement accuracy, the optimal setting distance of TLS and the optimization method of target position are given. Secondly, for the high towers of an actual cable-stayed bridge, the point cloud data scanned by TLS and UAV is fused into a full bridge point cloud model using a registration method based on a spatial similarity transformation formula. Finally, the step-by-step approach is used to filter the point cloud data at the contour boundary of the tall curved bridge tower, and through data fitting, the corresponding measured curve equation is obtained. By comparing with the design value, the overall installation error of the curved tower is given. Compared with the

收稿日期:2021-03-18

基金项目:国家自然科学基金项目(51978236);天津市交通运输委员会科技发展项目计划(2019-06);河北省交通运输厅科技项目(YC-201912)

作者简介:梁栋(1976—),男,教授,博士,主要从事桥梁结构的智能检测方面研究。

traditional single-point measurement method, it enriches the measurement content and provides benchmark data for subsequent bridge operation status evaluation.

**Key words:** bridge engineering; terrestrial laser scan; UAV 3D laser scanning; curved bridge tower; boundary fitting

近年来,桥梁的美学设计越来越受到了人们的重视,越来越多的异形结构桥梁使得桥梁结构的变化极为复杂,多数结构均在空间内有一定扭曲<sup>[1]</sup>。由于结构的复杂程度高,这对于桥梁建设时的单元及整体结构精度提出了更高要求。因此需要对桥梁进行参数测量,从而掌握桥梁的实际数据,计算并评估桥梁的安全状态。

现阶段,传统上对于桥梁参数的获取主要是人工使用钢尺或全站仪进行测量工作<sup>[2]</sup>。钢尺在测量平面两点间距离较为便利,对于复杂的结构形式两点间存在高程差,容易使测距和实际长度之间有一定角度<sup>[3]</sup>,造成测量误差。通过全站仪、水准仪等仪器获取目标参数,只能进行有限孤立点的参数获取,不能整体展示桥梁整体的构型。三维激光扫描技术的出现,能够很好地解决传统测量方式的局限性,可以精确、快速地通过非接触的方式获取目标的空间数据。

已有诸多学者将三维激光技术应用到各个行业之中,K. Tabrizi<sup>[4]</sup>提出利用三维激光扫描仪进行隧道的安全监控工作,全面体现了隧道圈岩的变化情况,由此可以将三维激光扫描技术应用到桥梁的运营监控之中。梁栋<sup>[5]</sup>针对某人行天桥进行了三维激光扫描,通过数据分析发现了主缆向下变形等问题,可以为桥梁运营安全提供技术资料。高溪溪<sup>[6]</sup>采用地面三维激光扫描仪对古建筑进行三维扫描测绘,实现了非接触方式采集古建筑的参数,但是由于遮挡关系存在,局部数据无法采集到。P. Urbanová<sup>[7]</sup>进行了无人机倾斜摄影三维建模工作,由于无人机视角无法获取建筑细部纹理细节,所以该方法建立的三维模型只有建筑顶部结构。郭凯宁<sup>[8]</sup>将地面

三维激光技术与无人机倾斜摄影测量结合起来,通过对模型三维精度对比,表明控制点对与二者点云数据融合有着重要影响。代婷婷<sup>[9]</sup>利用 UAV 和 TLS 融合点云模型进行树高提取,相较于单一 TLS 相关系数  $R$  提高 0.3~0.6,提升了单一 TLS 的精度。

上述研究实践证明了将三维激光扫描应用到获取桥梁参数的可行性,基于此,笔者结合地面三维激光扫描技术和无人机激光雷达扫描结合的技术优势,采用逐步逼近法实现了曲线桥的参数获取,并详细阐述了点云数据处理的方式,最后通过某实桥案例对笔者所提方法进行验证。研究表明:相对于传统单点测量,采用逐步逼近法可以获取桥梁整体曲线轮廓方程,丰富了测量内容,还可为后续桥梁运营状态评估提供基准数据。

## 1 TLS 与 UAV 联合扫描与点云数据筛选

针对高耸曲线桥塔,笔者采用了地面三维激光扫描(Terrestrial Laser Scanner, TLS)与无人机激光雷达扫描(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)结合的扫描方案。首先,布设全桥的整体控制点;随后,根据扫描原理,给出了 TLS 中最佳设站距离和标靶优化位置的确定方法以及 UAV 的航线规划方法;最后,对点云模型进行处理,采用逐步逼近法获取了高耸曲线桥塔外轮廓曲线。

### 1.1 布设控制点

在进行三维激光扫描时,由于三维激光扫描仪自身的分辨率所限,有最大扫描距离限制。对于大型目标物的扫描作业,由于扫描距离的加长,需要设置许多测站进行扫描,测站数目的增多会带来误差的传递<sup>[10]</sup>。

考虑到需要分节段、分时间来进行扫描作业,为了减小误差在站点之间的累计,提升整体三维激光扫描的精度,因此引入 GPS 控制网,可提高整体扫描的精度。

1.2 TLS

TLS 是使用激光探测目标物,测定仪器所发出的激光脉冲往返一趟的时间来换算得到目标物与仪器间的距离。进行 TLS 整体技术路线如图 1 所示。

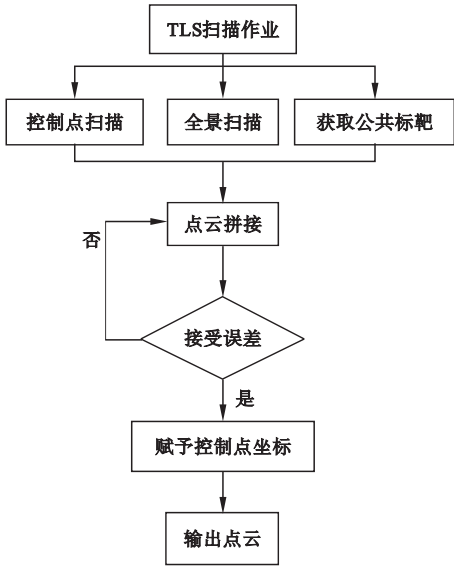


图 1 TLS 技术路线图

Fig. 1 The roadmap of TLS technology

1.2.1 最佳设站距离

现有的三维激光扫描仪都有自身最大的扫描距离,扫描距离设置的太远会导致获取的点云数据稀疏,精度难以保证<sup>[11]</sup>;扫描距离设置的太近则会导致使得扫描时间变长,局部点云数据太过稠密,对提高模型精度没有实质作用<sup>[12]</sup>。

笔者为确定扫描作业中的合理最大测站间距,提出了以下计算方法。图 2 和图 3 是最佳设站距离计算的示意图。扫描仪架设高度为  $l_1$ ;目标物上沿距离地面度为  $l_2$ ;AA'长度为  $l_3$ ;扫描距离 OA 长度为  $l_4$ ;OA'长度为  $l_5$ ;OA 与 OA'的夹角为  $\alpha$ ;OC 长度为  $l$  是最佳设站距离的 1/2,A'C 长度为  $l_6$ 。

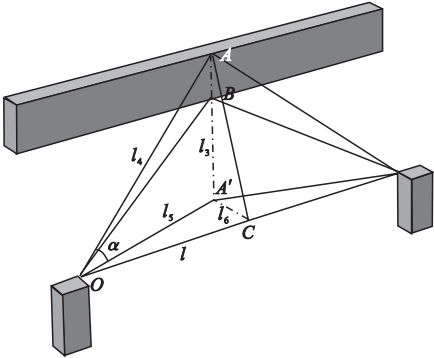


图 2 扫描仪设站三维示意图

Fig. 2 3D schematic diagram of scanner position

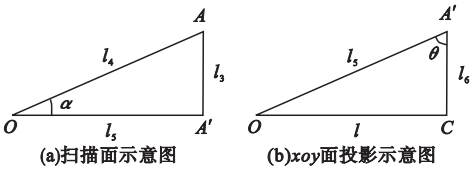


图 3 设站距离计算投影图

Fig. 3 Projection diagram of distance calculation

根据图 3,可得以下几何关系式:

$$l_4 = \frac{l_3}{\sin\alpha} \tag{1}$$

$$l_5 = \frac{l_3}{\tan\alpha} \tag{2}$$

$$l = l_5 \times \sin\theta \tag{3}$$

$$l_6 = l_5 \times \cos\theta \tag{4}$$

将式(1)、式(2)分别代入式(3)、式(4)

中可得最佳设站距离为

$$l = \frac{l_3}{\tan\alpha} \sin\theta = \sqrt{l_4^2 - l_3^2} \sin\theta \tag{5}$$

$$l_6 = \frac{l_3}{\tan\alpha} \cos\theta = \sqrt{l_4^2 - l_3^2} \cos\theta \tag{6}$$

从式(5)可得,最佳设站距离与入射角正弦值成正比,与扫描距离成正比关系。因此当入射角与扫描距离为最大值时,可取得最大设站距离。由 D. D. Lichti<sup>[13]</sup> 的试验可知,当扫描入射角  $\theta$  大于  $65^\circ$  之后,扫描精度将会迅速下降,而 D. Danielec<sup>[14]</sup> 建议最大入射角保持在  $45^\circ$  以内。因此合理入射角应结合实际保持在  $45^\circ \sim 65^\circ$ 。

按照式(5)计算得出的最佳设站距离,相邻站点的点云旁向重叠度和目标细节可信度都很高,在实际操作中有可行性。需要指出的是,本算式适用于目标物没有遮挡关系时对设站距离的估算,若对目标物全局扫描的情况下,需在本算式计算的基础上对目标物局部加密设站。

1.2.2 标靶位置优化

常规的双站拼接方法需要在扫描之前将标靶放置在两测站之间的公共区域,在桥梁两侧顺次单方向前行,测站 1 与测站 2 共用标靶 T1 和 T2,以此类推整体方案如图 4 所示。由图 4 可知,双站拼接标靶放置数量为  $2(n-1)$  个,其中  $n$  为测站数目。

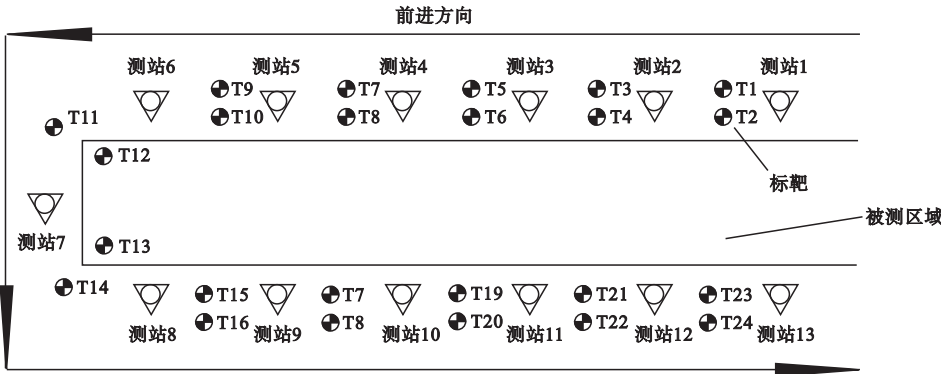


图 4 双站拼接示意图

Fig. 4 Schematic splicing diagram of two-stations

过多的标靶会降低整体拼接的精度,笔者为减少标靶数量,因此针对大型桥梁扫描的特殊场景提出多站拼接的优化策略。根据桥梁的几何特性令桥梁两侧测站共用一组标靶,极大减少了整体的标靶数目。采用多站拼接方式进行扫描作业如图 5 所示,其中测站 1 ~ 测

站 8 可使用标靶 T1 和 T2 进行拼接,测站 8 ~ 测站 13 使用标靶 T3 和 T4 进行拼接,以示意图中 13 个测站为例,传统的双站拼接共需要使用 24 个标靶,而利用多站拼接方式仅需要使用 4 个标靶便可满足拼接需求,极大地减少了标靶数量,提升了整体点云获取精度<sup>[15]</sup>。

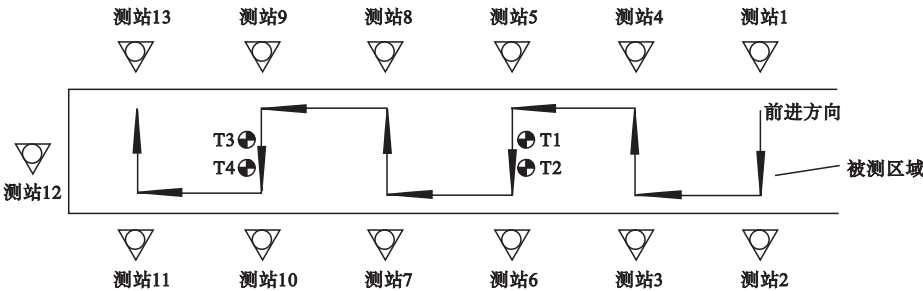


图 5 多站拼接示意图

Fig. 5 Schematic splicing diagram of multi-stations

1.3 UAV

对于高大建筑的扫描作业,只使用 TLS 会造成建筑顶面点云数据缺失的情况,无法获取被测物完整的点云数据信息。使用无人机搭载激光雷达模块进行扫描测绘作业,可获取顶部点云数据,与 TLS 点云数据拼接即可

得到被测物完整的点云模型。

1.3.1 工作原理

使用无人机进行扫描时需要在 1.1 节时布设的控制点上架设无人机基站,飞马无人机基站架设之后可实现 GPS 原始数据采集。笔者以飞马 D200 无人机为例,通过无人机管家设定

好飞行参数后无人机执行飞行扫描作业。

1.3.2 航线规划

航线规划时需要将航线完整的覆盖整个被测区域,并且适当外扩,保持一定的冗余度。无人机航线规划主要为牛耕遍历法和内外螺旋法,徐博<sup>[16]</sup>指出内外螺旋法会在航线的转弯点出现部分区域数据缺失以及部分区域重复扫描的情况,因此现有无人机航线多采用牛耕遍历法进行航线设计。

1.4 点云数据融合

点云配准方法是基于两测站之间的公共点或者公共标靶,计算出旋转参数及坐标平移量,实现点云数据的配准。基于控制点的配准即直接利用外部控制点将扫描坐标系转换到2 000国家大地坐标系,从而实现多视点云数据的配准。在布设控制点上架设标靶并进行对中整平并测量斜高,利用TLS依次对目标物扫描时同时扫描获取控制点标靶坐标。因此每个控制点标靶均有基于2 000国家大地坐标系和扫描仪坐标系两组坐标,便可实现多站点云的配准。

1.5 曲线桥塔边界点云数据的筛选

针对曲线桥塔内外轮廓线的方程提取,

只需要桥塔内外轮廓边界处的点云数据即可。通过笔者提出的基于逐步逼近法桥梁曲线轮廓检测方法,可以实现桥塔边界点云数据的筛选。

逐步逼近法是拟合原始桥塔边界数据,利用拟合结果对数据进行筛分,多次重复拟合筛分过程,最终得到逼近实际边界的点云数据。为了更好地衡量拟合曲线对点云模型边界的逼近程度,引入点云宽度占比参数 $\mu$ ,即边界点云数据宽度与椭圆短轴的比值。当点云宽度占比小于1%时,认为此时点云数据已足够逼近边界,拟合曲线即为边界方程。边界提取流程如图6所示,其中横纵坐标为点云数据的坐标。具体实施步骤为:①在原始点云数据中手动粗略筛选桥塔部分;②对原始三维点云数据对任意一面进行投影;③对投影数据进行坐标拟合,得到需要进行筛分部分拟合方程并计算点云宽度占比;④对原始数据与所得拟合方程值进行比较,根据需求选择一侧数据;⑤重复上述步骤,直至目标点云逼近边界且点云数据宽度占比小于1%,得到最终边界拟合方程。

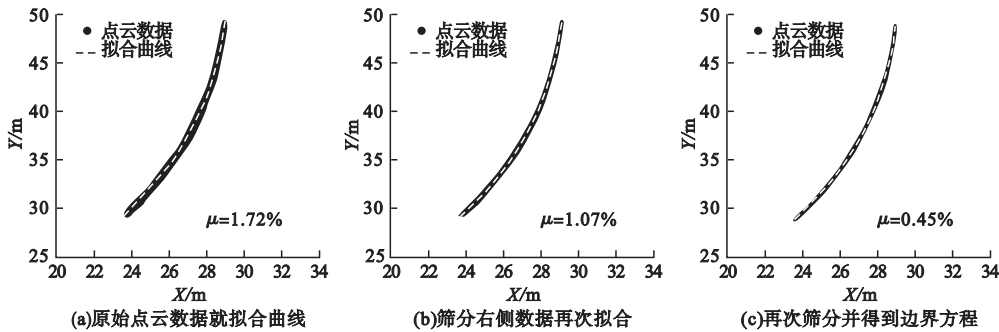


图6 边界提取流程图

Fig. 6 The flowchart of boundary extraction

2 高耸曲线桥塔外轮廓线的点云提取与曲线拟合

针对某斜拉桥,采用TLS和UAV相结合方法扫描获取全桥点云结构模型,将其中曲线桥塔分割后,采用逐步逼近法从海量点

云数据中筛选出曲线桥塔外轮廓点云;最后根据相应坐标信息拟合得到曲线桥塔外轮廓线的实测值,实现了对曲线桥塔外轮廓的测量。

2.1 工程概况

某三塔双索面钢箱梁曲线斜拉桥的跨径



布置为(50+100+100+50)m。曲线桥塔由外索塔、内索塔及之间斜杆组成。内、外索塔外轮廓为椭圆形,从钢索塔竖向分为上、中、下索塔段,如图 7 所示。桥塔整体结构极为复杂,传统钢尺全站仪等检测方式根本无法实现对桥梁全貌的测量。

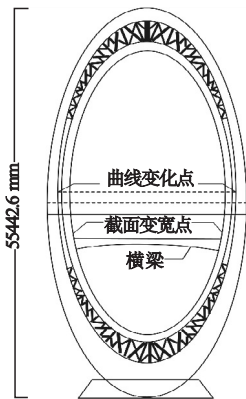


图 7 桥塔断面图

Fig. 7 The section view of bridge tower

2.2 斜拉桥扫描

2.2.1 布设控制点

首先参照现场实际环境情况,为避免 GPS 信号干扰,避让输电线路最终选取布设 9 个控制点,位置如图 8 所示。然后在选取的控制点处埋置预制混凝土柱或者在坚硬地

面埋入测钉,并用红油漆书写编号记录。最后在控制点上架设 GPS 接收机进行 GPS 静态观测。5 台接收机在不同测站进行静止同步观测,在山体上的三个控制点位作为基准点校核其余各点数据,最终经过计算得到控制点 GPS 坐标。



图 8 控制点布设位置

Fig. 8 The layout positions of control points

2.2.2 TLS

TLS 采用 Leica P40 三维激光扫描仪进行扫描作业。经过前期现场踏勘结合笔者提出的最佳设站距离公式确定了设站位置,并且对于桥墩桥塔处以及视觉死角处进行了加密设站,最终设站位置如图 9 和图 10 所示,桥面部分共设 22 站,桥底扫描共设 17 站。图中标注了测站与桥梁的相对位置,例如 SW-019 为测站编号。

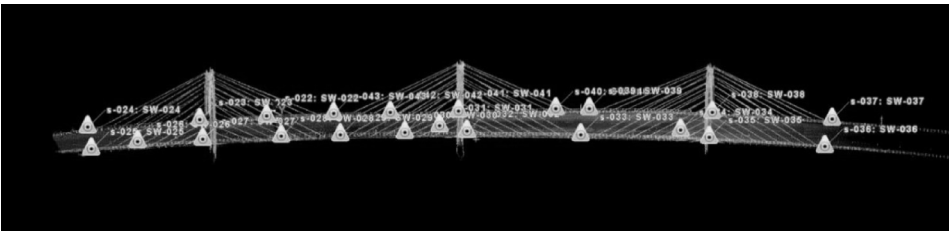


图 9 桥面扫描设站位置

Fig. 9 The scanning station located at bridge floor

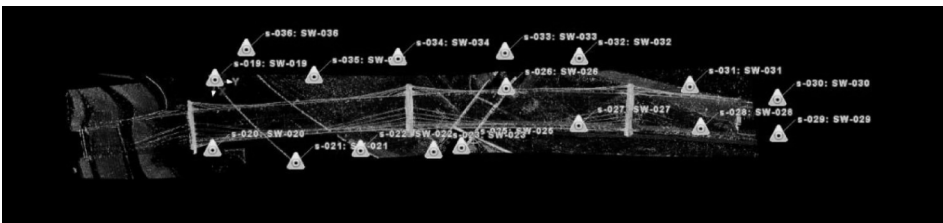


图 10 桥底扫描设站位置

Fig. 10 The scanning station located at the bottom of the bridge

在各测站扫描的过程中,除了全景三维扫描之外还需要对标靶进行扫描。在桥头位置处按照多站拼接法进行标靶位置的优化摆放,多个测站均可使用同一组公共标靶。逐站扫描的过程中,如果控制点在扫描范围内时,需要在控制点的十字对中测钉上架设标靶并对中整平,扫描控制点标靶。

2.2.3 UAV

无人机扫描使用飞马 D200S 四旋翼无人机搭载 D-LiDAR00 激光雷达模块,配合飞马 RTK100 GNSS 基准站进行扫描作业。为避免与周围山体发生碰撞,采取仿地飞行策略,即无人机与地面保持恒定高度,随地势而起伏。无人机航线采用飞马无人机管家进行航线规划,采用牛耕遍历法并进行交叉覆盖飞行,航线如图 11 所示。测区海拔在 1 631 ~1 707 m,航向重叠度选取为 50%,航线间距为 140 m,飞行速度 5 m/s。

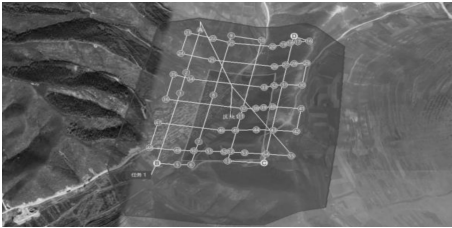


图 11 无人机航线

Fig. 11 UAV route

2.3 桥梁点云模型

进行 TLS 与 UAV 扫描点云数据的配准,第一步将 TLS 的点云数据先由公共标靶拼接计算出旋转参数与坐标平移量,此时

TLS 数据处于扫描仪坐标系下;第二步将该点云数据与控制点静态观测得到的 GPS 坐标进行配准,同样计算旋转参数与坐标平移量得到处于 2 000 国家大地坐标系下的地面扫描点云数据;第三步无人机扫描数据均为基于无人机基站坐标系下数据,只需要计算与基站架设控制点的 GPS 坐标变换参数即可将无人机点云数据转换到 2 000 国家大地坐标系下,从而实现无人扫描点云数据的坐标转换;第四步地面与无人机扫描点云数据均处于 2 000 国家大地坐标系下将二者 txt 格式文件复制于同一文件中即可实现点云数据的配准融合,最终得到桥梁整体的点云模型,如图 12 所示。

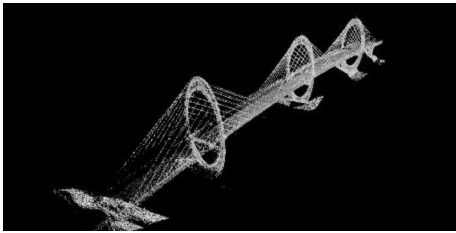


图 12 全桥点云模型

Fig. 12 The cloud model of bridge

2.4 曲线桥塔轮廓曲线拟合

全桥点云数据用于桥塔轮廓拟合效率较低,需先使用 Leica cyclone 软件将桥塔部分点云分离出来。按照逐步逼近法得到上中下索塔段的内、外轮廓的边界点云数据,拟合桥塔内、外轮廓的实际曲线形式。将筛分后上下部的桥塔点云数据在大地水准坐标系中对  $xoz$  面进行投影,拟合得到桥塔轮廓线方程(见表 1)。

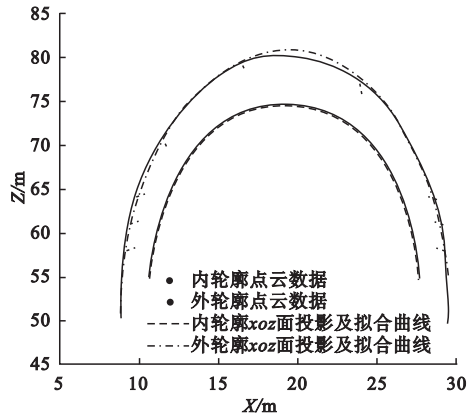
表 1 桥塔边界拟合结果

Table 1 Fitting results of bridge tower boundary

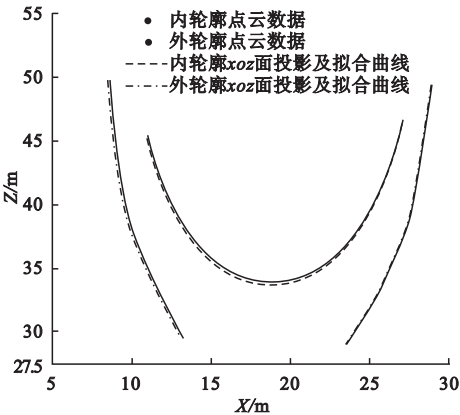
位置	投影拟合边界方程	桥塔实际边界方程	实测离心率	设计离心率	误差/%
中上部内轮廓	$\frac{(x-19.18)^2}{8.53^2} + \frac{(y-52.98)^2}{22^2} = 1$	$\frac{(x-20.76)^2}{9.23^2} + \frac{(y-52.98)^2}{22^2} = 1$	0.91	0.95	4.33
中上部外轮廓	$\frac{(x-19.23)^2}{10.29^2} + \frac{(y-52.33)^2}{27.98^2} = 1$	$\frac{(x-20.81)^2}{11.14^2} + \frac{(y-52.33)^2}{27.98^2} = 1$	0.91	0.91	1.31
中下部内轮廓	$\frac{(x-18.91)^2}{9.15^2} + \frac{(y-56.11)^2}{22.35^2} = 1$	$\frac{(x-20.47)^2}{9.9^2} + \frac{(y-56.11)^2}{20.35^2} = 1$	0.90	0.95	5.51
中下部外轮廓	$\frac{(x-15.08)^2}{14.04^2} + \frac{(y-53.36)^2}{30.38^2} = 1$	$\frac{(x-16.32)^2}{15.2^2} + \frac{(y-53.36)^2}{30.38^2} = 1$	0.88	0.91	4.37

投影面拟合曲线如图 13 所示。其中,中上部内外轮廓点云宽度占比分别为 0.43%

和 0.53%,内外轮廓点云宽度占比分别为 0.69% 和 0.45%。



(a)中上部内外轮廓投影及拟合曲线



(b)中下部内外轮廓投影及拟合曲线

图 13 投影面拟合曲线

Fig. 13 The fitting curve of projection surface

此时提取的桥塔边界方程是基于对  $xoz$  面的投影所拟合的方程,为了得到桥塔轮廓的真实线形还需要将投影方程转换到桥塔所在平面当中。空间中的桥塔曲线与投影后的曲线相对关系如图 14 所示,决定椭圆函数的两个参数为长短轴长度以及椭圆中心位置。

经过坐标转换的桥塔拟合方程如表 1 所示。与设计值进行对比分析可知,桥塔的内轮廓方程的椭圆离心率误差均在 6% 以内,桥塔线形良好。

3 结 论

(1)使用两种扫描方式结合的方法,可以充分结合二者的优势,高效快速地获取高耸结构的点云模型。

(2)逐步逼近法是从点云模型海量数据中获取曲线轮廓的有效方法,实际工程使用结果表明,桥塔内外轮廓与设计值离心率误差在 6% 以内,证明了笔者所提方法的精确性与可行性。

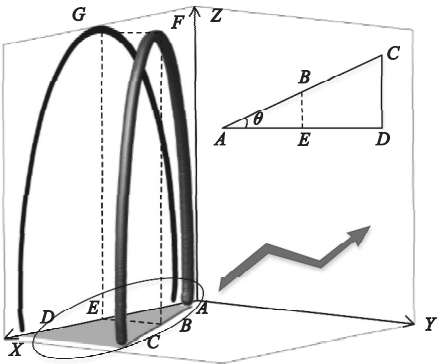


图 14 投影转换示意图

Fig. 14 Projection conversion diagram

由图 14 可知,在本次桥塔扫描情况下,桥塔垂直于地面,因此椭圆的长轴  $BF$  及其投影  $EG$  长度一致,未发生改变。而短轴  $AC$  经过投影到  $AD$ ,长度发生了变化其几何关系为  $AD = AC \times \cos\theta$ 。椭圆中心的位置  $B$  投影到  $E$ ,也拥有同样的几何变换关系即  $AE = AB \times \cos\theta$ ,即桥塔所在平面内横坐标为  $AB$  长度,纵坐标保持不变。

参考文献

[1] 赵颖华,张金良,焦鹏程,等. 二次抛物线形曲线梁平衡与几何解析方程[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版),2008,24(5):757-761.  
(ZHAO Yinghua, ZHANG Jinliang, JIAO Pengcheng, et al. Analytical equations on polynomial curved beam [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2008,24(5):757-761.)  
[2] 张俊儒,燕波,龚彦峰,等. 隧道工程智能监测及信息管理系统的研究现状与展望[J]. 地下空间与工程学报,2021,17(2):567-579.  
(ZHANG Junru, YAN Bo, GONG Yanfeng,



- et al. Research status and prospects of intelligent monitoring technology and information management system for tunnel engineering [J]. Chinese journal of underground space and engineering, 2021, 17 (2):567-579. )
- [3] 李大林. 基于激光雷达数据的行人探测方法研究[D]. 武汉:武汉大学,2018.  
(LI Dalin. Research on pedestrian detection in LiDAR data [D]. Wuhan:Wuhan University,2018. )
- [4] TABRIZI K, CELAYA M, MILLER B S, et al. Damage assessment of tunnel lining by mobile laser scanning; Pittsburgh, Pennsylvania, implementation phase of FHWA SHRP 2 R06G project [J]. Journal of the transportation research board, 2017, 2642(1):166-179.
- [5] 梁栋,张硕,赵恺,等. 某人行桥整体构形的三维激光扫描检测方法[J]. 公路交通科技, 2020,37(9):57-66.  
(LIANG Dong, ZHANG Shuo, ZHAO Kai, et al. A 3D laser scanning method for detecting overall configuration of a pedestrian bridge [J]. Journal of highway and transportation research and development, 2020, 37(9):57-66. )
- [6] 高溪溪,周东明,崔维久. 三维激光扫描结合 BIM 技术的古建筑三维建模应用[J]. 测绘通报,2019(5):158-162.  
(GAO Xixi, ZHOU Dongming, CUI Weijiu. Research on the application of ancient architecture based on 3D laser scanning and BIM [J]. Bulletin of surveying and mapping, 2019(5):158-162. )
- [7] URBANOVÁ P, MIKOLÁ J, TOMÁ V, et al. Using drone-mounted cameras for on-site body documentation:3D mapping and active survey [J]. Forensic science international, 2017, 281:52-62.
- [8] 郭凯宁,彭雄,万程辉. 地面三维激光扫描与无人机倾斜摄影高压铁塔精度比较[J]. 工程技术研究,2020,5(8):3-4.  
(GUO Kaining, PENG Xiong, WAN Chenghui. Accuracy comparison of ground 3D laser scanning and UAV tilt photography high-voltage iron tower [J]. Engineering and technological research, 2020, 5(8):3-4. )
- [9] 代婷婷. 基于 UAV 和 TLS 的林木参数提取 [D]. 南京:南京林业大学,2019.  
(DAI Tingting. Forest structure parameter extraction based on UAV and TLS [D]. Nanjing:Nanjing Forestry University,2019. )
- [10] 姜卫平,王锴华,李昭,等. GNSS 坐标时间序列分析理论与方法及展望[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(12):2112-2123.  
(JIANG Weiping, WANG Kaihua, LI Zhao, et al. Prospect and theory of GNSS coordinate time series analysis [J]. Geomatics and information science of Wuhan university, 2018, 43(12):2112-2123. )
- [11] 谢雄耀,卢晓智,田海洋,等. 基于地面三维激光扫描技术的隧道全断面变形测量方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(11):2214-2224.  
(XIE Xiongyao, LU Xiaozhi, TIAN Haiyang, et al. Development of a modeling method for monitoring tunnel deformation based on terrestrial 3D laser scanning [J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2013, 32(11):2214-2224. )
- [12] 朱凌,石若明. 地面三维激光扫描点云分辨率研究[J]. 遥感学报, 2008, 12(3):405-410.  
(ZHU Ling, SHI Ruoming. Research on the point cloud resolutions of TLS [J]. Journal of remote sensing, 2008, 12(3):405-410. )
- [13] LICHTI D D. Error modelling, calibration and analysis of an AM - CW terrestrial laser scanner system [J]. Isprs journal of photogrammetry & remote sensing, 2007, 61(5):307-324.
- [14] DANIELLE D. Development of a new methodology for measuring deformation in tunnels and shafts with terrestrial laser scanning (LIDAR) using elliptical fitting algorithms [D]. Kingston:Queen's University,2012.
- [15] 张景峰. 基于三维激光扫描技术的地铁隧道测站布设新方法[J]. 测绘标准化, 2019, 35(4):55-57.  
(ZHANG Jingfeng. New method of metro tunnel observation stations layout based on 3D laser scanning technology [J]. Standardization for surveying and mapping, 2019, 35(4):55-57. )
- [16] 徐博. 植保无人机航线规划方法研究[D]. 北京:中国农业大学,2017.  
(XU Bo. Research on route planning for plant protection unmanned aerial vehicles [D]. Beijing:China Agricultural University,2017. )  
(责任编辑:刘春光 英文审校:范丽婷)