

并联机构静刚度特性的分析与求解研究

朱春霞,刘曦宏,方超,胡成柱

(沈阳建筑大学机械工程学院,辽宁 沈阳 110168)

摘要 目的 从机构的整机刚度特性入手,对3-TPT并联机构的刚度进行研究,解决并联机构刚度特性难以分析与评判的问题,为并联机构的进一步优化设计做出良好铺垫。方法 运用虚功原理,对并联机构的力学雅可比矩阵进行求解;建立刚度模型,求解机构支链各部件的轴向刚度,进而得到支链刚度以及整机刚度矩阵,并对各个部件对支链刚度的影响进行分析;选取并联机构工作空间上的点,进行刚度矩阵的求解,研究矩阵的相关规律;运用最小特征值和静刚度性能商法,基于MATLAB软件进行工作空间上机构刚度分布的仿真,并对比两种评价方法的优劣。结果 仿真结果表明,并联机构在 z 轴方向具有更高的刚度,随着远离 z 轴,机构的刚度不断下降,且下降速度呈现越远离下降越快的趋势。结论 对于评价方法,可以在最小特征值法的基础上进行机构结构优化,静刚度性能商法则在优化结果的验证以及更深入的研究中展现更好的明晰性;对于优化设计,可以对机构 x,y 两个方向的刚度进行提升。

关键词 并联机构;静态平衡;刚度;性能评价指标

中图分类号 TH16;TH122;TP242

文献标志码 A

Analysis and Solution of Static Stiffness Characteristics of Parallel Mechanism

ZHU Chunxia, LIU Xihong, FANG Chao, HU Chengzhu

(School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168)

Abstract: In view of the stiffness characteristic of the whole machine, the stiffness of 3-TPT parallel mechanism is studied. The problem that it is difficult to analyze and judge the stiffness characteristics of parallel mechanism is solved, and a good bedding for the further optimization of parallel mechanism design is made. The virtual work principle is used to solve mechanical jacobian matrix of parallel mechanism. The stiffness model is established to solve the axial stiffness of each part of the branch chain of the mechanism, and then the stiffness matrix of the branch chain and the whole machine is obtained. The influence of each part on the stiffness of the branch chain is analyzed. Select the points on the workspace of parallel mechanism, solve the stiffness matrix, and

收稿日期:2018-07-09

基金项目:国家自然科学基金项目(51575365);辽宁省自然科学基金项目(2015020127)

作者简介:朱春霞(1980—),女,副教授,博士后,主要从事并联机器人和数控机床的动态特性方面研究。

study the correlation law of the matrix. Two method, the minimum eigenvalue and performance quotient of static stiffness are used to simulate the stiffness distribution of the mechanism in the workspace based on MATLAB software, analyze the simulation results, and compare the advantages and disadvantages of the two evaluation methods. The simulation results show that the parallel mechanism has a higher stiffness in the z -axis direction, and the farther away from the z -axis, the faster the descending speed will be. As for the evaluation method, it is believed that the optimization of mechanism structure can be carried out on the basis of the minimum eigenvalue method, and the static stiffness performance quotient method can show better clarity in the verification of optimization results and further research. For optimal design, the stiffness of mechanism x and y can be improved.

Key words: parallel mechanism; static equilibrium; stiffness; performance evaluation index

相较于串联机构,并联机构由于“刚度大”的特点而在机床领域获得了更加广泛的应用,但是究其根本,由于研究时间短,且应用并不普及,刚度不足仍然是导致并联机床加工精度低的重要原因。

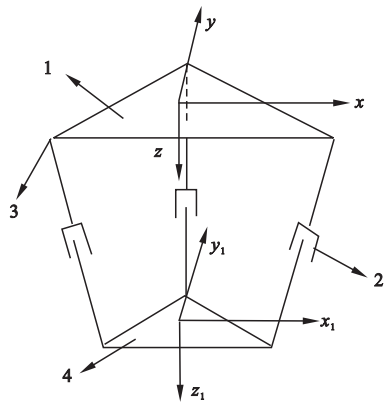
近年来,围绕并联机构刚度的研究一直在展开:耿明超等^[1]以欠驱动并联机构为研究对象,通过建立其连续非线性柔度模型,得到了机构的方向刚度矩阵。徐东涛等^[2]以 Delta 并联机构为基础,考虑重力和弹性变形的影响,以机构弹性变形对机构刚度特性进行了评价,使刚度特性分析更具准确性。崔学良等^[3]以 3RPS 并联机构为研究对象,依据螺旋理论和矢量微分法,对支链各个构件与整体刚度的关系进行了分析,并对雅克比矩阵对刚度的影响进行了探讨。武振华^[4]以 3-RPR 并联机构为研究对象,结合机构参数,运用 MATLAB 编程的方法分析了该机构的刚度特性。在更全面、更精确的目标导向下,学者们总结出不同的刚度研究方法,但不同的评价标准也给机构刚度的比较、分析带来困难,因此寻求合适的刚度分析方法,并建立统一的评价指标是并联机构刚度研究中亟待解决的问题。

基于此,笔者以 3-TPT 并联机构为对象,通过机构力学雅克比矩阵求解、支链轴向刚度的求解以及机构静刚度特性的分析对该机构整机刚度特性进行研究。选用最小特征

值法和静刚度性能商法,运用 Matlab 软件仿真并联机构的刚度分布情况,并通过仿真分析,对比两种评价方法的优点及不足,为并联机构的进一步优化设计做出良好的铺垫。

1 并联机构静力学分析

静刚度分析的首要环节是静力学分析,而静力学分析则离不开静力学雅克比矩阵的求解。笔者以虚功原理为基础,进行了雅克比矩阵的求解。图 1 所示为并联机构的简图。分析机构的运动状态可知,其动平台只能平动,不能转动,因此只具有 x 、 y 、 z 三个方向的平移自由度,在三条支链上也只有沿着轴线方向的功。



1. 定平台;2. 移动副;3. 虎克铰;4. 动平台。

图 1 并联机构简图

Fig. 1 Schematic diagram of parallel mechanism
运用虚功原理,当 3-TPT 并联机构处于

静态平衡的状态时,机构所有外力经过位移所做的功的总和为零。视机构所受的切削力为静载荷,记作 $F = (F_x, F_y, F_z)$, 各个支链的驱动力为 $F_i = (F_{i1}, F_{i2}, F_{i3})$, 因此, 可得出 $F_x \delta_x + F_y \delta_y + F_z \delta_z = F_{11} \delta_1 + F_{12} \delta_2 + F_{13} \delta_3$. (1) 式中: $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ 为输出点受外力时产生的虚位移; $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ 为支链受外力时产生的虚位移。

推导可得^[6]静力学正解表达式为

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial l_1} & \frac{\partial y}{\partial l_1} & \frac{\partial z}{\partial l_1} \\ \frac{\partial x}{\partial l_2} & \frac{\partial y}{\partial l_2} & \frac{\partial z}{\partial l_2} \\ \frac{\partial x}{\partial l_3} & \frac{\partial y}{\partial l_3} & \frac{\partial z}{\partial l_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = J_0 \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}. \quad (2)$$

式中: l_1, l_2, l_3 为并联机构的杆长。

2 并联机构整机静刚度矩阵求解

2.1 并联机构刚度模型建立

忽略并联机构动平台和静平台的局部变形, 将其视为理想刚体。将各个零部件重力、运动过程中产生的摩擦力以及环境因素带来的影响忽略不计。推导 Gosselin 公式可知, 3-TPT 并联机构的静刚度矩阵为 $K = J^{-T} K_i J^{-1}$ 。其中, K_i 是并联机构支链上的刚度矩阵, 可表示为

$$K_i = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

其中, k_{ii} 是第 i 条支链上的驱动关节在其轴向的刚度。

对逆雅可比矩阵进行结构化简:

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

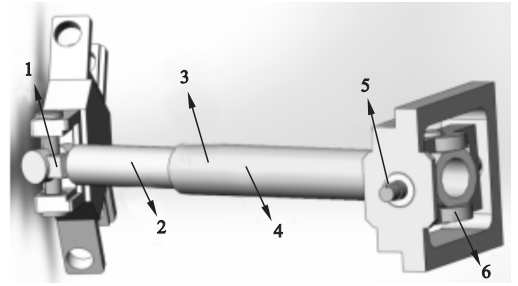
则 3-TPT 并联机构的逆运动学雅可比矩阵为

$$\begin{cases} K_{i1} = a_{11} a_{1i} k_{11} + a_{21} a_{2i} k_{22} + a_{31} a_{3i} k_{33}; \\ K_{i2} = a_{12} a_{1i} k_{11} + a_{22} a_{2i} k_{22} + a_{32} a_{3i} k_{33}; \\ K_{i3} = a_{13} a_{1i} k_{11} + a_{23} a_{2i} k_{22} + a_{33} a_{3i} k_{33}. \end{cases} \quad (5)$$

其中, K_{i1}, K_{i2}, K_{i3} 是刚度矩阵 K 中的元素, 给定并联机构的各个参数, 整机刚度矩阵 K 便可求出。

2.2 并联机构支链刚度求解

3-TPT 并联机构的支链组成包括主、被动关节和杆件(见图2)。求得各个部分的刚度便可获得整个支链的刚度, 求解过程如下。



1. 虎克铰; 2. 连杆; 3. 滚珠丝杠; 4. 连杆; 5. 轴承; 6. 虎克铰。

图2 支链各部分组成示意图

Fig. 2 Schematic diagram of branch chain components

(1) 主动关节轴向刚度计算。并联机构的主动关节为滚珠丝杠, 在轴向上, 其刚度主要包括丝杠的轴向刚度 K_s 滚珠螺母的刚度 K_N , 支承轴的刚度 K_B 以及螺母支架和轴承支架的刚度 K_H 。一般情况下, 支撑轴承为标准件, 而轴承支架、螺母支架的轴向刚度并不会对主动关节的轴向刚度产生过大的影响, 因此对于这三个部分的刚度不做过多分析此。则该并联机构主动关节刚度 K_3 为

$$K_3 = (K_s^{-1} + K_N^{-1})^{-1}. \quad (6)$$

(2) 被动关节轴向刚度计算。对于 3-TPT 并联机构而言, 其被动关节包括支链和动平台连接的虎克铰 1 以及其与静平台相连接的虎克铰 6 两部分(见图2)。在轴向上, 虎克铰的刚度由轴承、轴承座以及转轴三大部分组成。由于轴承座具有较高的刚度, 对整体刚度而言影响不大, 而轴承为通用轴承, 因此忽略这两部分的刚度影响, 只考虑两

转轴的轴向刚度。

(3) 杆件刚度计算。在并联机构的支链上,主要包含两个连杆,分别将滚珠丝杆与动、静平台相连(见图 2)。其中,杆件 2 为实心杆,杆 4 为中空结构。

刚度结构组成及计算结果如表 1 所示。

表 1 各部分刚度计算

Table 1 Stiffness calculation of each part		
刚度组成	计算公式	刚度/(N·mm ⁻¹)
丝杠	$K_s = \frac{AE}{4L_a} = \frac{\pi d_1^2 E}{4L_a}$	485 130
滚珠螺母	$K_N = \frac{\pi ip E \tan^2 \alpha (D_1^2 - D_c^2)}{D_1^2}$	418 181.20
虎克铰 1	$K_1 = \frac{F}{\omega_a} = \left(\frac{l_1^3}{48EI_1} + \frac{l_2^3}{48EI_2} \right)^{-1}$	267 873.42
虎克铰 6	$K_6 = \frac{F}{\omega_b} = \left(\frac{l_3^3}{48EI_1} + \frac{l_4^3}{48EI_4} \right)^{-1}$	460 840.10
杆 2	$K_2 = \frac{F}{\Delta l_2} = \frac{E_2 \pi d_2^2}{4l_2} d_2$	1 596 631.7
杆 4	$K_4 = \frac{F}{\Delta l_4} = \frac{E_4 \pi d_4^2}{4l_4} d_4$	965 075.22

经过上述计算,可以得到 3-TPT 并联机构的支链刚度为

$$k_{ii} = \frac{1}{K_1^{-1} + K_2^{-1} + K_3^{-1} + K_4^{-1} + K_5^{-1}} =$$

83 207.21 N/mm.

(7)

则支链的刚度矩阵可表示如下:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 83\ 207.21 & 0 & 0 \\ 0 & 83\ 207.21 & 0 \\ 0 & 0 & 83\ 207.21 \end{bmatrix}.$$

(8)

2.3 3-TPT 并联机构整机刚度求解

选取机构工作空间上的两个极限位置点 A (499.55, -286.11, 699.98)、B (0, 0, 1 052), 以及其工作空间内的任一点 C (20, 120, 700), 进行刚度矩阵的求解。

代入 A 点坐标到逆雅可比矩阵进而可以求得末端输出位置移动到 A 点时的刚度矩阵:

$$K_A = J^{-T} K_1 J^{-1} = 10^5 \times$$

$$\begin{bmatrix} 0.698\ 1 & -0.240\ 2 & 0.586\ 3 \\ -0.240\ 2 & 0.417\ 7 & -0.334\ 6 \\ 0.586\ 3 & -0.334\ 6 & 1.380\ 4 \end{bmatrix}.$$

(9)

同理可得, B 点的刚度矩阵为

$$K_B = J^{-T} K_1 J^{-1} = 10^5 \times$$

$$\begin{bmatrix} 0.288\ 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0.288\ 9 & 0 \\ 0 & 0 & 1.918\ 4 \end{bmatrix}.$$

(10)

C 点的刚度矩阵:

$$K_C = J^{-T} K_1 J^{-1} = 10^5 \times$$

$$\begin{bmatrix} 0.459\ 1 & -0.004\ 1 & 0.028\ 2 \\ -0.004\ 1 & 0.555\ 2 & 0.144\ 1 \\ 0.028\ 2 & 0.144\ 1 & 1.481\ 9 \end{bmatrix}.$$

(11)

分析 A、B、C 三点的逆雅可比矩阵和刚度矩阵可以得知:

(1) 逆雅可比矩阵和刚度矩阵随着机构末端输出点坐标的变化而变化, 因此很难依据矩阵数值的变化来分析刚度矩阵的变化规律。

(2) 当并联机构的输出点位于 z 轴上时, 机构的刚度矩阵为对角矩阵, 此时, 其在 x、y、z 三个方向上的刚度可以较为容易的得到。

(3) 如果想要得知当机构受到外力作用时, 其动平台上输出位置的变形, 还需要进行更深入的分析。

3 并联机构刚度分析方法对比与分析

3.1 最小特征值法仿真分析

最小特征值法是运用矩阵变换, 求解机构刚度变换矩阵的最小特征值, 并以此为基础, 进行工作空间上最小刚度值的分析。

将并联机构末端输出点受到的外力记为向量 **F**, 其在外力作用下产生的变形记为向量 **X**, 求得两向量的内积并做比, 则得到一个系数 *Q*(*X*):

$$Q(X) = \frac{\mathbf{F}^T \mathbf{F}}{\mathbf{X}^T \mathbf{X}} = \frac{\mathbf{X}^T \mathbf{K}^T \mathbf{K} \mathbf{X}}{\mathbf{X}^T \mathbf{X}}.$$

(12)

设矩阵 $K_0 = K^T K$, K_0 的特征值为 λ_i ($i = 1, 2, 3$), 运用矩阵的性质, *Q*(*X*) 的取值范围可以确定, 即 $\lambda_{\min} < Q(X) < \lambda_{\max}$, 因此, 并联

机构刚度性能的好坏可通过分析 λ_{\min} 的大小来进行判定。

利用 Matlab 软件,分别选取 $Z = 700\text{ mm}$ 、 $Z = 800\text{ mm}$ 、 $Z = 900\text{ mm}$ 、 $Z =$

$1\ 000\text{ mm}$ 四个平面,对 3TPT 并联机构工作空间内的点进行仿真分析,得到机构最小特征值 λ_{\min} 的分布如图 3 所示。

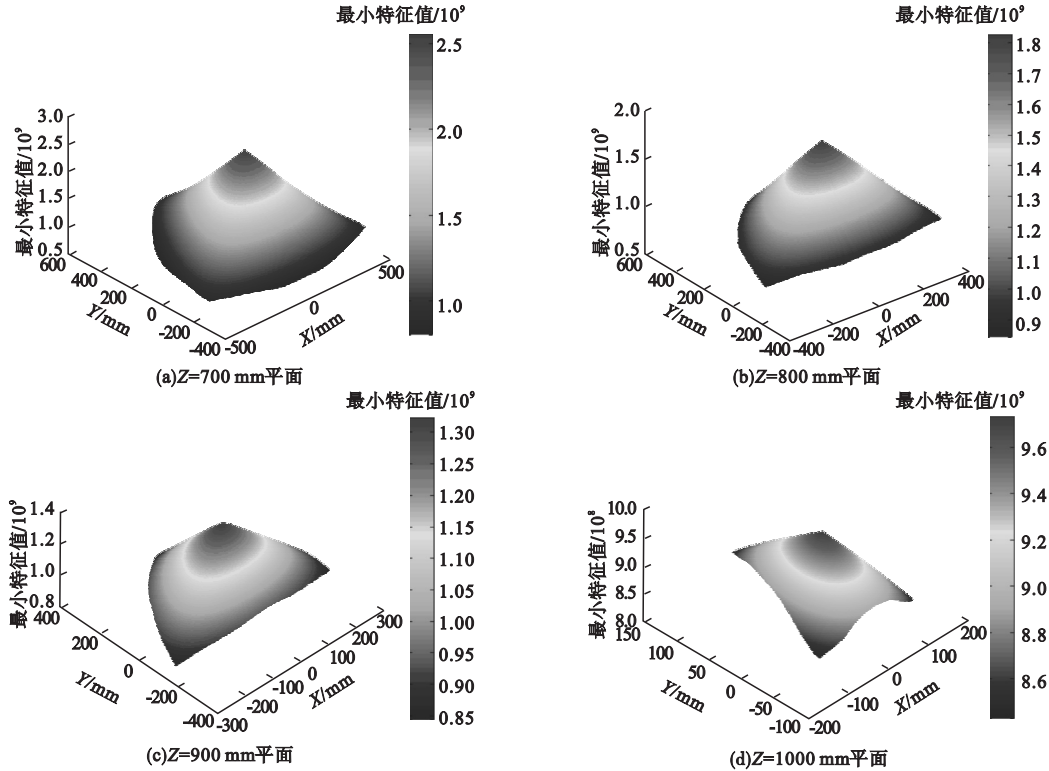


图 3 最小特征值分布图

Fig. 3 The distribution diagram of the minimum eigenvalues

仿真图中, x 、 y 轴为并联机构动平台输出点的 X 、 Y 坐标, z 轴为四个平面上, 工作空间内每一点对应的最小特征值。

分析图 3 可知:

(1) 在 $Z = 700\text{ mm}$ 、 $Z = 800\text{ mm}$ 、 $Z = 900\text{ mm}$ 、 $Z = 1\ 000\text{ mm}$ 四个平面上, 最小特征值的分布呈现圆环形的变化趋势。其中, 当输出点位于 z 轴上时, 具有最大的最小特征值, 随着离中心位置越来越远, 其最小特征值也不断减小。这与静刚度性能商的分析结果相符。

(2) 由于在四个平面上, 最小特征值的变化规律相似, 也可以推断, 并联机构在空间 z 轴上的任一平面上, 最小特征值的分布基本呈现由中间向两边递减的趋势。

(3) 分析四个平面上最小特征值的极值可以发现, 随着输出点 Z 坐标的增加, 最小特征值的最大值减小, 而当工作空间逐渐减小时, 最小特征值的最小值反而增大。

总而言之, 最小特征值法具有简单便捷的优点, 但是运用此种方法得到的分析结果也具有一定的局限性, 只能反映机构刚度性能可能的最小值点, 而不能反映在外力作用下, 刚度的变化规律, 因此不够明晰和准确。

3.2 静刚度性能商法仿真分析

不同于最小特征值法, 静刚度性能商法求出了直接值, 而不是给出了一个范围, 因此更为准确, 更具有指导意义。

令静刚度性能商 $P(X) = \frac{\|F\|_2}{\|X\|_2}$, 力的

总量与变形总量间的关系便可以得出。根据静能商的表达式可以看出,在给定的外力作用下,静能商值越大的位置,其总的变形量越小,刚度性能越好。

分析并联机构在 x,y,z 方向不同、大小相同的力的作用下,水平方向和竖直方向的刚度情况,对该并联机构进行两组仿真。第一组,对末端执行器分别施加三个沿坐标轴方向的力,其力的向量分别为 $F_x = (500, 0, 0)$ 、 $F_y = (0, 500, 0)$ 、 $F_z = (0, 0, 500)$,选取工作空间中的 $Z = 800\text{ mm}$ 平面,分析该平面上的静刚度性能商值分布。第二组,对末端执行器施加三个沿坐标轴方向的力,分别为 $F_x = (500, 0, 0)$ 、 $F_y = (0, 500, 0)$ 、 $F_z = (0, 0,$

$500)$,选取并联机构工作中的中心轴位置,通过 MATLAB 软件求出该轴上各点在不同的力的作用下、距离静平台不同位置的刚度情况。

仿真模型:

$$P(X) = \frac{\|F_i\|_2}{\|X\|_2} = \frac{F_i^T F_i}{(K^{-1} F_i)^T (K^{-1} F_i)} \quad (13)$$

其中, F_i 表示 F_x 、 F_y 、 F_z 。

运用 MATLAB 进行仿真,得到三个不同的外力作用下的刚度性能分布如图 4 所示。 X,Y 为平面上点的 x,y 轴坐标, z 轴的坐标值 Z 为静刚度性能商值。当 X,Y 值不变时,刚度矩阵的变化主要与 Z 值相关。仿真结果如图 5 所示。

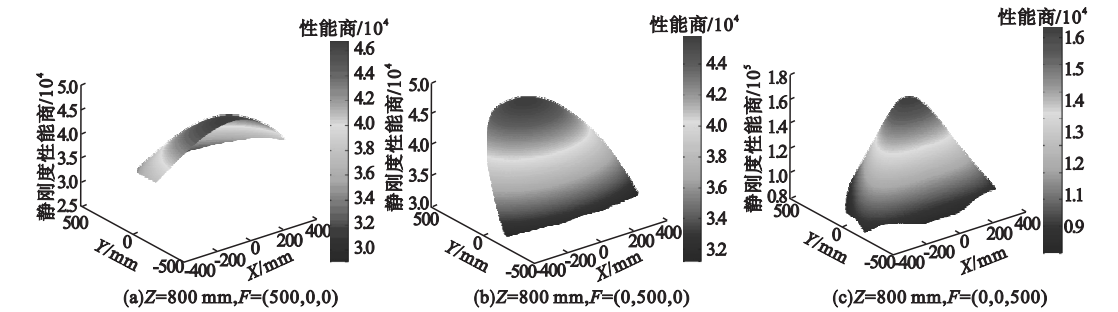


图 4 水平方向上 $P(X)$ 值分布图

Fig. 4 The distribution of $P(X)$ values in the horizontal direction

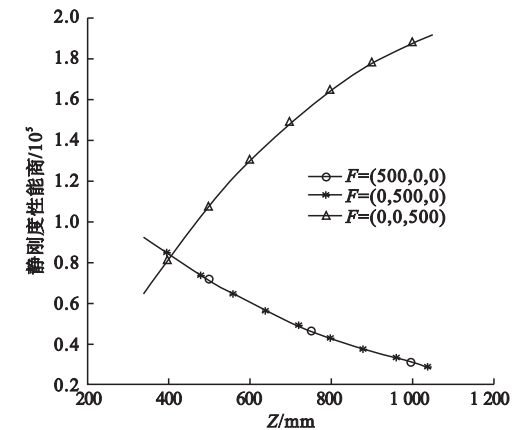


图 5 竖直方向上 $P(X)$ 值分布图

Fig. 5 The distribution of $P(X)$ values in the vertical direction

通过图 4 可以看出,在水平方向和竖直方向上,静刚度性能商的值存在着一些规律:

(1) 观察图 4(a) 可知,该并联机构的静

刚度性能商在某一个位置达到最大,然后在其四周呈环形下降;由此可见,与最大值位置的水平距离越大,该点的静刚度性能商值越小,其变形量越大,因此在并联机构刚度性能优化中,可以对这些点的刚度进行提升。

(2) 观察图 4(b) 可知,当并联机构受 x,y 方向的力的作用时,在中心轴上,距离静平台越远,静刚度性能商值越小。而受 z 轴方向力时,则越远离静平台,静刚度性能商值越大。除此之外,由于该并联机构为对称结构,当机构受到 x,y 轴的力的作用时,静刚度性能商的分布情况大致相同。

(3) 分析图 4、图 5 可以发现,在 z 方向力的作用下,并联机构的静刚度性能商值远大于受 x,y 方向力的情况。以此可以推断,

在设计过程中,可以优化机构的输出点受力,使其可能沿 z 轴方向,并对 x 方向以及 y 轴方向上的刚度进行提升,以实现机构的结构优化。

4 结 论

(1)采用两种评价指标,最小特征值法以及静刚度性能商法,基于 Matlab 软件,对机构的刚度情况进行仿真和分析,对比发现相较于最小特征值法,静刚度性能商法可以表现出在外力的影响下机构刚度的变化趋势,因此更具有指导意义。

(2)并联机构在 Z 轴方向具有更高的刚度,并且越远离 Z 轴,下降速度越快;该结论也为并联机构进一步的优化设计提供了基础。

参考文献

- [1] 耿明超,赵铁石,杨建涛,等.平面弹性欠驱动并联机构刚度特性分析[J].农业机械学报,2015,46(5):365-371.
(GENG Mingchao, ZHAO Tieshi, YANG Jiantao, et al. Stiffness characteristics of planar elastic under actuated parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese society for agricultural machinery, 2015, 46(5): 365-371.)
- [2] 徐东涛,孙志礼,于晓光.考虑杆件弹性变形的改进型 Delta 并联机构刚度特性分析[J].农业机械学报,2013,44(5):294-298.
(XU Dongtao, SUN Zhili, YU Xiaoguang. Stiffness characteristic analysis of modified Delta parallel mechanism based on bars' elastic deformation[J]. Transactions of the Chinese society for agricultural machinery, 2013, 44(5): 294-298.)
- [3] 崔学良,陈五一,韩先国,等.冗余驱动支链对 3RPS 并联机构刚度的改善[J].中国机械工程,2015,26(23):3162-3167.
(CUI Xueliang, CHEN Wuyi, HAN Xianguo, et al. Stiffness improvement of 3RPS PKM by redundant actuating leg[J]. China mechanical engineering, 2015, 26(23): 3162-3167.)
- [4] 武振华.3-RPR 并联机构的刚度特性分析[J].信息化建设,2016(1):38.
(WU Zhenhua. Analysis of stiffness characteristics of 3-RPR parallel mechanism[J]. Informatization construction, 2016(1): 38.)
- [5] 杨世彬,赵恒华,孙伟.3-TPT 并联机器人静力学研究与仿真[J].机械设计,2016,33(3):100-104.
(YANG Shibin, ZHAO Henghua, SUN Wei. Statics analysis and simulation of 3-TPT parallel robot[J]. Journal of machine design, 2016, 33(3): 100-104.)
- [6] 梁净,许勇,吕叶萍.新型六自由度铆孔机器人刚度特性研究[J].轻工机械,2019,37(2):6-11.
(LIANG Zheng, XU Yong, Lü Yeping. Analysis of stiffness characteristics of new six degree of freedom riveting robot[J]. Light industry machinery, 2019, 37(2): 6-11.)
- [7] 樊大宝.3-UPRP 并联机床机构的运动学分析和力学仿真研究[D].太原:中北大学,2019.
(FAN Dabao. Kinematics analysis and mechanical simulation of mechanism of 3-UPRP parallel machine tool[D]. Taiyuan: North University of China, 2019.)
- [8] 代卓宏.一类运动冗余混联机构的动力学及刚度研究[D].秦皇岛:燕山大学,2018.
(DAI Zhuohong. Dynamics and stiffness of a kind of kinematic redundant hybrid mechanism[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2018.)
- [9] 赵元,杜莹.柔顺并联机构结构优化与动力学仿真[J].组合机床与自动化加工技术,2018(4):6-10.
(ZHAO Yuan, DU Ying. Modeling and dynamic simulation analysis of structural optimization for compliant parallel mechanism[J]. Modular machine tools & automatic processing technology, 2018(4): 6-10.)
- [10] 温如凤,方跃法,陈亚琼.一种 2R2T 并联机构的运动学及性能分析[J].北京交通大学学报,2016,40(1):72-79.
(WEN Rufeng, FANG Yuefa, CHEN Yaqiong. Kinematics and performance analysis of a 2R2T parallel mechanism[J]. Journal of Beijing jiaotong university, 2016, 40(1): 72-79.)
- [11] 王明亚.3-PSP 并联机构的刚度性能及优化研究[D].太原:中北大学,2016.
(WANG Mingya. Research on stiffness performance and optimization of 3-PSP parallel mechanism[D]. Taiyuan: North University of China, 2016.)
- [12] NGUYEN D Q, GOUTTEFARDE M. Stiffness matrix of 6-DOF cable-driven parallel robots and its homogenization[J]. Advances in robot kinematics, 2014: 181-191.
- [13] SEON J A, PARK S, KO S Y, et al. Cable configuration analysis to increase the rotational range of suspended 6-DOF cable driven parallel robots[C]. International conference on control, 2016.
- [14] TAHMASEBI F, TSAI L W. On the stiffness of a novel six-degree-of-freedom parallel minimanipulator[J]. Journal of field robotics, 1995, 12(12): 845-856.
- [15] RASHEED T, LONG P E, MARQUEZ-GAMEZ D, et al. Kinematic modeling and twist feasibility of mobile cable-driven parallel robots[C]. The 16th international symposium on advances in robot kinematics, 2018.
- [16] 付红栓,赵恒华,杨辉.3-TPT 型并联机床静力学及刚度研究[J].组合机床与自动化加工技术,2013(1):42-44.
(FU Hongshuan, ZHAO Henghua, YANG Hui. Study on the statics and stiffness of 3-TPT parallel machine tool[J]. Modular machine tool & automatic manufacturing technique, 2013(1): 42-44.)

(责任编辑:刘春光 英文审校:范丽婷)