

桥梁工程转体施工中球铰应力计算方法

薛飞^{1,2}, 饶露², 韦建刚³, 詹刚毅^{1,4}

- (1. 华东交通大学轨道交通基础设施运维安全保障技术国家地方联合工程研究中心, 江西 南昌 330013;
2. 中国铁路南昌局集团有限公司, 江西 南昌 330002; 3. 福建工程学院土木工程学院, 福建 福州 350118;
4. 南昌铁路勘测设计院有限责任公司, 江西 南昌 330006)

摘要 目的 对比基于不同假设的转体施工中球铰应力计算方法的准确性, 结合有限元分析, 提出计算方法的修正建议. 方法 首先以某上跨铁路立交桥工程为实例, 分别采用了国家规范、弹性力学解析法、非赫兹接触理论对球铰接触应力进行计算; 然后应用有限元软件对球铰应力分布情况进行模拟, 结合有限元分析结果对球铰接触应力计算公式进行修正; 最后搜集工程实测数据对计算结果校核. 结果 国家规范、弹性力学解析法、非赫兹接触理论计算方法与有限元分析结果的平均误差分别为 13.7%、14.68%、23.4%, 但从应力变化趋势看, 国家规范、弹性力学解析法与有限元相差较大, 非赫兹接触理论计算方法与有限元分析结果最接近. 结论 曲面球铰应力计算时, 需考虑球铰接触应力非均匀的特点, 根据有限元分析结果提出的非赫兹接触理论修正计算公式与工程实测数据误差在 10% 以内, 修正后的公式适用性较好.

关键词 桥梁工程; 转体施工; 球铰应力; 简化算法; 有限元

中图分类号 U445.47

文献标志码 A

Calculation Method of Sphere Hinge Stress in Rotating Construction of Bridge

XUE Fei^{1,2}, RAO Lu², WEI Jiangan³, ZHAN Gangyi^{1,4}

- (1. State-Local Joint Engineering Research Center of Operation & Maintenance Safeguard Technology for Rail Transit Infrastructures, East China Jiaotong University, Nanchang, China, 330013; 2. China Railway Nanchang Group Co. Ltd., Nanchang, China, 330002; 3. School of Civil Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou, China, 350118; 4. Nanchang Railway Survey and Design Institute Co. Ltd., Nanchang, China, 330006)

Abstract: To compare the accuracy of the calculation method of sphere hinge stress in rotating body construction based on different assumptions, and to put forward Suggestions on the modification of the calculation method in combination with the finite element analysis. The contact stress of ball hinge was calculated by national standard, elastic mechanics analytical method and

收稿日期: 2020-06-19

基金项目: 国家自然科学基金项目(51878172); 福建省高校产学研合作项目(2019H6020)

作者简介: 薛飞(1980—), 男, 高级工程师, 主要从事桥隧结构与路基支挡施工控制方面研究.

non-Hertz contact theory, taking an overpass project as an example. Then finite element software was used to simulate the stress distribution of sphere hinge, and the calculation formula of sphere hinge contact stress was modified by combining the finite element analysis results. Finally, the measured engineering data was collected to check the calculation results. The average errors of national standard, elastic mechanics analytical method, non-Hertz contact theory and the finite element analysis results were 13.7%, 14.68% and 23.4%, respectively. However, from the perspective of the stress variation trend, the national standard and elastic mechanics analytical method were quite different from the finite element method, and the non-Hertz contact theoretical calculation method was the closest to the finite element analysis result. Conclusion The non-uniform contact stress of spherical hinge should be considered when calculating the stress of sphere hinge. According to the finite element analysis results, the error between the modified calculation formula of non-Hertz contact theory and the measured engineering data is less than 10%. The modified formula has good applicability.

Key words: bridge engineering; rotating body construction; sphere hinge stress; simplified algorithm; the finite element

在我国交通工程建设的飞速发展过程中,部分新建线路需要跨越已有的交通线路,为了避免施工过程中对已有线路的干扰,转体施工成为了此类工程的首选方法^[1-5].近年来,有大量学者对施工过程中关键部位受力情况、安全影响因素以及控制要求等方面展开研究.

在转体施工过程中,转体桥梁通过球铰将荷载传递到基础,同时在支座固接前,桥梁一直处于不稳定平衡状态,因此球铰成为了转动体系中最核心的部件,球铰处受力的合理性是安全施工的关键^[6].近年来,X. ZENG等^[7-8]分析了施工过程中环境因素对转动体系稳定性的影响.臧立秋^[9]提出了新的施工质量控制方法,为减小不平衡力矩对结构体系的影响提供参考.李东峰等^[10-11]采用有限元方法,对不同转动角度时球铰的应力情况以及球铰的加强方法等开展了研究.李洋等^[12-13]根据球铰受偏心荷载时应力分布规律,优化了球铰摩擦系数、摩阻力矩计算公式.赵志文^[14]结合实际工程案例详细介绍了不平衡称重试验的过程,并提出了平衡配重方案.但目前设计人员常采用解析法或简化计算方法对球铰接触应力进行大致预估和判断,即将球铰接触面简化为平面后进行正应

力计算^[15-19],而实际上,球铰接触面为曲面,且应力分布较复杂,其分析结果的准确度和安全度还需要进一步的探讨.

基于此,笔者以某跨铁路立交桥工程为背景,对其转体施工过程中球铰接触应力分别采用国家规范的计算方法、非赫兹接触理论、弹性力学解析法进行计算;并建立ABAQUS实体有限元模型进行校核,提出了球铰应力计算修正建议,并搜集文献中工程测量数据对计算公式的适用性进行了验证.研究表明:球铰应力计算方法需考虑接触应力非均布的特点,国家规范、弹性力学解析法、非赫兹接触理论的计算结果均具有较大的误差.结合有限元分析结果提出的非赫兹接触理论修正公式可适用于不同体量的工程,计算误差在10%以内.

1 工程概况

某跨铁路立交桥工程为桥跨 2×70 m的预应力混凝土T型钢构桥.桥上部结构为单箱6室,整幅设桥.T构中间处梁高7.5 m;边部梁高3 m;桥面宽33.5 m.桥位道路中心线与铁路斜交角度为 83.53° .为减小对铁路的影响,采用平转法转体施工,转体质量21 000 t,转体长度132 m,详见图1.

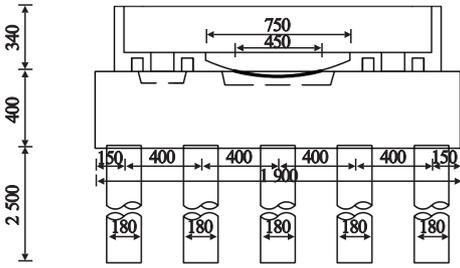


图1 转动体系剖面图

Fig. 1 Section of the rotating system

2 球铰应力计算方法

根据球铰受力特点,将球铰受力分为三类:球铰半径方向的径向力、通过球铰中心平面与球铰相切的摩擦力、通过垂直于球铰中心平面与球铰相切的摩擦力,详见图2.

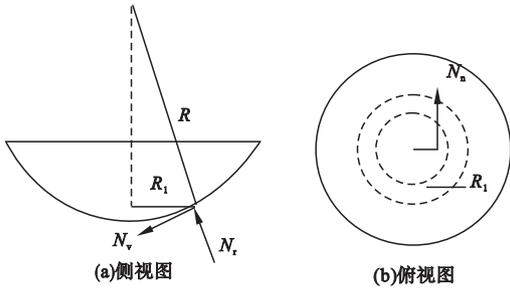


图2 球铰受力图

Fig. 2 Force diagram of sphere hinge

在球铰接触应力计算时,沿球铰切向的摩擦力主要影响摩阻力矩的大小.由于摩阻力矩受接触面摩擦系数和径向压力的影响,理论分析结果和实际相差较大,往往需要通过现场称重试验测得.并且在球铰受对称恒荷载作用时,上下球铰接触面保持相对静止,不存在摩擦力.所以,对球铰接触面的正应力的分析成为球铰受力分析的关键.目前对球铰接触面正应力计算主要有基于弹性力学的解析法、国家规范的简化计算法和部分学者通过力学推导得到的计算方法,而这些方法的适用性、精确度还需要进一步探讨.

2.1 简化计算方法

现行国家规范^[15]将球形接触面简化为平面进行计算,并在计算过程中忽略了摩擦

力对球铰接触应力的影响,整个球铰接触面应力为固定值且均匀分布,其计算公式:

$$\sigma = \frac{F}{\pi R^2}. \quad (1)$$

式中: F 为下球铰受集中力; R 为球铰的支撑半径; σ 为球铰径向应力.

2.2 弹性力学解析法

此方法假定球铰接触面完全吻合,基于弹性力学中关于在半平面体在边界上受法向集中力的解析解答,其径向应力表达式为

$$\sigma_p = -\frac{2F \cdot \cos\theta}{\pi \cdot \rho}. \quad (2)$$

式中: σ_p 为球铰径向应力; F 为集中荷载; ρ 为球铰半径; θ 为球面上某点的径向角度.

半平面体在边界上受集中力时, $\cos\theta$ 与球铰径向应力成正比,参考图3中球铰的受力特点.车晓军^[16]、兰印龙等^[17]由此出发,以弹性力学的理论为基础将球铰处接触力等效为均布力,推导出考虑球铰半径变化的径向应力计算公式:

$$\sigma = f(R, F, \alpha) \times \cos\theta. \quad (3)$$

$$f = \frac{3F}{2\pi R^2 (1 - \cos^3 \alpha)}. \quad (4)$$

将 $\cos \alpha$ 用 R, R_1 表达,则表达式为

$$\sigma = \frac{3F \cos\theta}{2\pi R^2 [1 - (R^2 - R_1^2)^{3/2} / R^3]}. \quad (5)$$

式中: σ 为球铰径向应力; R 为球铰半径; R_1 为球铰支撑半径; F 为集中力; θ 为球面上某点的径向角度.

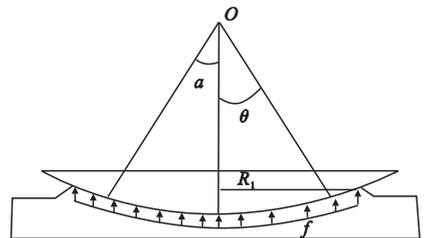


图3 接触面上的径向应力

Fig. 3 Radial stress on contact surface

2.3 非赫兹接触理论法

非赫兹接触理论是关于荷载接触区的接触应力问题的理论解答,其计算模型适用于

协调接触.协调接触与非协调接触区别在于当荷载增加时会导致接触米娜及的快速增加.范剑锋等^[18]引用非赫兹接触理论提出了球铰应力的计算公式:

$$\sigma = \frac{128EA_2r^3}{9\pi} \cdot \left[\left(\frac{x}{r} \right)^2 + \frac{1}{2} \right] \cdot (r^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

$$r = \left(\frac{15F'}{64EA_2} \right)^{\frac{1}{5}}, \quad (7)$$

$$F' = \frac{F}{R\pi}, \quad (8)$$

$$A_2 = \frac{R_2^3 - R_1^3}{8R_1^3R_2^3}. \quad (9)$$

式中: E 为球铰混凝土弹性模量; A_2 为系数,取值 5.7424×10^{-16} ; σ 为球铰径向应力; x 为球面某点与球铰中心的距离; r 为接触带宽; F 为下球铰受集中力; F' 为沿径向1 mm宽的荷载大小; R 为下球铰支撑半径; R_1 为上球铰半径; R_2 为下球铰半径.

以上述跨铁路立交桥工程转体施工为背景,分别采用前述计算方法,对球铰受力情况进行计算分析.将下球铰沿直径等分16个点.球铰主要参数及构造如下:转体总荷载 $F=210\,000$ kN;下球铰的支撑半径 $R=2\,255$ mm,上球铰半径 $R_1=8\,433$ mm,下球铰半径 $R_2=8\,440$ mm.具体详细构造如图4所示.

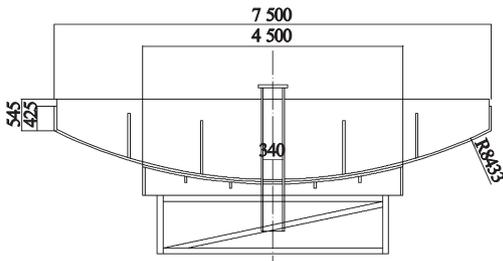


图4 钢球铰细部构造图

Fig. 4 Detailed structure diagram of steel sphere hinge

计算所得结果列于表1.从表中可以看出,简化计算方法与弹性力学解析法所得结果较接近,两者相差最大约2%.而非赫兹接触理论所得结果的绝对值和变化趋势均与上述两种方法差别较大.出现此现象的主要原因是球铰受力分析时简化过程和考虑因素不

同,国家规范中简化计算方法是将球铰简化为平面,同时荷载简化为均布荷载.弹性力学解析法则是将曲面影响考虑进计算公式中,但对荷载的简化最终还是均布荷载,所以上述两种计算方法得到的结果比较接近.使用非赫兹接触理论计算球铰应力时,认为球铰处应力不是均布的,同时考虑了受力过程中接触面变形对接触应力的影响,没有对受力过程进行简化,因此所得到的计算结果呈现不均匀的分布,但由式(7)得出的接触半带宽比球铰半径小,使得式(6)无法计算球铰全部范围内的应力.

表1 理论计算结果

Table 1 Theoretical calculation results

与球铰中心的距离/mm	应力/MPa		
	简化计算	非赫兹接触理论	弹性力学解析法
-2 250	13.21	—	13.10
-1 950	13.21	—	13.20
-1 650	13.21	—	13.29
-1 350	13.21	9.09	13.32
-1 050	13.21	15.74	13.38
-750	13.21	14.80	13.42
-450	13.21	12.77	13.43
-150	13.21	11.33	13.45
150	13.21	11.33	13.45
450	13.21	12.77	13.43
750	13.21	14.80	13.42
1 050	13.21	15.74	13.38
1 350	13.21	9.09	13.32
1 650	13.21	—	13.29
1 950	13.21	—	13.20
2 250	13.21	—	13.10

3 有限元模型

采用ABAQUS通用有限元分析软件对球铰受力情况进行模拟.根据国家规范中的规定,平转法转体施工中钢球铰混凝土强度不得低于C50,钢材强度不得低于Q355,钢

材与混凝土的参数详见表2.

表2 球铰材料参数

Table 2 Material parameters of sphere hinge

材料	弹性模量/MPa	泊松比	重力密度/(kN·m ⁻³)
C50 混凝土	35 000	0.22	2 600
Q355 钢材	208 000	0.283	7 850

模型中混凝土采用实体单元建模,钢球

铰采用壳单元建模,沿径向以六面体为主进行划分,实体单元 72 298 个,壳单元 1 726 个,网格划分详见图 5. 钢球铰转盘采用内置区域的方式内置于混凝土中,上下球铰混凝土采用面与面接触,切向摩擦系数 0.06,法向为硬接触,采用这种接触方式可使接触面传递的压力不受限制,并且当压力为 0 时,接触面可以自动脱开.

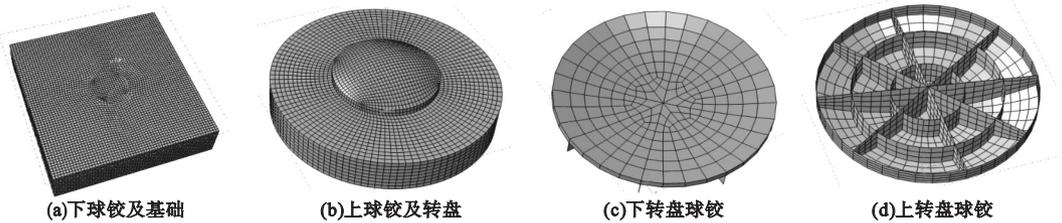


图5 模型网格划分

Fig. 5 Mesh division of components

在模型上顶面设置参考点,将参考点与模型上顶面进行耦合,在参考点上施加集中荷载,模型下底面完全固接.由于仅对施工过程进行模拟,输入荷载为实际工程的转体重量,因此模型仅进行弹性分析.

下转盘混凝土应力在 6 ~ 15.6 MPa,最大应力 15.56 MPa,最小应力 6.35 MPa. 应力以二次抛物线形式分布,通过观察发现靠近球铰外围应力比中心略大,约为中心处 2 倍.造成这种现象的原因可能是由于上球铰大于下球铰,上部结构出现悬臂效应,使得球铰周边应力较大.

4 计算结果对比

有限元分析结果如图 6 所示. 下球铰及

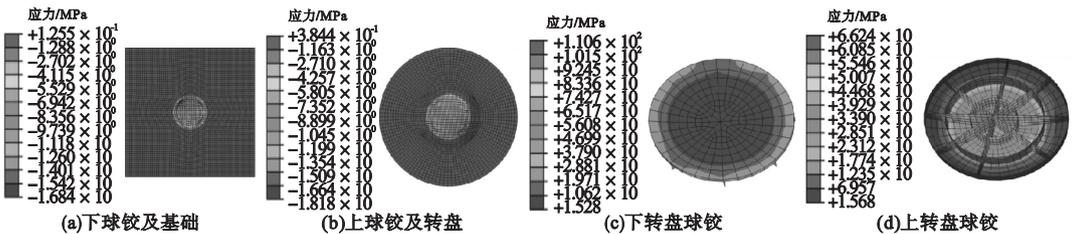


图6 有限元分析结果

Fig. 6 Finite element analysis results

对球铰 S33 方向应力进行提取(平行于球铰中心轴线方向). 有限元分析结果中各数据采集点的数值与理论分析计算值的误差列于表 3 中,曲线对比如图 7 所示.

化为平面,且受均布荷载,计算所得的球铰全截面应力未发生较大变化,与有限元结果相差较多. 所以需要根据实际情况将球铰非平面,受力非均布的特点同时进行考虑.

从图 7 的分析结果中发现,由于简化计算方法与弹性力学解析解计算方法把球铰筒

非赫兹接触理论的计算结果与有限元分析结果的变化趋势较为接近,但数值相差较

大.为更好地利用实用计算公式进行球铰应力的精确分析,需要根据有限元分析结果对非赫兹接触理论进行修正.

表3 结果误差对比

Table 3 Results error comparison

与球铰中心 的距离/mm	球铰应力 有限元结 果/MPa	误差/%		
		简化 计算	非赫兹接 触理论	弹性力学 解析法
-2 250	14.93	29.1	—	28.1
-1 950	9.37	5.3	—	5.1
-1 650	8.63	1.5	—	2.0
-1 350	7.79	1.5	30.1	2.4
-1 050	8.03	6.0	26.4	7.4
-750	6.47	17.7	32.3	19.6
-450	7.85	26.5	22.3	28.7
-150	6.37	25.1	7.7	27.4
150	6.37	23.7	7.8	25.9
450	7.85	26.7	22.4	28.8
750	6.47	16.5	30.8	18.3
1 050	8.03	4.4	24.5	5.8
1 350	7.79	1.5	30.1	2.4
1 650	8.63	1.5	—	2.1
1 950	9.37	4.3	—	4.2
2 250	14.93	27.8	—	26.7

小于下球铰半径的情况发生,这时该公式就无法计算球铰全部范围的应力,因此将式(4)的接触半带宽参数r进行修正.参数r取下球铰半径大小.同时根据有限元分析结果对计算公式进行修正,修正后计算公式为

$$\sigma = \frac{10F'}{6\pi r^2} \cdot \left[\left(\frac{x}{r} \right)^2 + 1 \right] \cdot \left(r^2 - \frac{x^2}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

图8、图9为修正后非赫兹基础理论与有限元结果对比情况.从图中观察到,修正后的计算公式与有限元计算结果吻合较好,由于有限元模型在边缘处会出现应力集中的情况,所以个别数据与计算公式有些偏差.结果的均值为1.101,方差为0.038,多数误差可以控制在10%以内.

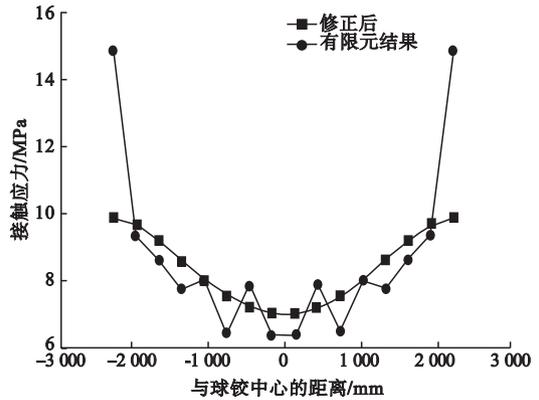


图8 修正公式与有限元对比图

Fig. 8 Comparison of modified formula and finite element

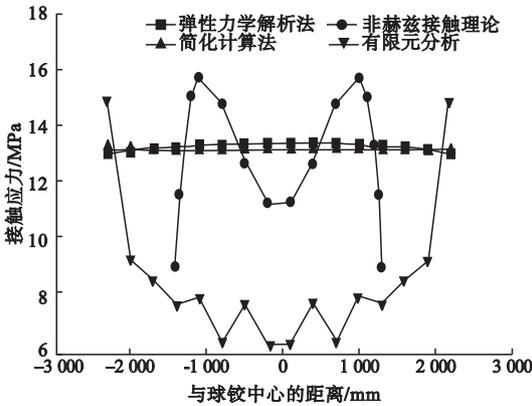


图7 各结果对比图

Fig. 7 Comparison of results

5 计算公式修正

将理论计算结果与有限元分析结果对比,非赫兹接触理论所得结果的变化趋势与有限元结果最接近.但是当采用非赫兹接触理论的公式进行计算时,会出现接触半带宽

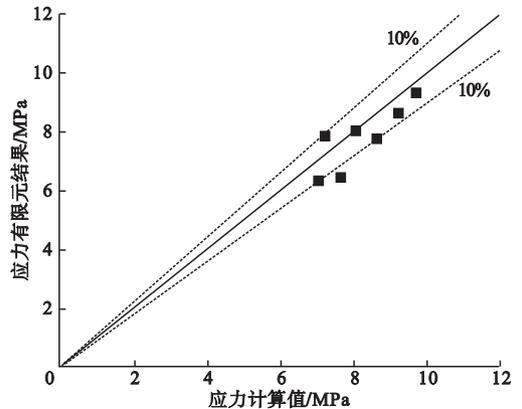


图9 计算值与有限元数据比较

Fig. 9 Comparison of calculated values with finite element data

为验证公式的准确性对比其他文献中工程测量数据^[17-19],分别选取了不同转体重量和球铰半径的工程实例,以及不同的测点位置的下球铰应力实测数据,数据详细内容列于表4中,对比结果如图10所示。

表4 测点的详细参数

Table 4 Detailed parameters of measurement points

文献	F/kN	R/mm	L/mm	应力实测值/MPa	应力计算值/MPa
[17]	50 000	1 500	1 260	5.12	5.15
				5.23	
				5.77	
[18]	59 600	1 320	100	5.81	5.59
			500	6.37	6.32
			1 000	7.68	7.62
			0	5.53	4.1
[19]	11 800	1 900	500	5.8	4.9
			1 000	6.55	5.8
			1 500	7.44	8.1

注:F为转体荷载;R为球铰半径;L为测点到中心的距离。

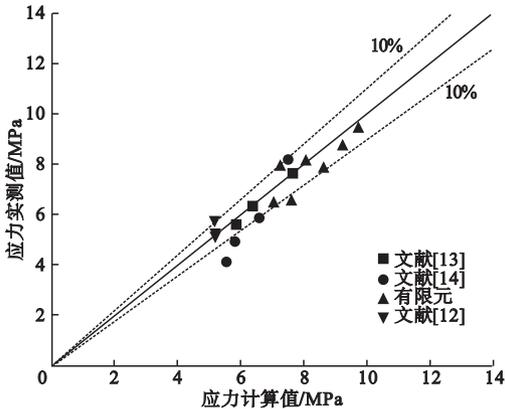


图10 计算公式与实测数据比较

Fig. 10 Comparison of calculation formula and measured data

从图中可以看出计算值与实测值吻合较好,预测结果均值为0.988,方差为0.024,小部分计算结果与实测值具有一定的误差.修正后的计算公式对具有不同转体重量和球铰半径工程的计算结果与多数实测值均能保证误差在10%以内,具有较好的适用性。

6 结 论

(1)通过有限元分析结果中球铰应力分布规律发现,球铰边缘处应力比中心处高约2倍,建议在工程中适当增加球铰边缘处的承载能力。

(2)国家规范中简化计算方法是将球铰简化为平面,弹性力学解析法虽考虑了曲面影响,但两者均采用均布荷载,这些均与实际情况不相符合,因此导致其计算结果的变化趋势以及数值均与有限元结果相差较大。

(3)非赫兹接触理论考虑了球铰处应力的非均布性,同时考虑了受力过程中接触面变形对接触应力的影响,因此其计算结果与有限元分析结果的变化趋势较为接近,但数值相差较大。

(4)提出的修正后的非赫兹接触理论计算公式与其他文献中的数据进行对比,其计算误差可控制在10%左右。

参考文献

[1] 刘万全. 桥梁上部结构转体施工技术要点[J]. 交通世界, 2019(11):132-133. (LIU Wanquan. Technical points of bridge superstructure turning construction [J]. Traffic world, 2019(11):132-133.)

[2] 刘晋权. 铁路连续梁转体施工过程控制及技术要点[J]. 建材与装饰, 2019(1):275-277. (LIU Jinqun. Process control and technical key points of railway continuous beam rotating construction [J]. Construction materials & decoration, 2019(1):275-277.)

[3] 冯然,孟尚伟,宋满荣. 基于ABAQUS的钢筋混凝土T构转体结构有限元分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2016, 33(5):92-99. (FENG Ran, MENG Shangwei, SONG Manrong. Finite element analysis of reinforced concrete T-shape rotary structure based on ABAQUS [J]. Journal of architecture and civil engineering, 2016, 33(5):92-99.)

[4] 张雷. 连续梁桥平转施工关键问题研究[D]. 重庆:重庆交通大学, 2011. (ZHANG Lei. Key problems research on horizontal swing construction of continuous beam bridge [D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2011.)

[5] 孙桂森. 大跨度连续梁转体施工的关键技术问题[J]. 工程建设与设计, 2019(24):170-171.

- (SUN Guisen. Key technical problems in the construction of large spanning continuous beam [J]. Construction & design for project, 2019 (24):170 - 171.)
- [6] 李卫平. 桥梁转体施工过程中球铰应力研究[J]. 现代城市轨道交通, 2020(2):26 - 31.
(LI Weiping. Research on stress of spherical hinge in the process of bridge construction [J]. Modern urban transit, 2020 (2): 26 - 31.)
- [7] ZENG X, YIN H, LI Y. Application of modified LEC method in the large municipal bridge construction hazard evaluation [C]// International symposium on computational intelligence and design (ISCID). IEEE, 2016.
- [8] ABDELGAWAD M, FAYEK A R. Fuzzy reliability analyzer: quantitative assessment of risk events in the construction industry using fuzzy fault-tree analysis [J]. Journal of construction engineering and management, 2011, 137(4):294 - 302.
- [9] 臧立秋. T型刚构桥平转设计与施工控制研究[J]. 北方交通, 2017(2):1 - 5.
(ZANG Liqiu. Design and construction of control research of T-shape rigid frame bridge with the method of swiveling [J]. Northern communications, 2017(2):1 - 5.)
- [10] 李东锋. 连续梁转体施工系统设计[J]. 兰州交通大学学报, 2014, 33(3):166 - 170.
(LI Dongfeng. System design of swung continuous beam [J]. Journal of Lanzhou jiaotong university, 2014, 33(3):166 - 170.)
- [11] 赵云安, 蔡红兵, 王炎. 大跨度转体施工T构桥关键部位应力分析[J]. 低温建筑技术, 2011, 33(10):45 - 47.
(ZHAO Yun'an, CAI Hongbing, WANG Yan. Stress analysis of key parts of T-shape bridge constructed with long span rotating body [J]. Low temperature architecture technology, 2011, 33(10):45 - 47.)
- [12] 李洋. 基于球铰应力差法的T构转体桥不平衡力矩预估分析[J]. 工程技术研究, 2020, 5(8):248 - 249.
(LI Yang. Estimation and analysis of unbalanced moment for T-shape bridge based on ball hinge stress difference method [J]. Engineering and technological research, 2020, 5(8):248 - 249.)
- [13] 舒康, 王常峰, 秦凯. 大跨度连续梁转体施工平衡称重分析[J]. 城市道桥与防洪, 2016(12):116 - 119.
(SHU Kang, WANG Changfeng, QIN Kai. Analysis on balance weighting of long-span continuous beam before rotation construction [J]. Urban roads bridges & flood control, 2016 (12):116 - 119.)
- [14] 赵志文. 沈阳四环路跨秦沈客专刚构桥水平转体施工关键技术[J]. 铁道建筑, 2014(2):11 - 13.
(ZHAO Zhiwen. Key technology for horizontal turning construction of the Qin-Shen crossing rigid frame bridge on the fourth ring road of Shenyang [J]. Railway engineering, 2014(2): 11 - 13.)
- [15] 中华人民共和国交通部. 公路桥涵施工技术规范: JTG/TF50—2011 [S]. 北京: 人民交通出版社, 2011.
(Ministry of Communications of the People's Republic of China. Technical specifications for highway bridge and culvert construction: JTG/TF50—2011 [S]. Beijing: China Communications Press, 2011.)
- [16] 车晓军, 周庆华, 关林坤. 转体施工桥梁大吨位球铰径向应力计算方法优化研究[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2014, 38(2):356 - 358.
(CHE Xiaojun, ZHOU Qinghua, GUAN Linkun. Optimization of radial stress calculation method of large tonnage ball joint for swivel construction bridge [J]. Journal of Wuhan university of technology (transportation science & engineering), 2014, 38 (2): 356 - 358.)
- [17] 兰印龙. 水平转体球铰力学分析与应用研究[D]. 石家庄: 石家庄铁道大学, 2018.
(LAN Yinlong. Mechanics analysis and application research of horizontal rotating spherical hinge [D]. Shijiazhuang: Shijiazhuang Railway University, 2018.)
- [18] 范剑锋, 刘涛, 彭自强, 等. 基于非赫兹接触理论下转体桥球铰磨心应力分布分析[J]. 武汉理工大学学报, 2018, 40(1):48 - 52.
(FAN Jianfeng, LIU Tao, PENG Ziqiang, et al. Stress distribution analysis of sphere hinges of swing bride based on non-Hertz contact theory [J]. Journal of Wuhan university of technology, 2008, 40 (1): 48 - 52.)
- [19] 赵勇为. 转体施工中连续刚构梁桥力学特性分析[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2013.
(ZHAO Yongwei. The mechanical analysis of rotary construction on continuous rigid frame bridge [D]. Lanzhou: Lanzhou Jiaotong University, 2013.)
(责任编辑: 刘春光 英文审校: 范丽婷)