

基于随机振动理论的桥梁舒适度研究

谭岩斌¹, 张哲¹, 王会利^{1,2}, 王麒³

(1. 大连理工大学建设工程学部, 辽宁 大连 116023; 2. 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116023; 3. 中建中原建筑设计院有限公司, 河南 郑州 450004)

摘要 目的 为了更全面地评价桥梁结构人致振动的舒适度, 完善人行桥振动评价指标. 方法 以随机振动理论为基础, 通过某人行斜拉桥的现场检测和随机振动分析, 提出采用人行桥结构振动响应最大部位的加速度均方根值作为舒适度评价指标, 对比现行加速度峰值评价指标和笔者提出的加速度均方根值评价指标的异同. 结果 当采用结构响应最大处的加速度值评价舒适度时, 随机振动理论分析值和现场实测值差异不大. 通过安装 TMD 阻尼器前后对比减振效果, 对于加速度峰值, 最小减振率为 15.69%, 最大减振率为 41.78%, 平均减振率为 28.39%; 对于加速度均方根值, 平均减振率为 22.37%, 与峰值加速度数据结果相近. 结论 与加速度峰值评价指标相比, 采用加速度均方根值作为舒适度评价指标是基于随机振动理论, 考虑了振动响应的整个时间历程, 更加全面合理.

关键词 斜拉桥; 随机振动; 加速度均方根值; 舒适度

中图分类号 TU391

文献标志码 A

Research on Bridge Comfort Based on Random Vibration Theory

TAN Yanbin¹, ZHANG Zhe¹, WANG Huili^{1,2}, WANG Qi³

(1. Faculty of Infrastructure Engineering Dalian University of Technology, Dalian, China, 116023; 2. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian, China, 116023; 3. China Construction Zhongyuan Architectural Design Institute Co. Ltd., Zhengzhou, China, 450004)

Abstract: In order to evaluate the comfort of human-induced vibration of bridge more comprehensive and improve the evaluation index of pedestrian bridge vibration, the root mean square of acceleration is proposed as comfort evaluation index. Based on random vibration theory, the root mean square of acceleration at the point of the maximum vibration response of the bridge is put forward as comfort evaluation index. Through the on-site testing and random vibration analysis of a pedestrian cable-stayed bridge, the traditional peak of acceleration evaluation index

收稿日期: 2020-03-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(51978130); 辽宁省自然基金指导计划项目(2019-ZD-0145)

作者简介: 谭岩斌(1980—), 男, 博士研究生, 主要从事桥梁振动及测试等方面研究.

and the root mean square of acceleration index are compared. If the root mean square of acceleration is adopted to evaluate comfort, the theoretical analysis value of random vibration is close to the field measured value. Comparing the damping effect before and after installing the TMD damper, for the peak acceleration, the minimum damping rate is 15.69%, the maximum damping rate is 41.78%, and the average damping rate is 28.39%; for the root mean square of acceleration, the average damping rate is 22.37%, which is similar to the peak acceleration data. The results show that the root mean square of acceleration index is more comprehensive and reasonable than the traditional peak of acceleration evaluation index because it considers the whole-time history of the vibration response.

Key words: cable-stayed bridge; random vibration; acceleration mean square value; comfort

由于日益增加的对桥梁美学的追求,桥梁呈现出大跨轻柔的发展趋势,这使得桥梁的人致振动问题越来越受到关注.伦敦千禧桥、新加坡 Changi Mezzanine 桥、巴黎 Solferino 桥、日本 T 桥等人行桥都出现过人致振动过大的问题^[1-3].自伦敦千禧桥事件后,学者们对人行桥的人致振动问题进行了大量研究. X. Wei 等^[4]针对人与人之间的相互作用,提出一种人群荷载下分析桥梁振动的简化方法.操礼林等^[5]采用等效人体模型参数识别试验,研究了人体质量、人体刚度、人体阻尼及人行荷载等行人动力学参数对人行桥动力特性及人致振动响应的影响规律.

桥梁振动主要是影响舒适度,桥梁舒适度的评价有很多方法,存在很多指标, Mulas、Prato、Rhode-Barbarigos、Zuo 等分别提出不同的评价指标和方法^[6-9].我国学者也在桥梁舒适度评价方面做了大量工作,贾伟红等^[10-13]通过实验和理论分析研究了桥梁的舒适度.人行桥的人行荷载施加过程本质为窄带随机过程,人致振动属于随机振动,人行桥的振动响应相应的也就是属于随机过程.贾布裕^[14]考虑了人群荷载的随机性,揭示了在人行桥的人致横向振动中,存在着振动发散不稳定现象.操礼林^[15]建立了随机人群行走下人行桥振动响应分析方法,并分析了人行桥结构动力特性参数的变化规律.人行桥的随机振动是没有确定的加速度或速度值,但是目

前的人行桥振动舒适度评价方法却以加速度峰值作为评价指标.这种评价方式,忽略了振动的历程,丢失了很多信息^[16-17].

为了完善人行桥舒适度评价方法,笔者采用随机振动理论,提出加速度均方根值评价人行桥的振动舒适度的方法.该方法基于随机振动理论,与现行的加速度峰值评价指标相比,理论更加成熟.通过现场检测分析发现,加速度均方根值评价指标更加全面合理.

1 人行桥振动舒适度评价方法

1.1 现行人行桥振动舒适度评价方法

目前工程界对人行桥的人致振动一般以结构动力学为基础进行分析,采用加速度峰值对人行桥振动舒适度进行评价.行人能感受到人行桥振动最明显的地方是桥梁结构共振模态的最大位移处,并且该处也是全桥结构振动的最大加速度,即加速度峰值.不同规范中加速度限值见表1.可以看出,人行桥舒适度评价绝大多数采用其加速度峰值作为评价指标,验算其是否符合限值.

1.2 基于随机振动理论的人行桥振动舒适度评价

人行桥的人行荷载施加过程本质为窄带随机过程,人致振动属于随机振动,人行桥的振动响应相应的也就是属于随机过程,因此采用随机振动理论对舒适度进行评价更为合理.

表 1 不同规范中人行桥舒适度加速度限值

Table 1 Comfort acceleration limits of pedestrian bridges in different specifications m/s²

规范	竖向加速度	横向加速度
英国 BS 5400	$0.5\sqrt{f}$	0.25
德国 EN03	1	0.3
加拿大安大略省	$0.25f^{0.75}$	—
ISO 10137	$0.5 \sim 1.0$	0.31^*
欧洲 EN 1990	0.7^2	$\min(0.14\sqrt{f}, 0.15)$

注: * 为 ISO 10137 中采用加速度均方根值为横向舒适度指标。

采用随机振动理论对人行桥人致振动进行分析,桥梁结构加速度响应的相关函数矩阵可以得到。而且可以明确的是,当桥梁荷载确定时,梁结构的加速度响应与所受荷载是密切相关的。因为同一时刻行人在桥梁结构上只能出现在同一位置,所以桥梁结构动力响应中最大处的加速度均方根值具有其代表

表 2 舒适度评价基本要素对比

Table 2 Comparison of basic elements of comfort evaluation

评价方法	理论	荷载表示形式	振动响应表示形式	舒适度评价指标
现行方法	结构动力学	荷载时程	加速度时程	加速度峰值
笔者提出方法	随机振动	荷载随机过程	加速度自相关函数	加速度均方根值

通过对比可以看出,采用加速度均方根值作为振动舒适度评价指标是基于随机振动理论,其理论更加成熟。行人的振动舒适度感受必然存在时间过程,对于振动响应完全一致的桥梁结构,行人以不同步速通过桥梁结构时所体验到的振动舒适度可能是不一样的。行人行走过程是行人在特定的时历内通过桥面不同位置的过程,只有全面考虑代表加速度响应的相关函数矩阵,才能完整表示行人行走过程。而在此过程中,行人在桥面不同的位置相对应不同的相关函数,不同的时间历程相对应相关函数中 τ 不同的取值。而且 $|R_x(\tau)| \leq R_x(0)$ 并不能排除在 $\tau \neq 0$ 处也可以取最大值。现行各国的规范仅仅考虑桥梁结构动力响应最大处的振动值,而直接忽略了人致振动所需要的时间历程,丢失了大

意义。由随机振动理论可知,均方根值 $\tau = 0$ 时其自相关函数的取值,也是自相关函数的最大值,即

$$\sigma_x^2 = E\{X^2(t)\} = R_x(0) \geq |R_x(\tau)|. \quad (1)$$

式中: $X(t)$ 为一随机过程; σ_x^2 表示其方差函数; R_x 表示其自相关函数。

由随机振动理论可知, $R_x(0)$ 所代表的值等于其功率谱密度函数曲线下的面积,也就是其均方根值为平稳随机过程的平均能量值,也就等于其各谐波分量的平均能量之和,即:

$$\sigma_x^2 = E\{X^2(t)\} = R_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega. \quad (2)$$

由式(2)可见,加速度均方根值代表的物理意义更明确。

1.3 两种评价方法的对比

为了说明两种评价方法的区别,现列出其基本要素以进行对比(见表 2)。

量有价值的信息^[18]。而采用桥梁结构动力响应最大处的加速度均方根值来评价人行桥舒适度,也就是更全面更合理。

2 人行斜拉桥的舒适度评价

2.1 工程背景

某人行桥为桥长 80 m 的不对称跨径的单塔双索面斜拉桥,跨径布置为 58.7 m + 21.3 m,桥面宽 6 m。桥塔为向边跨倾斜 10° 的拱形钢筋混凝土桥塔,塔高度 28.2 m。斜拉索为空间扇形双索面布置。主梁结构形式为钢管桁架,主梁与横梁采用固结形式,桥台位置设置纵向滑动支座。主梁设有配重并安放在 0 号桥台附近。4 个调频质量式阻尼器 TMD 设置在主梁主跨跨中。阻尼器总质量 2 t,频率 1.6 Hz。桥梁结构立面布置如图 1 所示。

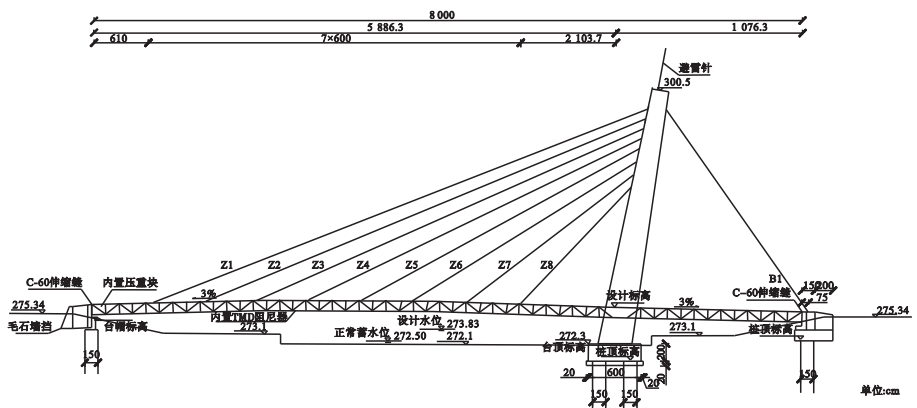


图 1 人行桥立面图

Fig. 1 Vertical layout of pedestrian bridge

2.2 测试工况

为了验证加速度均方根值作为振动舒适度评价指标的合理性,分别完成无 TMD 和

安装 TMD 两种情况. 本次测试共设置 4 个加速度测点 A、B、C、D,沿顺桥向布置,加速度传感器布置如图 2 所示.

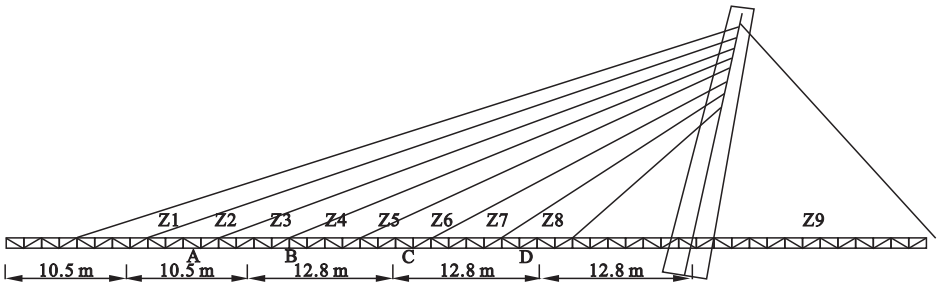


图 2 加速度传感器布置

Fig. 2 Arrangement of acceleration sensors

本次测试直接采用不同数量的行人在桥面上进行跳跃或行走进行激励的方法,跳跃激励处为测点 B,激励人员需经过定频

率训练,以确保能在节拍器的提示下进行定频率的跳跃、踏步和行走. 测试工况如表 3 所示.

表 3 测试工况汇总表

Table 3 Summary of test conditions

测试工况	测试条件	激振方式	激振频率/Hz	测试内容
1	桥梁自振	单次激振	—	自振频率
2	无 TMD	9 人踏步行走	1.7	加速度时程
3	无 TMD	9 人踏步行走	2.0	加速度时程
4	无 TMD	单人原地跳跃	1.7	加速度时程
5	无 TMD	单人原地跳跃	2.0	加速度时程
6	安装 TMD	9 人踏步行走	1.7	加速度时程
7	安装 TMD	9 人踏步行走	2.0	加速度时程
8	安装 TMD	单人原地跳跃	1.7	加速度时程
9	安装 TMD	单人原地跳跃	2.0	加速度时程

2.3 测试结果

第一步,实测桥梁结构的自振频率,测试结果得到本桥竖向振动的自振频率为1.7 Hz. 第二步,按表3各个测试工况对桥梁结构进行竖向激励,采用4个测试点的加速度传感器采集加速度时程数据. 根据采样定

理,结合本桥特点,设置采样频率为102.4 Hz,分析频率为51.2 Hz,振动加速度的低滤波设置为51.2 Hz,远远高于被测桥梁结构最高分析频率2 Hz. 其中9人踏步1.7 Hz工况下的选取C点为代表的测试结果,如图3所示.

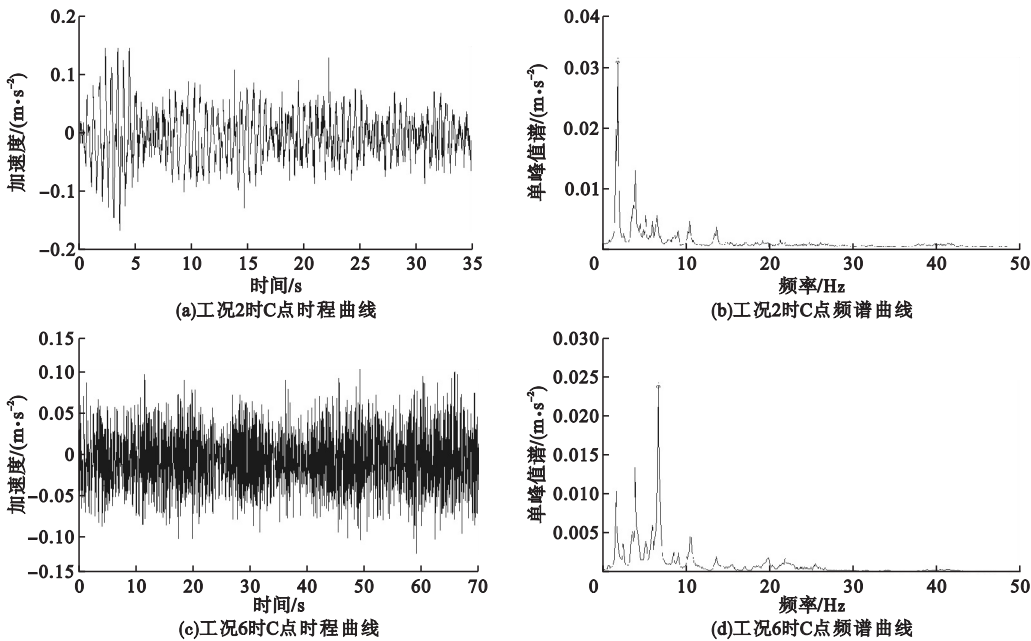


图3 9人踏步1.7 Hz 工况下的C点加速度曲线

Fig.3 Acceleration time history of 9-persons step at 1.7 Hz

由图3可知,安装TMD阻尼器前的桥梁结构加速度响应为1.7 Hz,其原因是由于荷载激励频率与桥梁结构自振频率相接近;安装TMD阻尼器后桥梁结构加速度响应在1.7 Hz处有所降低,但在3.5 Hz处出现了较大峰值,这是由于出现了桥梁结构竖向振动的二阶频率. 说明安装TMD阻力器改变了桥梁结构的固有动力特性,使原来不敏感的某阶振动频率变得敏感起来. 未安装TMD时加速度时程在3 s处出现峰值,此时结构响应并不平稳,而后趋于平稳,但数值明显变小;安装TMD时加速度时程比较平稳,也比较复杂,峰值不易直接看出.

2.4 结果分析

2.4.1 加速度均方根对比分析

基于随机振动理论,对测试结果进一步

分析. 为了对人行桥进行随机振动分析,假设单人的步行力随机模型为

$$P_i = X(t) = A_1 \sin(\omega t + \theta) + m. \tag{3}$$

式中: A 为行人荷载幅值; ω 为行人荷载步频; θ 为行人荷载相位,且是均匀分布在 $-\pi \sim \pi$ 的随机变量; m 是行人荷载静力分量. 根据中心极限定理, N 个行人荷载之和可认为服从正态分布,并且其均值为零. 按95%的保证率,沿桥长 L 竖向均匀分布的作用力 $P(x,t)$ 为

$$P(x,t) = \frac{\sqrt{2NA_1}}{L} \sin(\omega t + \theta) + Nm. \tag{4}$$

行人荷载中静力分量并没有对本次测试指标-加速度具有影响,行人荷载的自相关函数可表示为

$$R_x(\tau) = \frac{A^2}{2} \cos \omega_0 \tau. \tag{5}$$

根据维纳-辛钦公式可得到行人荷载的功率谱密度函数为^[19]

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A^2}{2} \cos \omega_0 \tau \exp(-i\omega\tau) d\tau = \frac{A^2}{4} [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] . \quad (6)$$

输入的功率谱密度是一个在主频处集中

的窄带随机过程.

为验证随机振动分析的可行性,把加速度均方根和现场测试的加速度均方根进行对比,其中实测值由现场测试数值推导得出,结果见表4.

表4 加速度均方根汇总表

Table 4 Summary of root mean square of acceleration

工况	测点号	加速度均方根/(m·s ⁻²)	
		随机振动理论分析值	实测值
工况2	A	0.034	0.025
	B	0.040	0.039
	C	0.033	0.028
	D	0.008	0.036
工况3	A	0.060	0.045
	B	0.083	0.081
	C	0.068	0.058
	D	0.022	0.071
工况4	A	0.042	0.033
	B	0.053	0.052
	C	0.041	0.035
	D	0.012	0.047
工况5	A	0.162	0.125
	B	0.222	0.216
	C	0.170	0.147
	D	0.050	0.193
工况6	A	0.028	0.022
	B	0.035	0.034
	C	0.039	0.034
	D	0.009	0.035
工况7	A	0.039	0.029
	B	0.053	0.052
	C	0.045	0.038
	D	0.012	0.046
工况8	A	0.031	0.023
	B	0.038	0.037
	C	0.030	0.026
	D	0.010	0.034
工况9	A	0.126	0.097
	B	0.172	0.167
	C	0.135	0.116
	D	0.042	0.135

由表4可知,根据各种工况下随机振动理论分析和现场测试数据对比,测点D的差异非常大,测点A和测点C较为次之,测点B的差异很小;当采用随机振动理论分析时,相同工况下测点B和测点D的差异较大,而现场实测数据中差异不是很大.这是因为基于随机振动理论的行人荷载是一个窄带的随机过程,桥梁结构的响应频率相对单一,而且振动模态是以一阶振型振动为主,测点B、D在一阶振型中分别处于响应较大和较小处,所以在以一阶振型为主的振动中结果相差较大.在现场测试时,行人荷载激励尽管以固定频率加载,但是其并不是理论的谐波荷载,存

在其他若干频率的分量,激励的振动包含多个振型频率,参与的振型比较复杂,所以造成测点B和测点D的实测数据差异不大.

当采用结构响应最大处的值评价舒适度时,随机振动理论分析值和现场实测值差异不大,说明人行桥人致振动采用随机振动方法进行分析切实可行.

2.4.2 减振率对比分析

为了进一步分析加速度峰值与加速度均方根值作为桥梁振动舒适度评价指标的差异,现将现场检测加速度峰值减振率和随机振动分析的均方根减振率进行对比,结果见表5.

表 5 减振率汇总表

Table 5 Summary of damping rate

激振方式及频率	测点号	加速度峰值/($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)		加速度均方根值/($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)		减振率/%	
		无 TMD	安装 TMD	无 TMD	安装 TMD	峰值	均方根
9 人踏步 1.7 Hz	A	0.142 9	0.086 6	0.025 4	0.022 0	39.40	13.39
	B	0.230 0	0.133 9	0.039 3	0.033 6	41.78	14.50
	C	0.154 7	0.112 7	0.028 2	0.034 0	27.15	-20.57
	D	0.172 8	0.119 4	0.035 5	0.035 1	30.90	1.13
9 人踏步 2.0 Hz	A	0.165 6	0.121 3	0.045 2	0.029 2	26.75	35.40
	B	0.271 1	0.188 1	0.080 7	0.051 8	30.62	35.81
	C	0.236 0	0.164 5	0.058 1	0.038 3	30.30	34.08
	D	0.223 4	0.163 9	0.071 1	0.045 9	26.63	35.44
单人跳跃 1.7 Hz	A	0.166 6	0.112 6	0.032 8	0.023 3	32.41	28.96
	B	0.202 7	0.170 9	0.051 7	0.036 6	15.69	29.21
	C	0.155 7	0.115 0	0.035 4	0.026 1	26.14	26.27
	D	0.208 7	0.160 7	0.047 3	0.034 0	23.00	28.12
单人跳跃 2.0 Hz	A	0.269 1	0.201 4	0.125 0	0.097 3	25.16	22.16
	B	0.411 5	0.317 7	0.215 5	0.167 3	22.79	22.37
	C	0.324 7	0.234 7	0.147 1	0.115 8	27.72	21.28
	D	0.360 8	0.260 5	0.193 2	0.134 5	27.80	30.38

由表 5 可知,安装 TMD 阻尼器之前各个工况下人行桥结构振幅较大;而安装 TMD 系统之后各个工况下的人行桥结构振幅变小,桥梁结构振动有改善.从减振效果来看,对于加速度峰值来看,最小减振率为 15.69%,最大减振率为 41.78%,平均减振率为 28.39%;对于加速度均方根值来看,平均减振率为 22.37%,与峰值加速度数据结果相近.

但在 9 人踏步 1.7 Hz 的激励下的测试工况,测点 C 的加速度均方根值计算的减振率为负值,即安装 TMD 阻尼器后加速度响应的均方根值不但没有减小,反而增大.由所得数据分析可知,引起 TMD 系统减振率为负值的主要原因:①原有桥梁结构的动力特性由于 TMD 阻尼器的安装会有改变,造成原有桥梁结构中不敏感振动频率变成敏感振动频率;②现场测试过程中,安装 TMD 阻尼

器前后工况激励并不能达到完全一样,所以并不能达到 1.7 Hz 的理论谐波荷载.

3 结 论

(1)基于随机振动理论的加速度均方根值作为桥梁结构振动舒适度评价指标,与现行的加速度峰值评价指标相比,理论更加成熟.

(2)现行的加速度峰值评价指标忽略了振动的时间历程,丢失了很多信息;而采用加速度均方根值作为振动舒适度评价指标,可以更全面更合理地评价人行桥的舒适度.

(3)通过某人行斜拉桥的现场检测和随机振动分析,发现加速度峰值在舒适度评价过程中存在缺陷,特定情况下不能得出合理结果;而加速度均方根值评价指标更加全面合理,在各种情况下都能得出合理结果.

参考文献

[1] ALI S, THAMBIRATNAM D, LIU X, et al.

- Performance evaluation of innovative composite pedestrian bridge [J]. Structures, 2020, 26: 845-858.
- [2] SHIWAKOTI N, SHI X, YE Z. A review on the performance of an obstacle near an exit on pedestrian crowd evacuation [J]. Safety science, 2019, 113: 54-67.
 - [3] ZHU Y, CHEN G, LI X, et al. Comfort assessment for rehabilitation scaffold in road-railway bridge subjected to train-bridge-scaffold coupling vibration [J]. Engineering structures, 2020, 211: 110426.
 - [4] WEI X, BROECK P V D, ROECK G D, et al. A simplified method to account for the effect of human-human interaction on the pedestrian-induced vibrations of footbridges [J]. Procedia engineering, 2017, 199: 2907-2912.
 - [5] 操礼林, 吕亚兵, 曹栋, 等. 行人动力学参数对大跨简支人行桥人致振动的影响分析 [J]. 东南大学学报(自然科学版), 2020, 50(2): 260-266.
(CAO Lilin, Lü Yabing, CAO Dong, et al. Influence analysis of pedestrian dynamic parameters on human-induced vibration of long span simply supported footbridge [J]. Journal of southeast university (natural science edition), 2020, 50(2): 260-266.)
 - [6] MULAS M G, LAI E, LASTRICO G. Coupled analysis of footbridge-pedestrian dynamic interaction [J]. Engineering structures, 2018, 176: 127-142.
 - [7] PRATO C A, PINTO F, CEBALLOS M A, et al. Dynamic tests for assessment of pedestrian comfort for design of a stayed highway bridge [J]. Procedia structural integrity, 2017, 5: 332-339.
 - [8] RHODE-BARBARIGOS L, HADJ ALI N B, MOTRO R, et al. Designing tensegrity modules for pedestrian bridges [J]. Engineering structures, 2010, 32(4): 1158-1167.
 - [9] ZUO D, HUA J, DEAN V L. A model of pedestrian-induced bridge vibration based on full-scale measurement [J]. Engineering structures, 2012, 45: 117-126.
 - [10] 贾伟红, 张志平, 苏凡. 人行斜拉桥力学性能及舒适度分析 [J]. 公路, 2019, 64(7): 174-178.
(JIA Weihong, ZHANG Zhiping, SU Fan. Mechanical properties and comfort analysis of pedestrian cable-stayed bridges [J]. Highway, 2019, 64(7): 174 - 178.)
 - [11] 马龙宝. 某钢结构人行桥人致侧向振动及舒适度分析 [J]. 中国市政工程, 2017(5): 8-11, 95-96.
(MA Longbao. Human-induced lateral vibration & comfort analysis of some steel structure pedestrian bridge [J]. China municipal engineering, 2017, (5): 8-11, 95-96.)
 - [12] 傅科奇, 胡佐平, 王成树. 大跨径人行桥人致振动舒适度分析 [J]. 公路交通技术, 2015(3): 52-56.
(FU Keqi, HU Zuoping, WANG Chengshu. Analysis for comfort of pedestrian induced vibration on large span pedestrian bridges [J]. Technology of highway and transport, 2015(3): 52-56.)
 - [13] 张天申, 杨光, 王元清, 等. 某钢桁架人行天桥现场检测与安全性评定 [J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2013, 29(3): 477-483.
(ZHANG Tianshen, YANG Guang, WANG Yuanqing, et al. Detecting and safety evaluation of steel truss of a certain footbridge [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2013, 29(3): 477-483.)
 - [14] 贾布裕, 颜全胜, 余晓琳, 等. 考虑行人随机性的人行桥人致横向振动稳定性分析 [J]. 工程力学, 2019, 36(1): 155-164.
(JIA Buyu, YAN Quansheng, YU Xiaolin, et al. Stability analysis on pedestrian-induced lateral vibration of footbridges considering pedestrian stochastic excitation [J]. Engineering mechanics, 2019, 36(1): 155-164.)
 - [15] 操礼林, 曹栋, 张志强, 等. 随机人群行走下人行桥动力特性参数及加速度响应 [J]. 东南大学学报(自然科学版), 2018, 48(6): 1028-1035.
(CAO Lilin, CAO Dong, ZHANG Zhiqiang, et al. Dynamic characteristic parameter and acceleration response of footbridge under random crowd walking [J]. Journal of southeast university (natural science edition), 2018, 48(6): 1028-1035.)
 - [16] STANKO D, GÜLERCE Z, MARKUŠIĆ S, et al. Evaluation of the site amplification factors estimated by equivalent linear site response analysis using time series and random vibration theory based approaches [J]. Soil dynamics and earthquake engineering, 2019, 117: 16-29.
 - [17] 李永乐, 孙超, 向活跃, 等. 三维随机激励作用下斜拉索参数振动的有限元分析 [J]. 桥梁建设, 2017, 47(2): 19-24.
(LI Yongle, SUN Chao, XIANG Huoyue, et al. Finite element analysis of parametric vibration of stayed cable under three-dimensional random excitation [J]. Bridge construction, 2017, 47(2): 19-24.)
 - [18] 乔云强, 吴桂楠. 单主缆悬索桥人致振动研究及减振控制 [J]. 世界桥梁, 2018, 46(2): 68-73.
(QIAO Yunqiang, WU Guinan. Study of human-induced vibration on suspension bridge with one main cable and vibration mitigation control [J]. World bridges, 2018, 46(2): 68-73.)
 - [19] CAO Q, HU S J, LI H. Evaluating response of simple oscillators to a particular kind of time-frequency non-separable evolutionary stochastic processes [J]. Probabilistic engineering mechanics, 2020, 61: 125-131.
(责任编辑: 杨永生 英文审校: 刘永军)