

# 基于奇异值分解的混凝土工字梁应力超声测试

郑 罡,田 川,吴俊亭,郭增伟

(重庆交通大学省部共建山区桥梁及隧道工程国家重点实验室,重庆 400074)

**摘要** 目的 在特定荷载模式下,研究混凝土梁应力的超声测试,提出并验证一种基于超声信号奇异值分解的应力测试方法.方法 在弹性范围内的若干荷载等级下,采集三点弯曲混凝土工字梁模型的超声波形并组成矩阵,构造一个由其奇异向量线性叠加的特性向量,使得该向量与超声波形的内积为应力的线性函数,由此建立超声信号与混凝土梁应力之间的线性拟合关系.结果 平均意义上,由笔者方法得到的超声信号应力指标与混凝土梁应力严格满足线性关系;在文中试验条件下用该方法测试应力,相对误差小于14%.结论 针对混凝土梁应力的超声测试,笔者提出的测试方法在三点弯曲工字梁模型上得到试验验证.

**关键词** 超声尾波;混凝土工字梁;应力测试;奇异值分解

中图分类号 TU391 文献标志码 A

## Ultrasonic Stress Test of Concrete I-beam Based on Singular Value Decomposition

ZHENG Gang, TIAN Chuan, WU Junting, GUO Zengwei

(Co-constructing State Key Laboratory of Mountain Bridge and Tunnel Engineering by Province and Ministry, Chongqing Jiaotong University, Chongqing, China, 400074)

**Abstract:** Based on ultrasonic signal and the SVD (singular value decomposition) method, a new approach for testing the stress of concrete beams under specific load modes is proposed and verified. The ultrasonic signal of a concrete I-beam model under the three-point bending loads with 22 load levels within the elastic range is collected and composed into a matrix. A characteristic vector is constructed by linear superposition of the singular vector of the signal matrix, so that the inner product of the vector and the ultrasonic signal turns to be a linear function of the stress, and then a linear fitting relationship between the signal and the stress can be established. The results show that, in the sense of mathematical expectation, the stress indicator obtained by this method is strictly a linear function of the stress, and, under the experimental conditions described in this paper, the relative error of stress indicator is less than 14%. It is concluded that the stress measurement method proposed in this paper is validated with experimental results from the

收稿日期:2019-01-18

基金项目:国家自然科学基金项目(51978112,51478072,51878106)

作者简介:郑罡(1972—),男,博士,主要从事桥梁结构方面研究.

concrete I-beam model.

**Key words:** ultrasonic coda wave; concrete I-beam; stress test; singular value decomposition

在结构应力测试方面,近几十年来,众多学者已开展过大量研究并取得了积极进展<sup>[1]</sup>,其中超声测试以实时、便捷等优点备受关注<sup>[2]</sup>.超声尾波具有信息丰富和对应力变化敏感等特点,使其成为岩石应力和混凝土应力测试研究的一个热点<sup>[3-5]</sup>.2009年,E. Larose 等<sup>[6]</sup>在实验室内,证明利用尾波干涉测量单轴应力混凝土试块的波速变化,灵敏度可达十万分之一量级.后续研究<sup>[7-10]</sup>表明,尾波干涉测量混凝土应力的分辨率可达0.01~0.1 MPa.

文献[11-12]指出了尾波干涉技术的一些不足:E. Niederleithinger 等<sup>[11]</sup>指出尾波干涉在区别波形类别、判断方向性及预估测量上限等方面存在局限性;A. Deraemaeker 和 C. Dumoulin<sup>[12]</sup>则提出直达波干涉技术,以在尾波干涉的高分辨率与直达波飞行时间测量的可靠性之间取得好的平衡.实际上,在应力的超声测试领域,已出现一些区别于尾波干涉的新技术:文献[13]指出某些超声非线性参数可作为表征应力变化的定量指标;文献[14]则综述了具有三轴应力测试能力的超声技术.

笔者利用奇异值分解算法(SVD)在信号特征提取方面的优势,在前期取得尾波干涉技术经验的基础上<sup>[15-17]</sup>,对混凝土工字梁应力进行了超声尾波测试:在弹性范围内的若干荷载等级下,通过采集三点弯曲混凝土工字梁模型的超声波形并组成矩阵,构造了一个由其奇异向量线性叠加得到的特性向量,使得该向量与超声波形的内积为应力的线性函数.通过此方法建立超声信号与混凝土梁应力之间的线性拟合关系.研究表明,在平均意义上,由笔者方法得到的超声信号应力指标与混凝土梁应力具有严格的线性关系;在文中试验条件下,相对误差小于14%.

## 1 试验系统

借鉴文献[8-10]中关于混凝土试件超声测试的试验方案,笔者设计了三点弯曲加载试验梁的应力超声测试系统,对22个荷载等级下的梁应力进行超声测试.

### 1.1 系统组成

试验系统主要由试验梁、三点弯曲加载系统和超声测试系统等三部分组成,总体布置如图1所示.

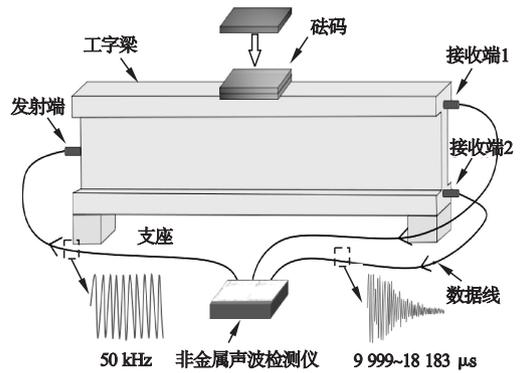


图1 试验系统示意图

Fig. 1 Test system

#### 1.1.1 试验梁

试验梁采用钢筋混凝土工字梁,梁体长2 m,高0.45 m;顶底板宽30 cm,厚10 cm;腹板高25 cm,厚10 cm.配筋如图2所示,混凝土标号为C30.

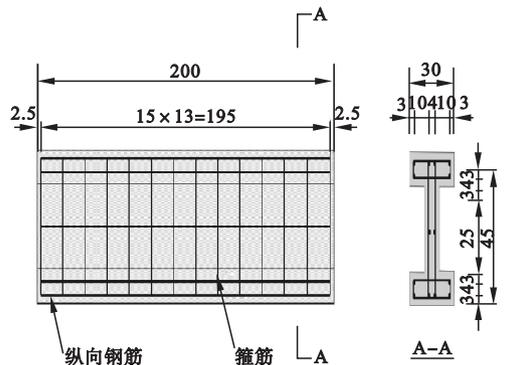


图2 配筋图

Fig. 2 Reinforcement detail

### 1.1.2 三点弯曲加载系统

通过设置梁底支座和跨中砝码实现三点弯曲加载. 支座采用 C30 素混凝土长方体 ( $55\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 15\text{ cm}$ ), 两支座长边外缘分别与梁两端横截面对齐(见图3). 加载砝码采用定制钢砝码, 尺寸为  $400\text{ mm} \times 300\text{ mm} \times 30\text{ mm}$ , 质量为  $(27.5 \pm 0.4)\text{ kg}$ , 布置于梁顶中心位置, 如图4所示.

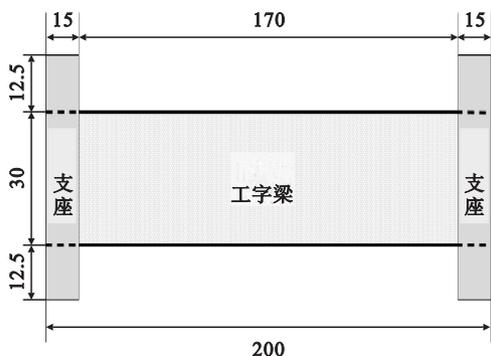
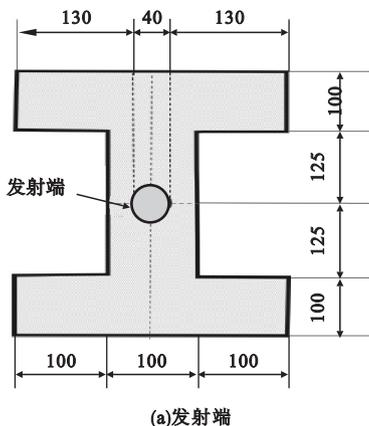


图3 支座布置图

Fig. 3 Arrangement of supports



(a)发射端

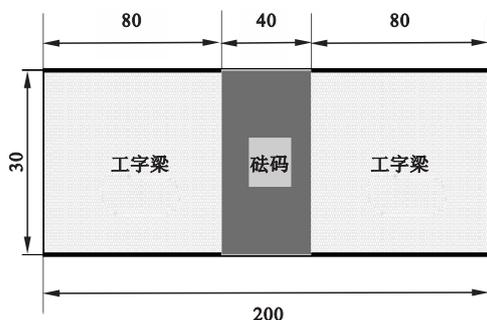


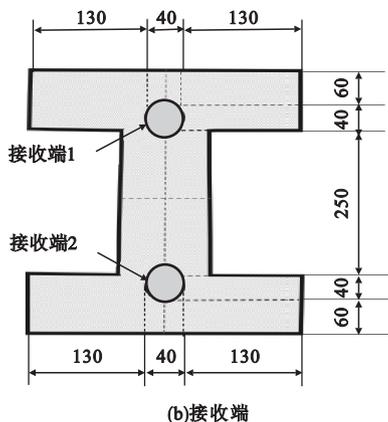
图4 砝码布置图

Fig. 4 Weight layout

### 1.1.3 超声测试系统

超声测试系统包括主体部分和辅助部分. 主体部分由超声测试仪、换能器、导线和数据线组成; 辅助部分主要由换能器固定装置、耦合剂和砝码隔离层组成.

超声测试仪型号 RSM - SY5(T), 支持单发双收测试模式. 换能器型号 JHP01, 共3只: 1只用于发射端, 布置于梁一端横截面中心; 另2只用于接收端, 布置于梁另一端截面顶底板对称轴下部(见图5).



(b)接收端

图5 换能器布置图

Fig. 5 Transducer layout

换能器固定装置由 PVC 塑料管、三角支撑架、弹簧和盖子等组成(见图6). 耦合剂采用黄油, 均匀涂抹于图6中换能器底面与梁端面之间, 以传递两者间的超声能量. 砝码隔离层采用木板, 置于第一块砝码与试验梁顶面之间, 以减轻超声能量泄露.

## 1.2 仪器参数

RSM - SY5(T)型超声测试仪需设置采

样长度、采样间隔、增益、脉宽、触发延时、跨距6个参数. 各参数取值如下: 采样长度取值1024点, 为仪器支持的最大值, 以尽可能采集更多信号; 采样间隔取值  $8\text{ }\mu\text{s}$ , 为多次调试后的经验设定值, 以取得采样时长与采样频率的平衡; 增益取值200 dB, 该值是在确保不过载情况下设置的最大值(增益取值不改变信号内容, 但设置过大会造成过载“削

峰”,过小则降低数字信号的分辨率);脉宽取值 $5\ \mu\text{s}$ ,该值为仪器最大脉宽,以获得最大超声能量;触发延时取值 $9\ 999\ \mu\text{s}$ ,以便于采集尾波;跨距取值 $2\ 000\ \text{mm}$ ,该值为梁长。

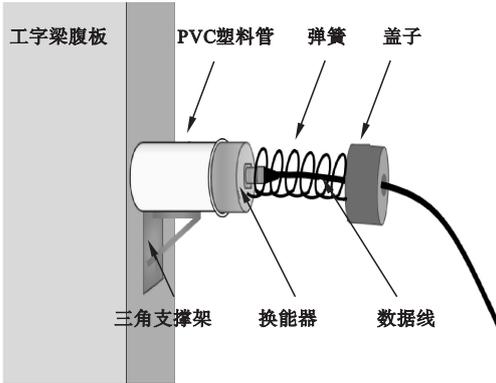


图6 换能器固定装置

Fig. 6 Transducer retainer

## 2 试验过程与数据采集

### 2.1 试验过程

整个试验由8轮重复加载试验组成,试验装置如图7所示。

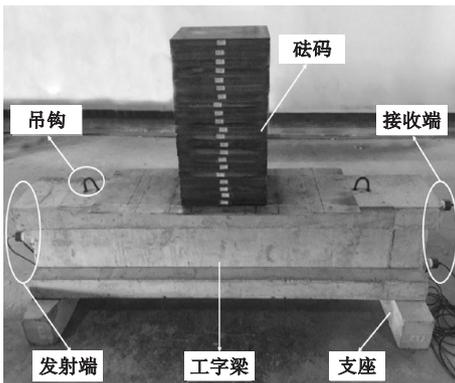


图7 试验装置

Fig. 7 Test setup

第1轮试验前,先进行加载系统预备和测试仪器预热,待加载系统和仪器示值稳定后进行正式测试。加载试验的预备状态为梁受其自重、隔离层(木板)自重的状态,称此状态为0级加载状态,也称基准状态。每轮加载试验按以下步骤进行。

第一步:试验系统在0级加载状态(基

准状态)下稳定 $2\ \text{min}$ 后,进行该状态的超声测试。

第二步:从第1级到第21级逐级增加放置砝码,每级砝码放置稳定 $2\ \text{min}$ 后,进行相应加载等级下的超声测试。

第三步:待22级(0级,1级,2级,⋯,21级)加载测试完成后,从第21级到第1级逐级减少砝码,卸载到0级加载状态。

每轮试验完成上述步骤后,即可再按上述步骤,进行下一轮重复加载试验。

### 2.2 数据采集

上述每轮每级加载试验的超声测试中,每个接收端的每次读数均可得到超声尾波信号的一条记录,每条记录为 $1\ 024$ 个点,重复读数11次可采集到11条记录。通过8轮重复试验,每轮试验分22个荷载等级进行加载,每级加载读数(采集)11次,每次读数得到1条含 $1\ 024$ 点的超声记录,故通过每个接收端可采集到一个 $1\ 024 \times 11 \times 22 \times 8$ 的数据矩阵,记为 $W_j^4$ , $j$ 代表接收端编号,取值1或2。

## 3 试验数据处理

### 3.1 数据预处理

对上述矩阵 $W_j^4$ 进行预处理:①对每轮每级加载下的11条超声记录进行平均;②对8轮重复测试数据进行平均。

经预处理后,由每个接收端可得到一个 $1\ 024 \times 22$ 的矩阵,记为 $W_j$ ,称其为总平均矩阵。由于两接收端的数据处理结果基本一致,故仅选用接收端1的数据矩阵 $W_1$ 作分析示例。

### 3.2 波形分析

接收端1所得总平均矩阵 $W_1$ 中的22条平均波如图8所示。由图8右下图所示某局部时段的波形可以看出,在该时段,随着荷载增大,波形沿时间轴的另一方向移动;随着荷载减小,波形则沿相反方向移动。这表明波形移动与梁应力之间的关系是单调(递增或

递减)的函数关系.该现象与文献[7-10]所述情况基本一致.文献[7-10]对此现象给出了解释:试件中超声传播路径的长度与应力间存在线性关系.

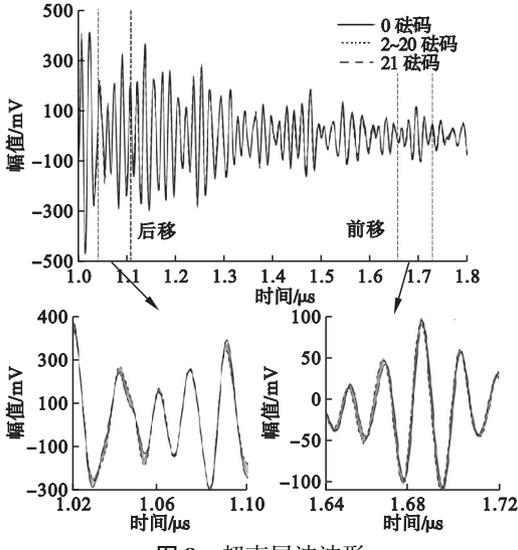


图8 超声尾波波形

Fig. 8 Ultrasonic coda waves

但从图8右下图所示另一局部时段的波形可以看出,在该时段,当荷载达到某一等级时,无论荷载增大还是减小,波形总是沿时间轴的单个方向移动.这表明波形移动与梁应力之间的函数关系不具有单调(递增或递减)性质.笔者认为,造成这一现象的原因在于试验中梁应力的多轴特性和应力反号特性:梁截面同时存在剪应力和正应力,处于多轴应力状态;剪应力和正应力分别在跨中位置和横截面中性轴位置反号.试验梁应力的这两种特性使得梁内超声传播路径出现较为复杂的伸长、缩短及畸变等现象,导致超声波形沿时间轴的运动与荷载的关系失去单调性.

如引言所述,在混凝土应力的超声测试领域,尾波干涉技术的主要优势在于高分辨率.但该技术依赖于一个隐含的前提条件:应力与波形移动的函数关系具有单调性.文献[18]指出,当被测量在空间中非均匀变化时,尾波干涉技术就可能不能恰当地提取被测量的特征.文中试验条件下,梁应力的空

间分布显然不具有均匀性,同时,试验数据也显示出应力与波形移动的函数关系不具有单调性,难以采用尾波干涉技术进行应力测试.为此,笔者提出了一种新的应力测试方法,即基于超声矩阵奇异值分解的应力测试方法,以克服这一困难.

### 3.3 基于奇异值分解的数据处理

#### 3.3.1 超声矩阵的奇异值分解

对矩阵  $W_1$  进行奇异值分解,可得:

$$W_1 = U \Sigma V^T. \quad (1)$$

式中:  $U$  和  $V$  分别为  $m \times m$  和  $n \times n$  的正交矩阵;  $\Sigma$  为  $m \times n$  的对角矩阵;  $T$  表示转置运算.文中  $m$  和  $n$  取值分别为 1024 和 22.  $\Sigma$  由下式定义:

$$\Sigma = \begin{cases} (\text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p), \mathbf{0}), & m < n; \\ (\text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p)), & m = n; \\ (\text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p), \mathbf{0})^T, & m > n. \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{0}$  为零矩阵;  $p$  取值为  $\min(m, n)$ ;  $\sigma_p$  为  $W_1$  的奇异值,且  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_p \geq 0$ ; 文中  $m > n$ , 故  $\Sigma$  应取右端第三式.

$U$  与  $V^T$  均为酉矩阵,满足:

$$U^H U = E_{m,m}. \quad (3)$$

$$V^T (V^T)^H = E_{n,n}. \quad (4)$$

式中:  $H$  表示共轭转置运算;  $E_{m,m}$  和  $E_{n,n}$  分别为阶次  $m$  和  $n$  的单位矩阵.

#### 3.3.2 超声特性向量的构造

现构造一行向量  $w_L$ , 使其与矩阵  $W_1$  的乘积向量等于某预设行向量  $q_x$ , 即:

$$q_x = w_L U \Sigma V^T. \quad (5)$$

式中:  $L$  和  $x$  分别代表荷载模式和应力等级(文中  $L$  表示三点弯曲荷载模式,  $x$  表示 22 个荷载等级对应,  $x = 0, 1, \dots, 21$ ). 对式(5)两边进行右乘运算, 可得  $w_L$ , 即:

$$q_x (V^T)^H \Sigma^{-1} U^H = w_L. \quad (6)$$

预设向量  $q_x$  的具体形式由数据处理的目的是建立超声信号与混凝土梁应力之间的线性拟合关系,

因此要求  $q_x$  的元素是关于荷载等级  $x$  的线性函数. 取  $x = [0, 1, \dots, 21]$ , 即:

$$q_x = ax + b. \tag{7}$$

式中:  $a$ 、 $b$  为待定的线性系数.  $a$ 、 $b$  由如下定解条件确定: ①当  $x$  取最大值  $x_{\max}$  时(文中  $x_{\max} = 21$ ), 令  $ax + b = 1$ , 以实现最大幅值的归一化; ②使  $w_L$  的范数取最大值.

实际上, 对于任意的线性系数  $a$ 、 $b$ , 总可由式(6)得到对应的  $w_L$ . 但满足定解条件的  $a$ 、 $b$  则是唯一的, 称这组唯一的  $a$ 、 $b$  为最优系数, 记为  $a_0$ 、 $b_0$ ; 将此时的  $q_x$  和  $w_L$  分别称为基准向量和超声特性向量, 并记为  $q_c$  和  $w_c$ . 以荷载等级  $x$  为水平坐标, 以  $q_c$  中与  $x$  对应的元素  $a_0x + b_0$  为竖向坐标, 可绘出基准向量  $q_c$ , 如图9所示.

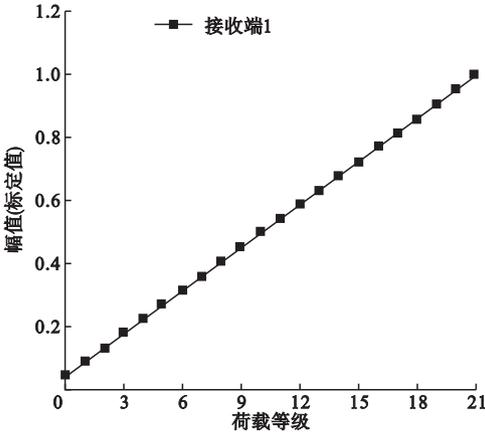


图9 基准向量与荷载等级的线性关系

Fig. 9 Linear relationship between reference vector and load grade

由式(6)、式(7)和图9可知, 超声特性向量  $w_c$  有以下性质: 其与矩阵  $W_1$  中任意一条超声波的内积严格正比于对应荷载. 在特定荷载模式下, 考虑到梁的应力与其荷载等级成正比, 表明在平均意义上, 超声特性向量  $w_c$  与超声测试向量的内积正比于梁应力, 两者间具有严格线性关系.

### 3.3.3 基于超声特性向量的应力测试

获得超声特性向量  $w_c$  后, 可按如下方式提取超声中的应力信息, 测得应力值:

(1) 在三点弯曲模式下, 对梁进行超声

测试, 采集超声尾波  $w_s$ .

(2) 计算超声尾波  $w_s$  与超声特性向量  $w_c$  的内积  $s_x$ , 称  $s_x$  为应力指标.

(3) 在图9中基准向量与荷载等级关系的标定曲线上, 以应力指标  $s_x$  为距离, 作直线平行于水平坐标轴, 取该直线与标定曲线交点的水平坐标值为荷载等级, 可算得梁在该荷载等级下的应力值, 该值即为应力测试值.

## 4 测试误差分析

试验中对各级荷载均进行了8轮重复试验, 每轮试验中每级荷载的超声记录均重复读数(采集)11次. 因此每级荷载的超声波有  $11 \times 8$  条记录. 由于各次读数之间及各轮试验之间不可避免地存在数据波动, 因此, 本节对这两种波动引起的应力测试误差进行分析. 笔者将各轮试验和各次读数的应力测试误差分别称为应力复测误差和应力读数误差.

### 4.1 应力复测误差

每轮重复试验得到的超声数据矩阵为  $1\ 024 \times 11 \times 22$  的三维矩阵, 对其中11次重复读数进行平均, 得到  $1\ 024 \times 22$  的二维矩阵, 记为  $W_k, k = 1, 2, \dots, 8$ . 用超声特性向量  $w_c$  左乘各  $W_k$ , 可得各轮试验中各级荷载的应力指标(见图10).

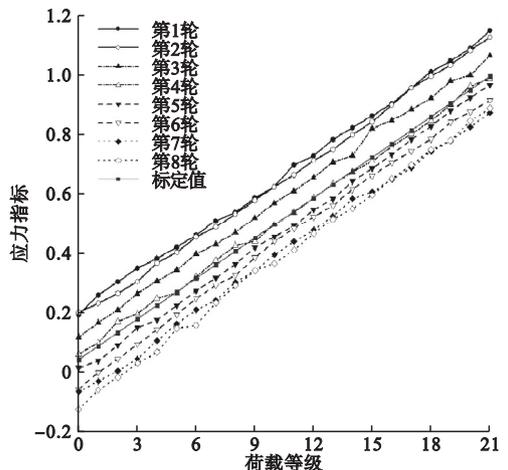


图10 各轮试验的应力指标

Fig. 10 Stress indicators of different test turns

由图 10 可以看出:

(1)各轮试验的应力指标随荷载等级的变化趋势相当,呈良好的线性特性.

(2)每轮试验的应力指标沿各自与荷载等级的线性关系曲线有小幅度波动.

(3)各轮试验的应力指标曲线之间有明显的整体平移,随着试验轮次增加,整体偏移量逐渐增大,但增幅总体变缓.

(4)分析图 10 数据可知,各轮重复试验的应力指标误差在 2% ~ 14%,该误差即应力复测误差.

针对上述现象,对图 10 中各轮重复试验结果进行进一步处理:首先对各轮试验的应力指标分别进行线性拟合,再以各自均值点为控制点进行平移,使控制点相互重合.处理结果见图 11.

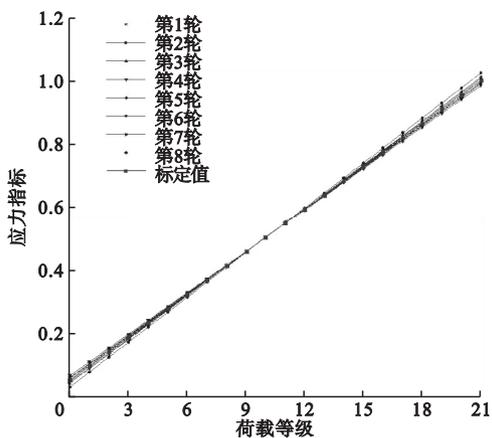


图 11 平移处理后各轮试验的应力指标

Fig. 11 Translated stress indicators of different test turns

分析图 11 数据可知,消除平移后,各轮重复试验的应力指标误差从平移前的 14% 下降到 3%,表明复测误差主要来源于整体平移.

#### 4.2 应力读数误差

每轮重复试验得到的超声数据矩阵为  $1\ 024 \times 11 \times 22$  的三维矩阵.取其中一次读数可得  $1\ 024 \times 22$  的二维矩阵,记为  $W_r, r = 1, 2, \dots, 11$ .用超声特性向量  $w_c$  左乘  $W_r$ ,可得每轮试验中各级荷载 11 次读数对应的应力指标.由于各轮试验的数据处理结果相同,故

仅选取其中一轮试验的数据作分析示例,结果如图 12 所示.

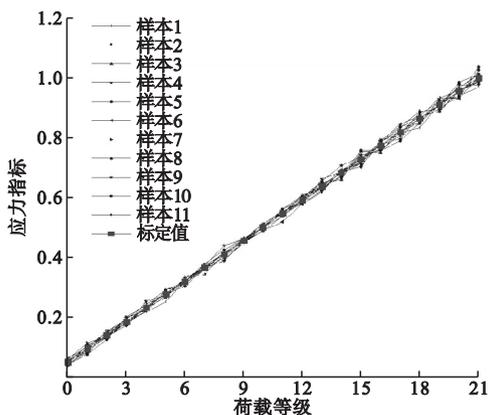


图 12 各次读数的应力指标

Fig. 12 Stress indicators of repeated readings

分析图 12 可知:各加载等级下,读数波动引起的应力指标误差在 0.5% ~ 1.0%,该误差即应力读数误差.与复测误差相比,该误差可以忽略,这一结果与文献[19]结果总体一致.文献[18]认为,其超声测试中 10 次重复读数间的离散性已小到难以觉察的程度.

## 5 结论

(1)在弹性范围内的特定荷载模式下,可由试验梁的超声数据矩阵构造一个超声特性向量,以该向量与超声波的内积作为应力指标,可建立超声信号与混凝土梁应力之间的线性拟合关系.

(2)文中试验条件下,应力复测误差最大值为 14%.消除平移量后,相对误差最大值下降到 3%,表明复测误差主要来源于整体偏移.

(3)文中试验条件下,应力读数误差在 0.5% ~ 1.0%,与复测误差相比,该误差可以忽略.

(4)针对混凝土梁应力的超声测试,笔者提出的测试方法在三点弯曲工字梁模型上得到试验验证.

#### 参考文献

[1] 庄晨旭,张劲泉,蒋含莹.混凝土应力检测技

- 术研究综述 [J]. 公路交通科技, 2016, 33 (3): 43 - 51.  
(ZHUANG Chenxu, ZHANG Jinquan, JIANG Hanwan. Review of concrete stress testing technologies [J]. Journal of highway and transportation research and development, 2016, 33 (3): 43 - 51.)
- [2] 刘新建, 许锡宾, 林军志. 混凝土声弹应力测试技术的新进展 [J]. 重庆交通大学学报 (自然科学版), 2012, 31 (2): 252 - 256.  
(LIU Xinjian, XU Xibin, LIN Junzhi. Advances in concrete acoustoelastic stress measurement technology [J]. Journal of Chongqing jiaotong university (natural science), 2012, 31 (2): 252 - 256.)
- [3] 宋丽莉, 葛洪魁, 郭志伟, 等. 利用多次散射波监测介质性质变化的试验研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31 (4): 713 - 722.  
(SONG Lili, GE Hongkui, GUO Zhiwei, et al. Experimental study of variation of media properties monitoring using multiple scattering waves [J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2012, 31 (4): 713 - 722.)
- [4] POUPINET G, ELLSWORTH W L, FRECHET J. Monitoring velocity variations in the crust using earthquake doublets: an application to the Calaveras Fault, California [J]. Journal of geophysical research solid earth, 1984, 89 (B7): 5719 - 5731.
- [5] LOBKIS O I, WEAVER R L. Coda-wave interferometry in finite solids: recovery of p-to-s conversion rates in an elastodynamic billiard [J]. Physical review letters, 2003 (90): 254 - 302.
- [6] LAROSE E, HALL S. Monitoring stress related velocity variation in concrete with a  $10^{-5}$  relative resolution using diffuse ultrasound [J]. Journal of the acoustical society of America, 2009, 125 (4): 1853 - 1856.
- [7] SCHURR D P. Monitoring damage in concrete using diffuse ultrasonic coda wave interferometry [C]. Atlanta: Georgia Institute of Technology, 2010.
- [8] STÄHLER S C, SENS-SCHONFELDER C, NIEDERLEITHINGER E. Monitoring stress changes in a concrete bridge with coda wave interferometry [J]. Journal of the acoustical society of America 2011, 129 (4): 1945 - 1952.
- [9] SHOKOUHI P, ZOËGA A, WINGGENHAUSER H, et al. Surface wave velocity-stress relationship in uniaxially loaded concrete [J]. ACI materials journal, 2012, 109 (2): 141 - 148.
- [10] PAYAN C, GARNIER V, MOYSAN J. Potential of nonlinear ultrasonic indicators for nondestructive testing of concrete [J]. Advances in civil engineering, 2010 (1): 1 - 8.
- [11] NIEDERLEITHINGER E, WANG X, HERBRAND M, et al. Processing ultrasonic data by coda wave interferometry to monitor load tests of concrete beams [J]. Sensors, 2018, 18 (6): 1971.
- [12] DERAEMAEKER A, DUMOULIN C. Embedding ultrasonic transducers in concrete: A lifelong monitoring technology [J]. Construction and building materials, 2019, 194: 42 - 50.
- [13] GUZ A N. Ultrasonic nondestructive method for stress analysis of structural members and near-surface layers of materials: focus on Ukrainian research (review) [J]. International applied mechanics, 2014, 50 (3): 231 - 252.
- [14] JIANG H, ZHANG J, JIANG R. Stress evaluation for rocks and structural concrete members through ultrasonic wave analysis: review [J]. Journal of materials in civil engineering, 2017, 29 (10): 0401712.
- [15] 庄晨旭. 基于尾波干涉法的混凝土应力测量方法研究 [D]. 北京: 交通运输部公路科学研究所, 2016.  
(ZHUANG Chenxu. Research on concrete stress measurement with coda wave interferometry [D]. Beijing: Research Institute of Highway Ministry of Transport, 2016.)
- [16] 叶旺. 基于尾波干涉的钢筋混凝土梁应力测试的初步试验研究 [D]. 重庆: 重庆交通大学, 2017.  
(YE Wang. Coda wave array based preliminary experimental study of stress test in reinforced concrete beam [D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2016.)
- [17] ZHANG J, HAN B, XIE H B, et al. Correlation between coda wave and stresses in uni-axial compression concrete [J]. Applied sciences, 2018, 8 (9): 1609.
- [18] ZHANG Y X, PLANÈS T, LAROSE E, et al. Diffuse ultrasound monitoring of stress and damage development on a 15 - ton concrete beam [J]. Journal of the acoustical society of America, 2016, 139 (4): 1691 - 1701.
- [19] BOMPAN K F, HAACH V G. Ultrasonic tests in the evaluation of the stress level in concrete prisms based on the acoustoelasticity [J]. Construction and building materials, 2018 (162): 740 - 750.  
(责任编辑: 杨永生 英文审校: 刘永军)