

高速电主轴转子系统临界转速的计算与分析

石怀涛^{1,2},赵纪宗¹,张宇¹,杨易霖³

(1. 沈阳建筑大学机械工程学院,辽宁 沈阳 110168;2. 沈阳建筑大学高档石材数控加工装备与技术国家地方联合工程实验室,辽宁 沈阳 110168;3. 北京化工大学机电工程学院,北京 100029)

摘要 目的 为减小传统传递矩阵法计算高速电主轴转子系统临界转速产生的误差,分析高转速对主轴系统的影响,解决传统矩阵法运算精度降低的问题. 方法 以170SD30电主轴作分析对象,考虑陀螺力矩和剪切等影响因素,利用Riccati传递矩阵法建立电主轴理论模型,同时运用Matlab编程并计算高速电主轴前3阶临界转速和固有频率等动力学参数. 结果 仿真数据与实验数据对比,Riccati传递矩阵法与实验结果最大误差为7.2%,比传统传递矩阵法精度提高了2.3%. 结论 验证了Riccati传递矩阵法准确性与可行性,提高了传递矩阵法的计算速度与计算稳定性.

关键词 高速电主轴;传递矩阵法;临界转速;固有频率

中图分类号 TG155.1

文献标志码 A

Calculation and Analysis of Critical Speed of High Speed Motorized Spindle Rotor System

SHI Huaitao^{1,2}, ZHAO Jizong¹, ZHANG Yu¹, YANG Yilin³

(1. School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168; 2. National Engineering Laboratory of High-grade Stone Material Numerical Control Machining Equipment and Technology, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168; 3. Mechanical and Electrical Engineering, Beijing University of Chemical Technology, Beijing, China, 100029)

Abstract: In order to reduce the error caused by the traditional transfer matrix method for calculating the critical rotational speed of the high speed motor spindle rotor system, the influence of high speed on the spindle system is analyzed, solving the problem of reduced precision of traditional matrix method. The 170SD30 electric spindle is used as the analysis object, taking into account the influence factors such as gyro torque and shear, etc. Riccati transfer matrix method is used to establish the theoretical model of electric spindle. At the same time, Matlab is used to program and calculate the first three critical speed and natural frequency dynamic parameters of the high-speed electric spindle. Finally, the simulation data and the experimental data are compared. The maximum error between Riccati transfer matrix method and experimental results is 7.2%, which is 2.3%.

收稿日期:2018-04-25

基金项目:国家自然科学基金项目(51705341);国家重点研发计划项目(2017YFC0703903);辽宁省自然科学基金项目(2016010623);沈阳市科技计划项目(17-231-1-28)

作者简介:石怀涛(1982—),男,副教授,博士,主要从事轧钢过程控制、复杂工业系统故障诊断等方面研究.

higher than the traditional transfer matrix method, verifies the accuracy and feasibility of the Riccati transfer matrix method, and improving the computational speed and computational stability of the transfer matrix method.

Key words: high speed motor spindle; transfer matrix method; critical speed; natural frequency

高速电主轴作为数控机床加工的核心部件,随着高速电主轴向高转速、高精度、高效率方向的发展,对电主轴本身以及电主轴的动力学特性也提出了更高的要求^[1-4].电主轴在高转速情况下运行时会不同程度产生离心力、惯性力和各种不平衡响应,当外界周期性力的频率和高速电主轴转子系统的固有频率相接近或者相等时,电主轴转子就会发生共振,这个转速即是主轴转子的临界转速.运行中表现为:转子系统在临界转速下运行时,转子会发生剧烈的振动,而转速大于或者小于某一特定的转速值或者转速范围,转子又会平稳的运行.转子在临界转速下运行,轻则使转子的振动加剧,严重影响加工零件的加工精度和质量,重则造成严重事故^[5-6].

目前高速电主轴临界转速的计算主要有3种方法:公式法、传递矩阵法和有限元法^[7-9].公式法适用于等截面的传动轴,对临界转速计算较为准确^[10];传统传递矩阵法以程序简单、耗时少和所需内存小的优点,被广泛地应用在转子的链式结构的临界转速的计算,但是随着计算频率的提高,运算的精度会降低^[11];有限元法随着计算机技术的发展能够快速准确地求出转子的临界转速,但有限元法变量多占用内存大、对计算机硬件要求极高且计算时间较长^[12-13].

笔者采用 Riccati 传递矩阵法提出新型电主轴动力学模型计算高速电主轴的临界转速,分析临界转速对高速电主轴动力学特性的影响.根据传统传递矩阵法的原理与求解方法,运用 Riccati 传递矩阵法对 170SD30 高

速电主轴的临界转速进行计算分析,通过锤击法实验获得电主轴固有频率,最后将仿真数据和实验数据对比分析,验证了 Riccati 传递矩阵法的准确性与可行性,解决了传统传递矩阵法运算精度降低的问题.

1 高速电主轴动力学建模

传递矩阵法首先将高速电主轴简化为集中参数力学模型,在简化过程中,按照质心不变的原则,在尽量保持高速电主轴所有动力学特性的前提下,将高速电主轴系的转子系统简化成为由集中质量和若干轴段组成的模型^[14].

1.1 模型简化

电主轴是新一代机、电、液一体化的加工中心用高速精密主轴,主要由壳体、主轴、轴承、定子和转子等零件组成^[15].图1为170SD30型电主轴的结构示意图,其前后轴承均采用角接触球轴承,主轴前端轴承型号为7015C,后端型号为7012C,定子与转子的内外径比值即是 d/D 近似于0.5.

主轴的支撑一般采用角接触球轴承,由于存在初始预紧力,会使其所承受的工作载荷能力和主轴刚度有所提高.因此,在简化高速电主轴模型时需要考虑轴承的刚度.轴承的刚度可以分为径向刚度、轴向刚度和角刚度,在实际工况下,随着转速的提高轴向刚度和角刚度都会达到一个较为稳定的值,对电主轴的动力学特性影响很小^[16].所以在简化高速电主轴模型时轴承可以简化为4个径向均布的弹簧,只考虑其径向刚度,电主轴实体简化模型如图2所示.

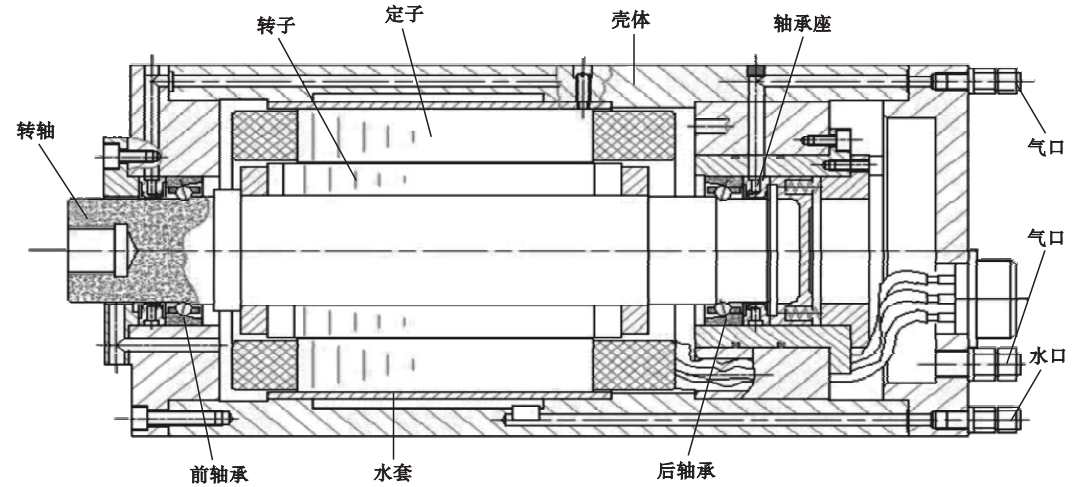


图 1 170SD30 电主轴结构图

Fig. 1 170SD30 motorized spindle structure

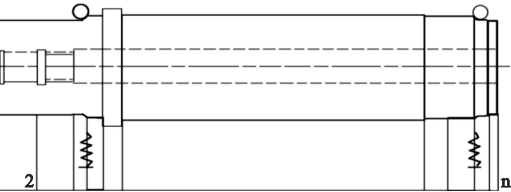


图 2 电主轴实体简化模型

Fig. 2 Simplified model of the motorized spindle

在添加预紧力通过轴承轴向预紧后,径向刚度 K_r 的计算式为^[17]

$$K_r = \delta \times 17.7236 \sqrt[3]{Z^2 D_b} \frac{\cos^2 \alpha}{\sqrt[3]{\sin \alpha}} \sqrt[3]{F_{a0}}. \quad (1)$$

式中: δ 为角接触球轴承修正系数, δ 取 1.8; D_b 为球轴承滚动体直径, 取 8 mm; Z 为轴承滚动体数量, 取 18 个; α 为接触角, 取 150° ; F_{a0} 为轴向预紧力, 取 400 N.

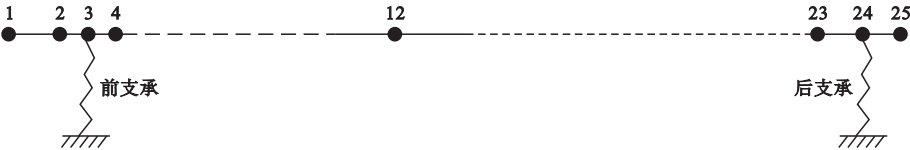


图 3 电主轴的简化力学模型

Fig. 3 Simplified mechanical model of motorized spindle

2 传统的传递矩阵法

高速电主轴转子系统是一个质量分布均匀且具有无穷自由度的弹性系统, 根据节点

1.2 节点划分

在使用传递矩阵法对高速电主轴进行模型简化时, 需要对电主轴进行节点划分, 而节点的数目将会严重影响电主轴临界转速的计算结果, 其中节点数太少计算结果不精确; 节点数太多会导致计算过程复杂, 耗费时间长, 误差增大. 根据等截面梁的计算结果, 如果要求计算的高速电主轴的临界转速误差小于 1%, 那么节点总数 N 应满足^[18]:

$$N \geq 1 + 5.34r. \quad (2)$$

式中: r 为要求计算的主轴固有频率或临界转速的最高阶数.

根据转子模型, 建立的电主轴动力学电主轴的简化力学模型如图 3 所示, 电主轴被划分为 25 个节点, 则 $r = 4$.

划分的原理可以把高速电主轴转子系统简化为具有多个集中质量的轴段. 分析传统传递矩阵法的原理时, 可以取第 i 个轴段作为分析对象, 该轴段截面的状态向量记为 $\mathbf{Z} = [y,$

$\theta, M, Q]^T$, 其中 y, θ, M, Q 分别为截面的径向位移, 挠角, 弯矩和剪力. 任意一个轴段两节点之间的关系可以表示为: $Z_{i+1} = T_i Z_i$, 其中 T_i 即为传递矩阵. 取 M_i 分离体则有 $y_i^R = y_i^L, \theta_i^L = \theta_i^R$ 由 D' Alembert 原理得:

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & (J_p - J_d)\omega^2 & 1 & 0 \\ m\omega^2 - K_i & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i^L \quad (3)$$

式中: m 为集中在节点的质量; ω 为转子的角速度; K 为支撑处的轴承刚度; J_p 和 J_d 为转子的转动惯量.

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} 1 + \frac{l^3}{6EI}(m\omega^2 - K_i) & 1 + \frac{l^2}{2EI}(I_p - I_d)\omega^2 \\ \frac{l^2}{2EI}(m\omega^2 - K_i) & 1 + \frac{l}{EI}(I_p - I_d)\omega^2 \\ l(m\omega^2 - K_i) & (I_p - I_d)\omega^2 \\ m\omega^2 - K_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i-1}^R$$

式中: I_p 和 I_d 为转子的极转动惯量和直径转动惯量.

以 $Q_0^R = M_0^R = Q_n^R = 0$ 为边界条件得到满足此边界条件的频率方程为

$$\Delta(\omega^2) = \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{vmatrix} = 0. \quad (6)$$

式(6)是所求的高速电主轴的频率方程式. 为求解高速电主轴的临界转速或固有频率, 首先按照一定的步长选取试算频率, 通过频率方程式求出每个试算频率的剩余量 $\Delta(\omega^2)$. 若相邻的试算频率的剩余量异号, 所求的高速电主轴的固有频率就在这 2 者之间, 然后使用最小二乘法在该区间内逐步逼近, 就能求得转子系统的临界转速和固有频率.

3 Riccati 传递矩阵法

Riccati 传递矩阵法建立的新型高速电主轴模型计算主轴的临界转速时, 在运用

取任意轴段作为分析对象, 由各个轴段之间的平衡条件及材料力学载荷与变形之间的关系可得:

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i^L = \begin{bmatrix} 1 & l_i & \frac{l_i^2}{2EI_i} & \frac{l_i^3}{6EI_i} \\ 0 & 1 & \frac{l_i^2}{EI_i} & \frac{l_i^3}{2EI_i} \\ 0 & 0 & 1 & l_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i-1}^R \quad (4)$$

式中: E 为弹性模量; l 为两个单元之间的长度; 其中 I 为截面对中性轴的惯性矩.

将(3)式和式(4)矩阵合并, 即可得到第 i 点与第 $i-1$ 点状态向量之间的关系:

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} \frac{l^2}{2EI} & \frac{l^3}{6EI} \\ \frac{l}{EI} & \frac{l^2}{2EI} \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i-1}^R \quad (5)$$

matlab 编程时考虑了陀螺力矩、剪切效应和截面系数等影响因素, 计算结果更精确, 计算速度更快^[19]. Riccati 传递矩阵法的计算原理是: 首先把轴划分为若干等质量的轴段, 然后根据轴段两端的边界条件, 从轴的一端逐步递推到另一端, 从而确定起始端的状态向量, 在反过求各个截面的状态向量; 在转速由小变大的过程中, 响应最大的点即为临界转速^[20]. 引入陀螺力矩. 正常情况下, 陀螺力矩相当于阻力矩. 但是当主轴的回转方向和主轴的转动方向时, 此时陀螺力矩相当于恢复力矩, 它会影响电主轴的刚度, 进而影响主轴的临界转速. 因此, 陀螺力矩对临界转速的影响不能忽略, 再利用 matlab 编程计算临界转速时需要加以考虑. 剪切影响的处理. 在构建电主轴的传递矩阵时, 为考虑剪切效应的影响, 要在矩阵中加入剪切影响系数:

$$v = \frac{6EI}{k_t GA l^2}. \quad (7)$$

式中: ν 剪切影响系数; E 为弹性模量; I 为截面对中性轴的惯性矩; k_t 为截面系数; G 为材料剪切模量; A 为截面积; l 为轴段的长度.

由材料力学可以得到截面系数:

$$k_t = \frac{1}{x}.$$

(8)

式中: x 为不均匀分布系数,是无量纲系数.

$$x = \frac{A}{I^2} \int_A \frac{(S_Z^m)^2}{b^2} dA,$$

(9)

$$S_Z^m = \int_A Y_1 dA.$$

(10)

通过式(9)和式(10)计算可得到不均匀分布系数 x 与电主轴的截面形状有相关. 其中圆形截面, x 由内外径的比值确定, 内外径的比值与不均匀分布系数的关系如表 1 所示. 170SD30 型电主轴为实心即是 $d/D = 0.5$, 因此 x 取 1.69.

表 1 内外径的比值与不均匀分布系数的关系

Table 1 The relationship between the ratio of inner and outer diameters and the coefficient of uneven distribution

d/D	x
0(实心)	1.11
0.5	1.69
1.0(薄壁)	2.00

Riccati 传递矩阵法把每个节点 Z 的状态矢量的 r 个元素分成 f 和 e 两组:

$$Z_i = \begin{bmatrix} f \\ e \end{bmatrix}_i.$$

(11)

式中: f 由对应于在起始界面状态矢量 Z_1 中具有零值的 $r/2$ 个元素组成; e 由其余的 $r/2$ 个互补的元素组成. 因为主轴的左端是自由端.

则有边界条件 $M_1 = 0, Q_1 = 0$. 故有 $f_i = [M, Q]_i^T, e_i = [y, \theta]_i^T$. 相邻两个截面的状态矢量之间的关系可改写为

$$\begin{bmatrix} f \\ e \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} f \\ e \end{bmatrix}_i.$$

(12)

其中:
$$u_{11i} = \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_i,$$

$$u_{12i} = \begin{bmatrix} l(m\omega^2 - K_{sj}) & (I_p - I_d)\omega^2 \\ m\omega^2 - K_{sj} & 0 \end{bmatrix}_i,$$

$$u_{21i} = \begin{bmatrix} \frac{l^2}{2EJ} & \frac{l^3}{6EJ}(1 - \nu) \\ \frac{l}{EJ} & \frac{l^2}{2EJ} \end{bmatrix}_i,$$

$$u_{22i} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{l^3}{6EJ}(1 - \nu)(m\omega^2 - K_{sj})L + \frac{l^2}{2EJ}(I_p - I_d)\omega^2 \\ \frac{l^2}{2EJ}(m\omega^2 - K_{sj}) & 1 + \frac{l}{EJ}(I_p - I_d)\omega^2 \end{bmatrix}_i,$$

将式(12)展开得:

$$\begin{cases} f_{i+1} = u_{11i}f_i + u_{12i}e_i \\ e_{i+1} = u_{21i}f_i + u_{22i}e_i \end{cases}.$$

(13)

引入如下 Riccati 变换:

$$f_i = S_i e_i.$$

(14)

式(14)中 S_i 称为 Riccati 矩阵, 是一个 $r/2 \times r/2$ 的方阵, 将式(14)代入式(12)得:

$$e_i = [u_{21} + u_{22}]_i^{-1} e_{i+1},$$

(15)

$$f_{i+1} = [u_{11}S + u_{12}]_i [u_{21}S + u_{22}]_i^{-1} e_{i+1}.$$

(16)

对比式(14)和式(16)可得 Riccati 传递矩阵的递推式:

$$S_{i+1} = [u_{11}S + u_{12}]_i [u_{21}S + u_{22}]_i^{-1}.$$

(17)

由起始截面的边界条件知 $f_1 = 0, e_1 \neq 0$, 故有初值 $S_1 = 0$. 在已知 $u_{11}, u_{12}, u_{21}, u_{22}$ 的条件下, 反复利用式(17), 就可以顺次递推得到 S_1, S_2, \dots, S_n .

对于右端截面 $N + 1$ 的节点则有:

$$f_{N+1} = S_{N+1} e_{N+1}.$$

(18)

由右端的边界条件 $f_{N+1} = 0$ 及 $e_{N+1} \neq 0$, 故式(14)非零解系统的频率方程为

$$|S|_{N+1} = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{vmatrix} = 0.$$

(19)

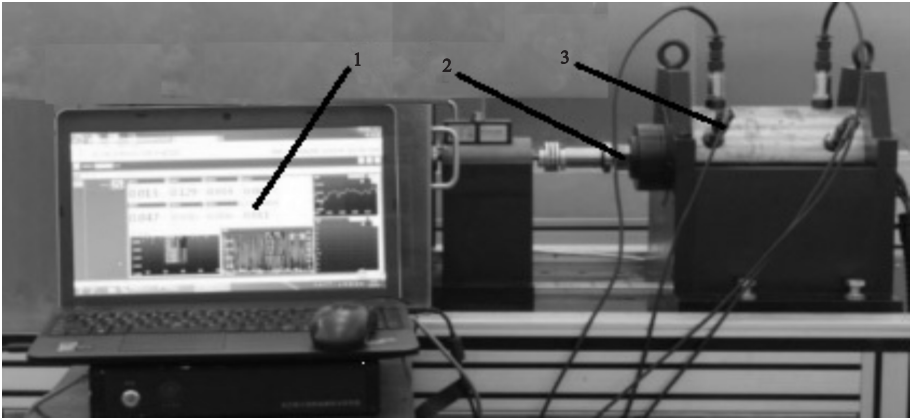
当非零解系统的频率方程满足式(19)的根 ω 即为所求的临界转速的角速度.

4 实验与结果分析

4.1 实验

为了验证 Riccati 传递矩阵法得到的高速电主轴的固有频率和临界转速的正确性,搭建了高速电主轴动态性能测试系统. 实验

采用锤击法对 170SD30 型高速电主轴进行敲击,并对输入输出信号进行激振和采集^[21]. 实验设备包括力锤、电荷放大器、加速度传感器、力传感器、信号采集器等. 实验平台如图 4 所示.



1. 信号采集器;2. 电主轴;3. 加速度传感器。

图 4 电主轴动态性能测试系统

Fig. 4 Motorized spindle dynamic performance test system

在电主轴上所安装的传感器是加速度振动传感器,是采集振动信号的主要设备,通常由质量块、阻尼器、弹性元件、敏感元件和适调电路等部分组成. 实验设备的传感器主要参数如表 2 所示.

表 2 传感器主要参数

Table 2 The main parameters of the sensor

灵敏度/ ($\text{mv} \cdot \text{g}^{-1}$)	量程/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)	采样频率/ Hz	频率响应/ Hz	测量转速/ ($\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$)
95 ~ 108	80 g	128	1 ~ 7 000	30 ~ 450 000

为得到更接近与实际工况的实验数据,降低误差,实验选取主轴前段,主轴中部和主轴后端 3 个锤击点是. 实验方法为单点响应,多点施振,具体步骤:①启动主轴,从某一低速开始运行;②用力锤对每个测点敲击 6 次,力锤加在主轴前端的冲击力为 126 N;③按照等步长提高电主轴转速,并对每一个转速下电主轴的振动响应情况进行测量和记录;④获得电主轴振动响应曲线如图 5 所示.

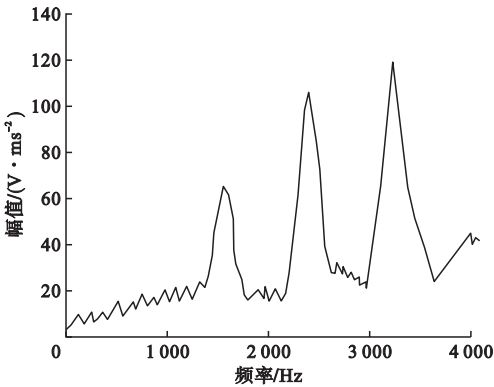


图 5 电主轴振动响应曲线

Fig. 5 Vibration response curve of electric spindle

由图 5 得到 1 767.6 Hz、2 214.0 Hz、3 186.6 Hz 分别为电主轴的前 3 阶频率,其余的波峰为外界噪声的干扰振动频率.

4.2 仿真计算与结果分析

运用 Matlab 编制传统传递矩阵法和 Riccati 法计算 170SD30 型高速电主轴临界转速的程序,可以求得转子各阶固有频率和临界转速. 初始输入电主轴的结构参数:定子外径 $D_1 = 130 \text{ mm}$,定子内径 $D_2 = 80 \text{ mm}$,轴

段长度 $l=11\text{ mm}$,把各个参数代入式(1)得支撑刚度 $K=2\,245.42\text{ N}\cdot\text{mm}$,单元质量 $m=6.0\times10^{-9}\text{ t/mm}^3$. 其中轴段材料参数入下:弹性模量 $E=20\,600\text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$,泊松比

$\mu=0.3$,密度 $\rho=7.85\text{ g/cm}^3$. 分别运行程序.求解得到主轴前3阶固有频率和临界转速,Riccati法与 Prohl 法求的固有频率与实验结果如表3和4所示.

表3 Riccati 法求得固有频率与实验结果结果对比

阶数	Riccati 法计算结果		实验结果		误差/%
	固有频率/Hz	临界转速/($\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$)	固有频率/Hz	临界转速/($\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$)	
1	1 667.9	100 074	1 767.6	106 056	5.6
2	2 058.1	123 486	2 214.0	132 840	7.0
3	2 956.5	177 390	3 186.6	191 196	7.2

表4 Prohl 法求得固有频率与实验结果结果对比

阶数	Prohl 法计算结果		实验结果		误差/%
	固有频率/Hz	临界转速/($\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$)	固有频率/Hz	临界转速/($\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$)	
1	1 661.5	99 690	1 767.6	106 056	6.0
2	2 032.5	121 950	2 214.0	132 840	8.2
3	2 890.2	173 412	3 186.6	191 196	9.5

由表3和表4相互对比可知,Riccati 传递矩阵法求得的前3阶固有频率、临界转速与实验结果的误差是5.6%、7.0%、7.2%;Prohl 法求得的前3阶固有频率、临界转速与实验结果的误差是6.0%、8.2%、9.5%. Riccati 传递矩阵法计算临界转速比传统传递矩阵计算结果精度提高了2.3%,更为接近于实际工况;高速电主轴固有频率越大临界转速越高,可以提高主轴系统的极限转速,并提高工作效率;Riccati 传递矩阵法在计算高速电主轴临界转速时的准确性与可行性.

5 结 论

(1)Riccati 传递矩阵法计算高速电主轴前3阶临界转速结果与实验数据误差都在10%以内,在允许误差范围内,验证了 Riccati 传递矩阵法求解主轴临界转速的准确性和可行性.

(2)Riccati 传递矩阵法计算高速电主轴临界转速结果比传统传递矩阵法计算的临界

转速结果精度提高了2.3%,同时提高了传递矩阵法的计算速度与计算稳定性,解决了传统传递矩阵法运算精度降低的问题.

(3)固有频率与临界转速的增大,可以有效提高主轴系统的极限转速,提高了主轴的工作效率.

参考文献

[1] 吴玉厚,张丽秀. 高速数控机床电主轴控制技术[M]. 北京:科学出版社,2013.
(WU Yuhou,ZHANG Lixiu. High speed CNC machine tool spindle control technology[M]. Beijing:Science Press,2013.)
[2] JEDRZEJEWSKI J,KOWAL Z,KWAŚNYW, et al. High-speed precise machine tools spindle units improving[J]. Journal of materials processing technology,2005,2(162):615-621.
[3] ABELE E,ALTINTAS Y,BRECHER C. Machine tool spindle units[J]. Cirpannals-manufacturing technology,2010,59(2):1-22.
[4] CAO H R, HOLKUP T, ALTINTAS Y. A comparative study on the dynamics of high speed spindles with respect to different preload mechanisms[J]. International journal of advanced manufacturing technology, 2011, 57(9):871-883.
[5] 韩清凯,王德友. 故障转子系统的非线性振动分析与诊断方法[M]. 北京:科学出版社,

2010.
(HAN Qingkai, WANG Deyou. Non-linear vibration analysis and diagnosis method of faulty rotor system [M]. Beijing: Science Press, 2010.)
- [6] 单文桃, 陈小安, 王洪昌, 等. 高速电主轴铣削稳定性研究[J]. 振动与冲击, 2017, 36(19): 242-249.
(SHAN Wentao, CHEN Xiaoan, WANG Hongchang, et al. Research on milling stability of high speed motorized spindle[J]. Journal of vibration and shock, 2017, 36(19): 242-249.)
- [7] 李超, 刘延峰, 艾丽昆. 基于混合模型的转子临界转速计算[J]. 振动与冲击, 2010, 29(11): 246-248.
(LI Chao, LIU Yanfeng, AI Likun. Calculation of rotor critical speed based on hybrid model [J]. Vibration and shock, 2010, 29(11): 246-248.)
- [8] 吴玉厚, 张郊, 张丽秀, 等. 基于传递矩阵与有限元法对陶瓷电主轴转子动力学分析[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2014, 30(3): 510-515.
(WU Yuhou, ZHANG Jiao, ZHANG Lixiu, et al. Dynamic analysis of rotor of ceramic electric spindle based on transfer matrix and finite element method [J]. Journal of shenyangjianzhu university (natural science), 2014, 30(3): 510-515.)
- [9] 黄伟迪, 甘春标, 杨世锡, 等. 高速电主轴角接触球轴承刚度及其对电主轴临界转速的影响分析[J]. 振动与冲击, 2017, 36(10): 19-25.
(HUANG Weidi, GAN Chunbiao, YANG Shixi, et al. Analysis of the stiffness of high speed motorized spindle angular contact ball bearings and its influence on the critical speed of electric spindle [J]. Journal of vibration and shock, 2017, 36(10): 19-25.)
- [10] 钟一谔, 何符宗, 王正, 等. 转子动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1987.
(ZHONG Yier, HE Yanzong, WANG Zheng, et al. Rotor dynamics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1987.)
- [11] 万浩川, 李一农, 郑玲. 改进的结构振动传递矩阵法[J]. 振动与冲击, 2013, 32(9): 173-177, 182.
(WAN Haochuan, LI Yinong, ZHENG Ling. Improved structural vibration transfer matrix method [J]. Journal of vibration and shock, 2013, 32(9): 173-177, 182.)
- [12] 欧园霞, 李彦. 转子动力特性计算中常用方法的对比分析[J]. 航空动力学报, 1994, 9(2): 142-146.
(OU Yuanxia, LI Yan. Comparison and analysis of common methods used in calculation of rotor dynamic characteristics [J]. Journal of aerospace power, 1994, 9(2): 142-146.)
- [13] 王军峰, 孙康. 基于有限元法的转子临界转速计算[J]. 机械设计, 2012, 29(12): 10-13.
(WANG Junfeng, SUN Kang. Calculation of rotor critical speed based on finite element method [J]. Journal of machine design, 2012, 29(12): 10-13.)
- [14] 杜超, 丁玉成, 赵万华, 等. 基于传递矩阵法的电主轴动力学特性分析[J]. 制造技术与机床, 2010(10): 35-138.
(DU Chao, DING Yucheng, ZHAO Wanhua, et al. Analysis of dynamic characteristics of electric spindle based on transfer matrix method [J]. Manufacturing technology & machine tool, 2010(10): 135-138.)
- [15] 李颂华, 吴玉厚. 高速无内圈陶瓷电主轴设计开发与实验研究[J]. 大连理工大学学报, 2013, 53(2): 214-220.
(LI Songhua, WU Yuhou. High-speed non-inner-type ceramic electric spindle design and development of experimental research [J]. Journal of dalian university of technology, 2013, 53(2): 214-220.)
- [16] 陈小安, 张朋, 合烨, 等. 高速电主轴轴向振动研究[J]. 振动与冲击, 2013, 33(20): 70-74.
(CHEN Xiaoan, ZHANG Peng, HE Ye, et al. Study on axial vibration of high-speed spindle [J]. Journal of vibration and shock, 2013, 33(20): 70-74.)
- [17] 戴曙. 机床滚动轴承应用手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 1993.
(DAI Shu. Rolling bearing application manual [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 1993.)
- [18] 李振辉, 崔新维. 基于传递矩阵法的风力机主轴动力学分析[J]. 机械工程与自动化, 2014(5): 44-45.
(LI Zhenhui, CUI Xinwei. Spindle dynamics analysis of wind turbine based on transfer matrix method [J]. Mechanical engineering & automation, 2014(5): 44-45.)
- [19] 曹素兵, 梁智权. 转子系统不平衡响应计算的Riccati传递矩阵法[J]. 机械工程与自动化, 2008, 148(3): 54-56.
(CAO Subing, LIANG Zhiquan. Riccati transfer matrix method for calculation of imbalance response of rotor system [J]. Mechanical engineering & automation, 2008, 148(3): 54-56.)
- [20] 闻邦椿, 顾家柳, 夏松波, 等. 高等转子动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000.
(WEN Bangchun, GU Jialiu, XIA Songbo, et al. Advanced rotor dynamics [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 2000.)
- [21] 李颂华, 李雪, 吴玉厚, 等. 全陶瓷主轴-轴承单元的动力学研究[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2015, 31(1): 140-148.
(LI Songhua, LI Xue, WU Yuhou, et al. Research on dynamics of full ceramic spindle-bearing unit [J]. Journal of shenyangjianzhu university (natural science), 2015, 31(1): 140-148.)