

# 基于 TWW 函数的辽宁省农村公路沥青路面 使用性能评价

张敏江,王婷婷,李 姝,张丽萍

(沈阳建筑大学交通工程学院,辽宁 沈阳 110168)

**摘要** 目的 研究适用于辽宁省农村公路沥青路面的使用性能评价方法,以此为辽宁省农村公路养护决策的制定及优化提供可靠的参考依据. 方法 对辽宁省农村公路沥青路面的病害类型进行总结分析,实地调研辽宁省各市区内多条以沥青路面为主的农村公路,并选取沈阳董老线、鞍山南三线、抚顺苏边线和盖州榆望线4条典型农村公路为样本数据,以沥青路面破损状况指数 *PCI*、基层失效状况指数 *BCI* 作为评价指标,采用三角白化权函数 *TWW* 计算出的各条路线的综合聚类系数及所属灰类,评价我省农村公路沥青路面的使用性能情况. 结果 通过研究得出沈阳董老线、鞍山南三线农村公路路面使用性能为中,抚顺苏边线和盖州榆望线为次,应该优先养护抚顺苏边线、盖州榆望线的农村公路沥青路面,其次为沈阳董老线、鞍山南三线的农村公路沥青路面. 结论 采用 *TWW* 函数方法评价辽宁省农村公路沥青路面的使用性能是可行的.

**关键词** 农村公路;沥青路面;三角白化权函数;使用性能;评价指标

中图分类号 TU57<sup>+</sup>1;U418

文献标志码 A

## Study on Evaluation of Rural Road Asphalt Pavement Performance Based on Triangle Whitenization Weight Funtion in Liaoning

ZHANG Minjiang, WANG Tingting, LI Shu, ZHANG Liping

(School of Transportation Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168)

**Abstract:** This paper aimed to study on evaluation method of rural road asphalt pavement performance in Liaoning province in order to provide a reliable basis for the formulation and Optimization of rural road maintenance decisions. The main method of the paper was to summarize and analyze the diseases of asphalt pavement of rural road in Liaoning province. Many rural roads with asphalt pavement in Liaoning were investigated and four typical rural roads in Shenyang Donglao Road, Anshan Nansan Road, Fushun Subian Road and Gaizhou Yuwang Road were selected as the sam-

收稿日期:2018-03-21

基金项目:国家自然科学基金项目(40673045)

作者简介:张敏江(1960—),男,教授,博士,主要从事路面结构工程方面研究.

ple data. Pavement surface condition index (PCI) and base condition index (BCI) of asphalt pavement were used as the evaluation indexes. The triangle Whitenization weight function was used to evaluate the asphalt pavement performance of rural road in our province. According to the TWW function, the comprehensive clustering coefficients and the grey category of each road were calculated. The results showed that the asphalt pavement performance of Shenyang Donglao Road and Anshan Nansan Road was middle, but which was sequence of Fushun Subian Road and Gaizhou Yuwang Road. TWW function could be used to evaluate the performance of asphalt pavement of rural road in our province.

**Key words:** rural highway; asphalt pavement; TWW function; pavement performance; evaluation index

我国正加快推进农村公路的提升改造,完善的道路交通将会促进农村经济的发展.辽宁省农村公路现阶段正处于飞速发展时期,修筑的里程数在逐年增长,对农村公路的质量要求随之提高,路面维修养护的需求也在不断增加.许多农村公路因为养护不及时或者养护方法欠妥当,造成路面使用性能大幅下降,有的道路可能在一两年之内就产生严重病害,极大地影响了车辆的安全行驶<sup>[1]</sup>.目前,国内一些高校以及学者对农村公路路面的使用性能评价展开了探究.李品<sup>[2]</sup>基于对农村公路实地调查结果,对规范中各评价指标权重采用综合法进行了修正,降低人为确定权重的主观性影响,研究评价了农村公路路面使用综合性能.顾欣欣<sup>[3]</sup>采用灰色 Verhulst 预测模型对农村公路使用性能的评价模型进行了优化,提高了 PCI 的预测精度.

辽宁省是农业大省,农村公路占全省公路总里程的 84% 以上,且大都以沥青路面为主.对于数目如此庞大的农村公路路面使用性能情况,实行科学合理的评价,是制定适用我省农村公路沥青路面养护决策的根本.基于此,笔者应用中心点三角白化权函数的灰数评价方法,通过主观权重和客观权重相结合的方式计算权重系数<sup>[4-6]</sup>,全面客观地评价辽宁省农村公路沥青路面的使用性能状况,以此为辽宁省农村公路养护决策的制定以及优化提供可靠的参考依据.

## 1 辽宁省农村公路沥青路面使用性能评价指标的确定

目前关于路面使用性能的评定主要参考《公路技术状况评定标准》(JTG H20—2007),标准中主要使用路面损坏状况指数 PCI、路面行驶质量指数 RQI、车辙深度指数 RDI、路面抗滑性能指数 SRI 和路面结构强度指数 PSSI 指标对路面使用性能进行评价<sup>[7]</sup>.然而农村公路大多属于低等级道路,对路况的要求与普通等级公路有所降低,用全部 5 个指标来评价农村公路显然是不合适的.结合标准中面层的评价指标发现,直接关系到农村公路面层表面的破损情况及程度主要是通过 PCI 反映的<sup>[8]</sup>.此外,关于农村路路面养护维修的资料表明,基层的破损情况是决定农村公路维修方式的基础,因此笔者只选取沥青路面破损状况指数 PCI 和基层失效状况指数 BCI 作为辽宁省农村公路的沥青路面使用性能评价指标.

### 1.1 路面破损状况指数

PCI 综合反映了路面结构的完好程度,根据对辽宁省农村公路的沥青路面损坏特征的调查情况,将规范中原有的沥青路面病害分为 11 类,21 项缩减为 8 类,16 项(见表 1).PCI 的计算方法采用和原标准推荐的方法相同,见式(1)、式(2):

$$DR = \frac{\sum_{i=1}^{i_0} w_i A_i}{A} \times 100. \quad (1)$$

$$PCI = 100 - 15DR^{0.412}. \quad (2)$$

式中: $DR$ 为路面综合破损率; $A_i$ 为第*i*类病害损坏面积(第*i*类病害长宽之积,病害长度和宽度由检测人员现场确认); $A$ 为调查路面面积(调查路线长度与路面宽度之积); $w$ 为

第*i*类路面损坏的权重(见表1); $i$ 为考虑损坏程度(轻、中、重)的第*i*项路面损坏类型; $i_0$ 为包含损坏程度(轻、中、重)的损坏类型总数,沥青路面为16.

表1 沥青路面损坏类型及权重

Table 1 Damage types and specific gravity of asphalt pavement

病害名称	损坏程度	外观特征	权重
龟裂	轻	块度 20 ~ 50 cm, 竖向变形小于 1 cm,	0.2
	中	块度 < 20 cm, 竖向变形 1 ~ 3 cm	0.6
	重	块度 < 20 cm, 竖向变形大于 3 cm	1.0
块裂	轻	块度 > 100 cm, 竖向变形小于 1 cm	0.2
	重	块度 < 100 cm, 竖向变形大于 1 cm	0.6
纵缝	轻	缝宽 ≤ 8 mm, 少支缝(影响宽度 0.2 m)	0.2
	重	缝宽 ≤ 8 mm, 较多支缝(影响宽度 0.2 m)	0.4
横缝	轻	缝宽 ≤ 8 mm, 少支缝(影响宽度 0.2 m)	0.2
	重	缝宽 ≤ 8 mm, 较多支缝(影响宽度 0.2 m)	0.4
坑槽	轻	坑浅, 面积较小(≤ 1 m <sup>2</sup> ), 坑深小于 3 cm	0.8
	重	坑深, 面积较大(≥ 1 m <sup>2</sup> ), 坑深小于 3 cm	1.0
沉陷	轻	深度浅, 行车无明显不适感, 深度 1 ~ 3 cm	0.6
	重	深度深, 行车明显不适感, 深度大于 3 cm	1.0
结构性车辙	轻	纵向带状凹槽, 深度在 1 ~ 3 cm	0.6
	重	纵向带状凹槽, 深度 > 3 cm	1.0
推移	重	波峰和波谷高差 10 ~ 25 mm	0.6

## 1.2 基层失效状况指数

根据全省农村公路沥青路面破损特征实地调查以及大量钻芯取样观察,部分道路病害只发生在面层,而另一部分的病害在面层和基层同时发生,通过对每种路表面病害的观特征及损坏机理进行分析,发现每种路表面病害的严重程度对应的基层失效状况存在差异,面层病害与基层失效存在一定的联系.因此笔者采用基层失效指数  $BCI$ (Base Condition Index)来表示基层失效状况,基层失效状况指数表达式见式(3)、式(4):

$$BR = \frac{\sum_{j=1}^{j_0} w_j \times s_j}{S} \times 100. \quad (3)$$

$$BCI = 100 - 1.35BR^{0.88}. \quad (4)$$

式中: $BR$ 为基层失效率, $S_j$ 为每种路面病害面积(第*j*类病害的长宽之积,病害长度和宽度由检测人员现场确认); $S$ 为检测路面面积(检测路段长度与路面宽度之积); $w_j$ 为第*j*类路面病害对基层的影响权重,影响权重的确定方法参考文献[9],取值见表2; $j$ 为考虑损坏程度(轻、中、重)的第*j*项路面损坏类型, $j_0$ 为包含损坏程度(轻、中、重)的损坏类型总数,共16项<sup>[10]</sup>.

## 2 三角白化权函数

白化权函数属于灰色聚类的理论范畴,是用来衡量一个灰数对其所在的取值范围内不同数值的偏好和倾向度.在具体划定灰类时,将归属于某个灰类程度最大的点即定义

表2 路面病害对基层失效的影响权重

Table 2 The influence of pavement damage on the failure of road base

病害名称	损坏程度	权重
龟裂	轻	0.18
	中	0.49
	重	0.96
块裂	轻	0.15
	重	0.47
坑槽	轻	0.56
	重	0.98
沉陷	轻	0.67
	重	0.96
结构性车辙	轻	0.71
	重	0.87
疲劳裂缝	轻	0.17
	重	0.45
反射裂缝	轻	0.15
	重	0.35

注:每类病害其损坏程度的表现特征见表1.

为该灰类的中心点.笔者选择中心点三角白化权函数作为评估模型,设有  $n$  个需要评价的对象,将  $m$  个评价指标系统设定为  $s$  个具有不同差别的灰类.对象  $i$  关于指标  $j$  的观测值为  $x_{ij} (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m)$ . 根据  $x_{ij}$  的值对相应的对象  $i$  进行评估,具体评估方法步骤如下<sup>[11-13]</sup>:

(1)按照具体评价指标的规定和要求,分别将  $m$  个评价指标的取值范围划分为  $s$  个具有不同差别的灰类,例如指标  $j$  的取值范围  $[a_1, a_{k+1}]$  划分为  $[a_1, a_2]$ 、 $\dots$ 、 $[a_{k-1}, a_k]$ 、 $\dots$ 、 $[a_{s-1}, a_s]$ 、 $[a_s, a_{s+1}]$ , 其中  $a_k (k = 1, 2, \dots, s)$  为根据系统实际情况或相应规范的定级取值确定  $s$  灰类的边界取值.设  $\lambda_k$  为  $k$  灰类的中心点值,即  $\lambda_k = (a_k + a_{k+1})/2$ .

(2)为确保  $x_{ij}$  第 1 灰类还有第  $s$  灰类的取值连贯性,将灰类延拓方向明确为向左以及向右,并定义向左为 0 灰类和向右为  $s + 1$  灰类,得到全部完整的中心点序列:  $\lambda_0$ 、

$\lambda_1, \dots, \lambda_s, \lambda_{s+1}$ . 将  $(\lambda_k, 1)$  与第  $k-1$  个的中心点  $(\lambda_{k-1}, 0)$  和  $(\lambda_k, 1)$  与  $k+1$  个小灰类的中心点  $(\lambda_{k+1}, 0)$  分别连接后,获得  $j$  指标关于  $k$  灰类的三角白化权函数  $f_j^k(x)$ , 如图 1 所示.

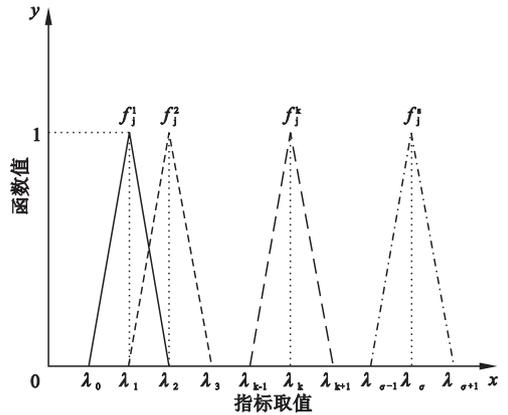


图1 中心点三角白化权函数示意图

Fig. 1 Diagram of whitening weight function of central triangle point

依据指标  $j$  的观测值  $x_{ij}$ , 其灰类  $k$  的灰类隶属度可按式(5)计算:

$$f_j^k(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [\lambda_{k-1}, \lambda_{k+1}]; \\ \frac{(x - \lambda_{k-1})}{(\lambda_k - \lambda_{k-1})}, & x \in [\lambda_{k-1}, \lambda_k]; \\ \frac{(\lambda_{k+1} - x)}{(\lambda_{k+1} - \lambda_k)}, & x \in [\lambda_k, \lambda_{k+1}]. \end{cases} \quad (5)$$

(3)对象  $i$  关于灰类  $k$  的综合聚类系数  $\sigma_i^k$  的计算式为

$$\sigma_i^k = \sum_{j=1}^m [f_j^k(x_{ij}) \eta_j]. \quad (6)$$

式中:  $f_j^k(x_{ij})$  为指标  $j$  的  $k$  子类白化权函数;  $\eta_j$  为指标  $j$  在综合聚类中的权重.

由  $\max_{1 \leq k \leq s} \{\sigma_i^k\}$  判断对象  $i$  属于灰类  $k^*$ . 当有若干个对象同时归属于  $k^*$  灰类时,还可以按照综合聚类系数的大小关系继续判断在同属于  $k^*$  灰类中各对象的好坏或主次<sup>[14-16]</sup>.

### 3 基于三角白化权函数方法的农村沥青路面使用性能评价

#### 3.1 样本数据及灰类划分

为尽可能准确全面地评价辽宁省农村沥

青公路的路面使用性能状况,笔者对沈阳、鞍山、抚顺、盘锦、营口等城市的农村公路沥青路面实地调研,调查选取各市具有代表性的一些农村公路重点路线,对其沥青路面病害程度、影响范围进行分析.整理得到的调查数据依据规范和指南要求,计算出路面破损状况指数  $PCI$ 、基层状况指数  $BCI$ .现以辽宁省内的4段沥青路面为主的典型农村公路为例,各路线路面技术状况如表3所示.

表3 辽宁省农村公路典型路线路面使用性能指标值

Table 3 Pavement performance index value of typical rural highways in Liaoning

待评定的样本	$PCI$	$BCI$
沈阳 董老线(K0+000-K5+700)	$x_{11} = 76$	$x_{12} = 88$
鞍山 南三线(K0+000-K3+600)	$x_{21} = 58$	$x_{22} = 72$
抚顺 苏边线(K0+000-K5+100)	$x_{31} = 42$	$x_{32} = 62$
盖州 榆望线(K0+000-K2+800)	$x_{41} = 29$	$x_{42} = 59$

考虑到农村公路的实际使用情况和三角白化权函数对灰类的划分要求,将农村公路沥青路面的使用性能分成优、良、中、次、差5个灰类,具体见表4.

表4 辽宁省农村公路沥青路面使用性能评价标准

Table 4 Asphalt pavement performance evaluation criterion of rural highway in Liaoning

评价等级	$PCI$	$BCI$
优	$\geq 90$	$\geq 95$
良	90~80	$\geq 85$
中	80~60	85~65
次	60~40	65~45
差	<40	<45

### 3.2 权重系数的确定

笔者通过综合权重的计算方法,采用主观权重和客观权重相结合的方式,主观权重采用专家意见,客观权重采用夹角余弦法.综合权重法的优点是基本能够削减因个体经验的差异带来对权重的影响,同时又能结合客观权重,从而使计算出的权重系数更科学.具

体计算方法如下<sup>[17-18]</sup>:

(1)评价矩阵的建立.  $m$ 条路线和各条路线的  $n$ 个分项评价指标的矩阵形式为

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

式中: $a_{ij}$ 表示第  $i$ 条路的第  $j$ 个分项评价指标的值.

(2)选取各项指标的最优计划和最差计划并分别记为  $A^*$  和  $A_*$ .

$$A^* = (a_1^*, a_2^*, \cdots, a_n^*). \quad (8)$$

$$A_* = (a_{1*}, a_{2*}, \cdots, a_{n*}). \quad (9)$$

式中: $a_i^*$ 代表在  $n$ 个分项评价指标中的最大值, $a_{i*}$ 代表其最小值.

(3)计算  $m$ 条路线的分项评价指标和最优计划与最差计划的相对偏差矩阵.

$$R_1 = (\gamma_{ij})_{m \times n}, R_2 = (\delta_{ij})_{m \times n}. \quad (10)$$

$$\text{其中, } \gamma_{ij} = \frac{|a_i^* - a_{ij}|}{\max(a_{ij}) - \min(a_{ij})},$$

$$\delta_{ij} = \frac{|a_{i*} - a_{ij}|}{\max(a_{ij}) - \min(a_{ij})}.$$

(4)计算相对偏差矩阵的夹角余弦:

$$\omega_i = \frac{\sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \delta_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (\gamma_{ij})^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n (\delta_{ij})^2}}. \quad (11)$$

(5)对  $\omega_i$  归一处理,得到分项评价指标的权重.

根据以上步骤,计算出  $PCI$  和  $BCI$  的客观权重系数分别为  $U_{PCI} = 0.565, U_{BCI} = 0.435$ .

### 3.3 三角白化权函数计算及分析

结合中心点三角白化权函数的方法,确定各灰类的中心点,5个灰类的中心点用  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$  表示.对灰类分别采用向左以及向右的延拓,成为更优类和更差类,其中心点依次用  $\lambda_0, \lambda_6$  表示<sup>[19-20]</sup>.各指标中心点值见表5.

表5 各指标中心点值

Table 5 Central points of each index

指标	中心点值						
	$x_{11}$	$x_{21}$	$x_{31}$	$x_{41}$	$x_{51}$	$x_{61}$	$x_{71}$
PCI	100	95	85	70	50	20	0
BCI	100	97.5	90	75	55	22.5	0

根据实测的 PCI 和 BCI 的指标值,根据式(5)计算各指标隶属度值,结果见表6.

计算出隶属度函数值后,运用式(6)计算出辽宁省内4条农村公路5个灰度的综合聚类系数,结果见表7.

表6 各指标隶属函数值

Table 6 Subordinate function values of each index

隶属函数	$x_{11}$	$x_{21}$	$x_{31}$	$x_{41}$	$x_{12}$	$x_{22}$	$x_{32}$	$x_{42}$
$f_j^1(x)$	0	0	0	0	0	0	0	0
$f_j^2(x)$	0.4	0	0	0	0.87	0	0	0
$f_j^3(x)$	0.6	0.4	0	0	0.13	0.85	0.35	0.2
$f_j^4(x)$	0	0.6	0.73	0.3	0	0.15	0.65	0.8
$f_j^5(x)$	0	0	0.27	0.7	0	0	0	0

表7 辽宁省农村公路综合聚类系数值

Table 7 Integrated clustering coefficient of rural road in Liaoning

待评定的样本	综合聚类系数值					归属类
	优	良	中	次	差	
沈阳 董老线 (K0+000-K5+700)	0	0	0.604 5	0.395 5	0	中
鞍山 南三线 (K0+000-K3+600)	0	0	0.595 75	0.404 25	0	中
抚顺 苏边线 (K0+000-K5+100)	0	0	0.152 25	0.695 2	0.152 55	次
盖州 榆望线 (K0+000-K2+800)	0	0	0.087	0.517 5	0.395 5	次

由白化权函数的公式  $\max_{1 \leq k \leq s} \{\sigma_i^k\} = \sigma_i^{k^*}$  对上表综合聚类系数值的分析可以得出,沈阳董老线和鞍山南三线的农村公路沥青路面使用性能为中,抚顺苏边线和盖州榆望线的沥青路面使用性能为次;根据 TWW 函数的评估方法,确定应该优先养护抚顺苏边线、盖州榆望线的农村公路沥青路面,其次为沈阳董老线、鞍山南三线的农村公路沥青路面.

### 4 结 论

(1) 辽宁省农村公路的沥青路面使用性能评价涉及多个指标,根据实地调查辽宁省农村公路的病害情况,笔者选取路面破损状况指数 PCI 和基层失效指数 BCI 两个评价

指标,能够准确客观评价农村公路沥青路面使用状况.

(2) 笔者引用中心点三角白化权函数 TWW 的灰色聚类评价方法,采用主观权重与客观权重相结合的方式确定权重系数,尽可能降低了主观因素所产生的误差.由此计算出多条农村农路的沥青路面使用状况以及所属灰类,最终确定各条农村公路沥青路面的优先养护顺序.

(3) 经过辽宁省内的养护工程验证分析,得出的评价结果基本符合工程实际情况,证明该方法是行之有效的,可以作为今后农村公路路面使用性能的评价方法.

## 参考文献

- [1] 姚红云,成冰,王玉刚,等.重庆市农村公路养护管理问题及对策研究[J].公路,2015(8):201-205.  
(YAO Hongyun, CHENG Bing, WANG Yugang, et al. Study on problems and countermeasures of rural road maintenance management in Chongqing [J]. Highway, 2015(8):201-205.)
- [2] 李品.农村公路路面使用性能评价及预防性养护研究[D].长沙:长沙理工大学,2013.  
(LI Pin. Performance evaluation and preventive maintenance of rural road pavement[D]. Changsha: Changsha University of Science & Technology, 2013.)
- [3] 顾欣欣.农村公路养护决策改进研究[D].西安:长安大学,2016.  
(GU Xinxin. Research on improvement of rural road maintenance decision[D]. Xi'an: Chang'an University, 2016.)
- [4] 王正新,党耀国,裴玲玲.基于相对隶属度的灰色聚类评估方法[J].统计与决策,2012(3):100-102.  
(WANG Zhengxin, DANG Yaoguo, PEI Lingling. Grey clustering evaluation method based on relative membership degree[J]. Statistics & decision, 2012(3):100-102.)
- [5] HUANG J C. Application of grey system theory in telecare[J]. Computers in biology & medicine, 2011, 41(5):302-306. D
- [6] LIU Z B. Asphalt pavement preventive maintenance technology overview [J]. Applied mechanics & materials, 2014, 638-640:4.
- [7] 中华人民共和国交通运输部.公路技术状况评定标准:JTG H20—2007[S].北京:人民交通出版社,2008.  
(Ministry of Transport of the People's Republic of China. Highway performance assessment standards: JTG H20—2007 [S]. Beijing: The People's Communications Press, 2008.)
- [8] 张敏江.辽宁省农村公路路面养护实用技术研究报告[R].沈阳:辽宁省交通厅公路管理局,2016.  
(ZHANG Minjiang. Research report on the practical technology of rural road pavement maintenance in Liaoning [R]. Shenyang: Liaoning Provincial Communications Department Highway Administration, 2016.)
- [9] 张敏江,田佳瑜,董是,等.公路沥青路面基层技术状况评价指标[J].沈阳建筑大学学报(自然科学版),2014,30(3):457-463.  
(ZHANG Minjiang, TIAN Jiayu, DONG Shi, et al. Evaluation index of road asphalt technical status of highway asphalt pavement[J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2014, 30(3):457-463.)
- [10] 刘思峰,谢乃明.基于改进三角白化权函数的灰评估新方法[J].系统工程学报,2011,26(2):244-250.  
(LIU Sifeng, XIE Naiming. A new gray evaluation method based on improved triangular whitening weight function[J]. Journal of systems engineering, 2011, 26(2):244-250.)
- [11] WANG Aijun, QIAO Jianzheng. Research on road highway maintenance quality evaluation system based on triangle whitening weight function[J]. Advanced materials research journal, 2013, 639(1):1275-1280.
- [12] 董奋义,肖美丹,刘斌,等.灰色系统教学中白化权函数的构造方法分析[J].华北水利水电学院学报,2010,31(3):97-99.  
(DONG Fenyi, XIAO Meidan, LIU Bin, et al. Construction method of whitening weight function in grey system teaching [J]. Journal of north China institute of water resources and hydropower, 2010, 31(3):97-99.)
- [13] 刘思峰,杨英杰,吴利丰.灰色系统理论及其应用[M].北京:科学出版社,2010.  
(LIU Sifeng, YANG Yingjie, WU Lifeng. Grey system theory and its application [M]. Beijing: Science Press, 2010.)
- [14] 强凤娇.灰色聚类决策中指标权重和综合决策测度权系数的确定[J].统计与决策,2015(22):50-54.  
(QIANG Fengjiao. Determination of index weight in grey clustering decision and weight coefficient in comprehensive decision-making [J]. Statistics & decision, 2015(22):50-54.)
- [15] MATHEW B S, ISAAC K P. Optimisation of maintenance strategy for rural road network using genetic algorithm[J]. International journal of pavement engineering, 2014, 15(4):9.
- [16] AGARWAL P K, CHOUDHARY S, KHAN A B. A rational strategy for maintenance of low volume road network[J]. Transportation in developing economies, 2016, 21(2):7-14.
- [17] BEZUGLOV A, COMERT G. Short-term freeway traffic parameter prediction: application of grey system theory models[J]. Expert systems with applications, 2016, 62:284-292.
- [18] LIU S, YANG Y, XIE N, et al. New progress of grey system theory in the new millennium [J]. Grey systems theory & application, 2016, 6(1):2-31.
- [19] KAYACAN E, ULUTAS B, KAYNAK O. Grey system theory-based models in time series prediction [J]. Expert systems with applications, 2010, 37(2):1784-1789.
- [20] 强薇.山东省枣庄市农村公路路面养护维修技术及决策研究[D].西安:长安大学,2012.  
(QIANG Wei. Study on maintenance and maintenance technology and decision of rural road pavement in Zaozhuang city, Shandong province [D]. Xi'an: Chang'an University, 2012.)