

桩基础引起的既有地铁隧道纵向沉降计算

靳军伟¹,李咏梅¹,李明宇¹,周 熠²

(1. 郑州大学土木工程学院,地下工程安全与质量控制河南省工程实验室,河南 郑州 450001;
2. 郑州市轨道交通有限公司,河南 郑州 450000)

摘要 目的 研究新建桩基础影响下既有地铁隧道纵向变形计算方法及规律. 方法 采用“二阶段”法研究思想,基于桩基础荷载传递法及 MINDLIN 解给出的隧道位置处的土体位移,将隧道简化为被动纵向弹性地基梁模型,将隧道位置处的土体位移作为荷载施加于隧道模型,且考虑隧道-土体的相互作用影响,验证了土体位移下隧道变形计算时地基反力模量计算方法. 通过参数分析,研究桩长、桩径、桩-隧道间距、隧道覆盖层厚度、土体模量5个方面因素的影响. 结果 理论模型计算结果与有限元计算结果十分接近,桩-隧道间距和土体模量的影响大于桩长、桩径和隧道覆盖层厚度的影响. 结论 提出的理论模型计算方法是合理的,桩-隧道间距和土体模量是关键因素.

关键词 桩基础;地铁隧道;相互作用;变形计算

中图分类号 TU47 文献标志码 A

Theoretical Method for Tunnel Settlement Induced by Pile Foundation

JIN Junwei¹, LI Yongmei¹, LI Mingyu¹, ZHOU Yi²

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University; Henan Engineering Laboratory For Underground Engineering Safety and Quality Control, Zhengzhou, China, 450001; 2. Zhengzhou Metro Limited Company, Zhengzhou, China, 450000)

Abstract: Theoretical method for tunnel settlement induced by pile foundation was established in the paper. Based on the ‘two-step’ method, first, the soil displacement at the tunnel location induced by pile foundation was obtained by using load-transfer method and Mindlin solution; meanwhile the tunnel was considered as an elastic foundation beam; then the soil displacement loaded to the tunnel, meanwhile, the tunnel-soil interaction is considered. During the research subgrade reaction modulus used in the theoretical method is provided by comparing with the geo-centrifuge test. Parametric analysis on pile length, pile diameter, pile-tunnel distance, tunnel cover, and soil elastic modulus are used to find the influence regulation of key factors in this study. The results show that the results of theoretical method almost the same as FEM results. The pile-tunnel distance and soil

收稿日期:2018-05-20

基金项目:国家自然科学基金项目(51508520);河南省住房城乡建设科技计划项目(K1816)

作者简介:靳军伟(1986—),男,博士,主要从事隧道与邻近建筑相互作用方面研究.

stiffness affect more than pile diameter, pile length and tunnel cover in this problem. The theoretical method is reasonable according to the research, and the pile-tunnel distance and soil stiffness are the key factor in the problem.

Key words: pile foundation; tunnel; pile-soil-tunnel interaction; deformation calculation

随着我国城市地铁隧道运营里程的迅速增加和城市隧道周边建筑的开发利用,既有地铁隧道与周边建筑的影响逐渐成为城市建设中需要关注的重点问题^[1]. 地铁隧道周边新建建筑多采用桩基础以减小对既有地铁隧道的影响,为了最大限度地利用建筑空间,新建建筑与地铁隧道之间的间距需要尽可能小,部分工程甚至小于1倍隧道直径^[2-4]. 同时,地铁部门为了控制桩基础对地铁隧道的影响,对桩基础与隧道之间的最小净距离都做了限制. 如伦敦要求钻孔桩和挤土桩距离隧道分别为3 m和15 m^[5];新加坡将隧道周边分为3个区域,对6 m范围以内的桩进行严格控制^[6-7];我国《城市轨道交通结构安全保护技术规范》(CJJ/T202—2013),将地铁隧道周围划分为3个影响分区,在不同区域采用不同的控制标准. 地铁隧道沿线建筑空间有限与地铁隧道保护限制之间的矛盾,成为城市建设中迫切需要解决的问题. F. C. SCHROEDER^[5]通过现场实测和三维有限元分析对荷载作用下桩基础对邻近隧道的影响进行了研究,发现桩基础荷载导致隧道发生向下的挤压. 闫静雅^[8]采用三维有限元软件对桩-隧道相互作用进行了分析,认为桩基础荷载对邻近的隧道变形有显著影响,并且隧道产生一定程度的扭曲,这会造成地铁隧道两铁轨的不均匀沉降,对于地铁隧道的运行非常不利. K. H. CHUNG^[9]认为挤土桩对邻近隧道的影响计算,可以采用球孔扩张理论进行计算. 径向应力自球心到3倍桩端处的桩径向外迅速的减小. S. ARUNKUMAR和R. AYOTHIRAMAN^[10]使用有限元软件,

对竖向荷载作用下桩基础对既有城市地铁隧道进行了分析.

合理的桩基础与隧道净距离取决于桩基础对地铁影响程度,而这与桩基础本身的承载特性及其与隧道相互作用直接相关^[11]. 简单地通过距离来限制地铁隧道周围桩基础的应用和建设是不够经济合理的,远远不能满足现阶段我国城市建设的发展要求. 而目前关于桩基础引起的既有地铁隧道纵向沉降计算简化方法尚不成熟,笔者在桩基础计算理论上,采用“二阶段”思路^[12],结合试验对比得到地基反力模量计算方法,对该问题给出一种简化计算方法,从而可以直接由桩顶荷载计算得到隧道纵向沉降变形.

1 计算模型

笔者采用“二阶段”方法进行分析. 首先计算得到桩基础作用下隧道所在位置处的土体位移,之后将土体位移作为荷载施加到隧道模型上,同时考虑隧道模型与土体之间的相互作用,从而得到桩基础影响下的隧道位移.

1.1 土体位移计算

图1为桩身单元受力情况,根据桩体微单元的平衡条件为

$$\frac{dP(z)}{dz} = -U_p \tau(z). \quad (1)$$

式中: z 为计算点深度; $P(z)$ 为深度 z 处桩的轴力; U_p 为桩界面周长; $\tau(z)$ 为深度 z 处桩侧摩阻力.

微分体的竖向应变为

$$\varepsilon = -\frac{P(z)}{E_p A_p} = \frac{dw(z)}{dz}. \quad (2)$$

式中: $w(z)$ 为桩身位移; E_p 和 A_p 分别为桩的弹性模量和横截面积.

由式(1)、式(2)得到桩身的位移方程:

$$\frac{d^2w(z)}{dz^2} - \frac{U_p}{E_p A_p} \tau(z) = 0. \quad (3)$$

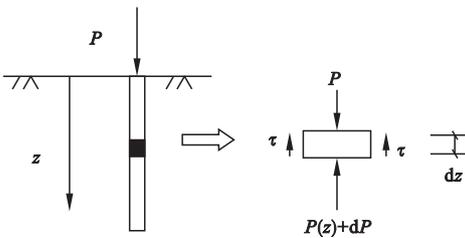


图1 桩身单元受力图

Fig. 1 Pile foundation calculation diagram

求解式(3)可以得到桩身位移,进而计算得到桩身的轴力及侧摩阻力分布,土体位移场通过 Mindlin 解求解得到. 桩土界面的相互作用,参照美国石油协会的规范^[13],计算所采用的桩侧土体与桩相互作用摩阻力参数取值如图2所示. 图中, τ 为桩侧摩阻力发挥值; τ_{max} 为桩侧摩阻力最大值; τ_{res} 为黏土桩侧摩阻力残余值; z_s 为桩-土相对位移; d 为桩身直径.

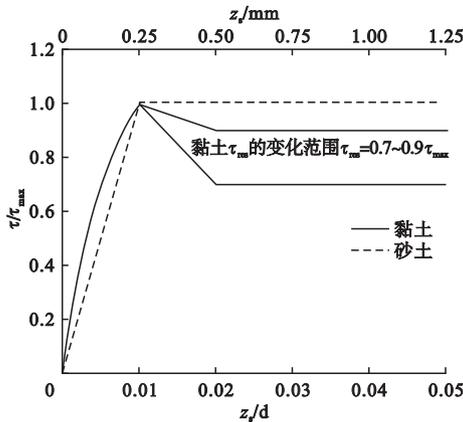


图2 桩-土的 $t-z$ 曲线

Fig. 2 $t-z$ curves of pile-soil interaction

桩端土体的荷载位移曲线如图3所示. 图中, Q 为桩端承载力发挥值, Q_p 为桩端承载力最大值, z_u 为桩端承载力发挥值最大值时桩端的土体位移.

桩土相互作用中,最大桩侧摩阻力和桩端极限承载力通过经验算法或实测得到,桩基础引起的土体位移也可以参考 H. G. POU-LUS 和 E. H. DAVIS^[14]的解法.

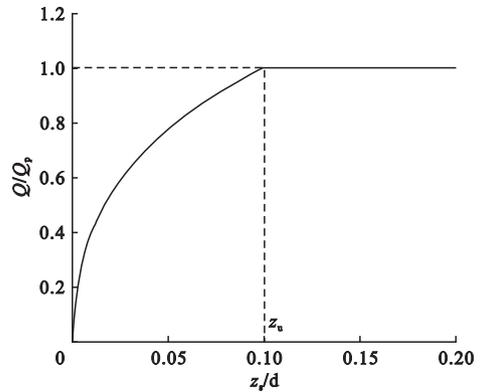


图3 $Q-z$ 曲线

Fig. 3 $Q-z$ curve of pile-soil interaction

1.2 隧道位移计算

在对隧道纵向进行研究时做出如下假设:

(1)采用 Winkler 弹性地基模型,将隧道看作是埋置其中的无限长梁. 地基中任意一点的所受的压力强度 p_s 只与该点的地基变形 s 成正比,而 p 不影响其他点的变形.

$$p_s = ks. \quad (4)$$

式中: k 为地基基床系数,kN/m.

(2)隧道与土体之间不发生分离,满足变形协调条件.

(3)不考虑隧道轴力的影响.

对于埋置地下的隧道,隧道纵向微元受力分析如图4所示. 取一小段微元段 dx 来进行分析, N 为轴力, M 为隧道弯矩, V 为隧道剪力, q 为分布荷载, p_s 为土体抗力.

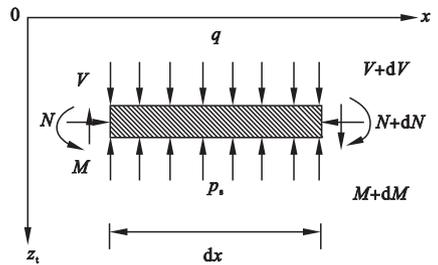


图4 隧道纵向微元受力分析

Fig. 4 Tunnel longitudinal calculate element force analysis

不考虑隧道轴力的影响,求弯矩平衡:

$$(M + dM) - M + Vdx - (q - p_s)dx \frac{dx}{2} = 0. \quad (5)$$

化简并略去高次微分项,再次进行微分得:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} + \frac{dV}{dx} = 0. \quad (6)$$

根据材料力学知识得:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = E_t I_t \frac{d^4 z_t}{dx^4}. \quad (7)$$

式中: $E_t I_t$ 为隧道的抗弯刚度, z_t 为隧道竖向位移。

对微元竖向求合力平衡:

$$V + (p_s - q)dx - (V + dV) = 0. \quad (8)$$

可得:

$$E_t I_t \frac{d^4 z_t}{dx^4} + (p_s - q) = 0. \quad (9)$$

把 p_s 和 q 合并起来考虑,根据采用的地基模型得:

$$p_s - q = k(z_t - s). \quad (10)$$

式中: k 为 Winkler 地基反力模量; s 为假设隧道不存在时,土体的自由位移;($z_t - s$) 即为隧道与土体的相对位移。

将式(9)代入式(10),得到:

$$E_t I_t \frac{d^4 z_t}{dx^4} + k z_t = k s. \quad (11)$$

引入参数 λ , 令:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k}{4E_t I_t}}. \quad (12)$$

将式(11)简化得:

$$\frac{d^4 z}{dx^4} + 4\lambda^4 z_t = 4\lambda^4 s. \quad (13)$$

式中: z_t 和 s 实际均为关于 x 的函数,土体沉降对隧道影响的隧道位移控制方程最终形式应为

$$\frac{d^4 z_t(x)}{dx^4} + 4\lambda^4 z_t(x) = 4\lambda^4 s(x). \quad (14)$$

通过对式(14)的求解可以得到隧道的位移 z_t 。

1.3 地基刚度系数取值

地基刚度系数 k 的取值. A. KLAR 等^[15] 通过对比 WINKLER 弹性地基梁理论与弹性连续体理论,令两种理论下由土体引起的管线最大弯矩相等,关系式为

$$k = \frac{6E_s D}{i}. \quad (15)$$

式中: E_s 为土体的弹性模量; D 为管线(隧道)直径; i 为隧道开挖引起的土体沉降槽宽度系数。

M. A. Biot^[16] 推导了三维弹性半空间上无限梁受集中荷载作用下的解答,并通过令弹性地基梁理论与弹性连续体理论下梁的最大弯矩相等类比得到关系式为

$$k = \frac{0.95E_s}{1 - \nu_s^2} \left[\frac{D^4 E_s}{EI(1 - \nu_s^2)} \right]^{0.108}. \quad (16)$$

式中: ν_s 为土体的泊松比。

A. B. Vesic^[17] 将解答扩展应用于三维弹性半空间上无限梁受集中荷载和集中弯矩的情况,并通过令弹性地基梁理论与弹性连续体理论下梁的转角相等类比得到关系式为

$$k = \frac{0.65E_s}{1 - \nu_s^2} \left(\frac{D^4 E_s}{EI} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

桩基础对邻近隧道的影响的地基反力模量 k 值选取式(17)计算方法。

为了验证采用式(17)计算隧道纵向地基反力模量的合理性,笔者将计算方法分别采用式(15)~式(17)与 C. W. W. NG^[18] 的离心机试验进行对比计算. C. W. W. NG^[18] 研究了轴线相互正交的新建隧道开挖对上部已有隧道的影响的土工离心试验(见图5)。

已有隧道直径 6.0 m,覆盖层厚度 $C = 12.0$ m,新建隧道直径为 6.0 m,隧道之间净间距为 3.0 m. 土体损失率 2%. 隧道衬砌采用铝合金材料,弹性模量取 69 GPa. 砂土采用 TOYOURA 砂,平均粒径 $D_{50} = 0.17$ mm,最大孔隙比 $e_{\max} = 0.977$,最小孔隙比 $e_{\min} = 0.597$,相对密度 $G_s = 2.46$,临界内摩擦角 $\varphi_c = 30^\circ$. 根据 F. ZHANG 等^[19] 的研究成果,

TOYOURA 砂的对数体积弹性模量 $\kappa = 0.0064$. 砂土的平均密度取 1530 kg/m^3 , 根据式(18)计算得到土体的弹性模量:

$$E = \frac{3(1-2\nu)(1+e_0)p'}{\kappa} \quad (18)$$

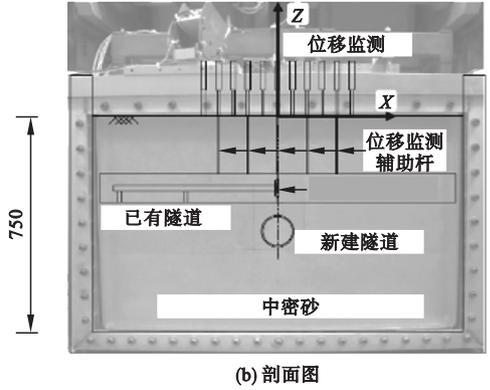
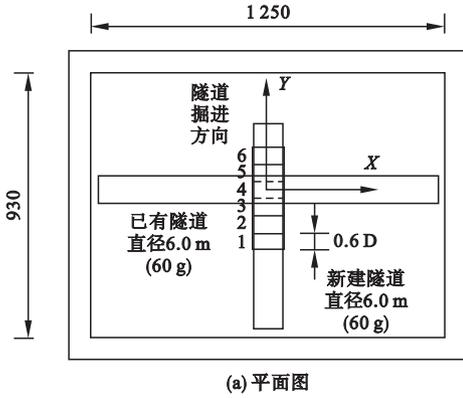


图5 土工离心试验图

Fig. 5 Geo-centrifuge test schematic diagram

S. W. JACOBSZ^[20] 得到砂土中隧道开挖引起的地表沉降为

$$S_v(x) = S_{\max} \exp\left[-\frac{1}{3}\left(\frac{|x|}{i}\right)^{1.5}\right] \quad (19)$$

S. W. JACOBSZ^[20] 通过对土工离心试验测得试验数据进行多项式拟合,发现 K_s 值随深度的变化为

$$K_s = \frac{0.09 + 0.26(1 - z/z_0)}{1 - z/z_0} \quad (20)$$

式中: z_0 为隧道埋深. 确定隧道开挖引起的地表及地表以下沉降槽, 还需要确定最大沉降 S_{\max} , 该参数可由沉降槽的体积, 通过对沉降槽积分反算得到.

靳军伟等^[21] 通过对 A. M. MARSHALL 等的试验数据进行分析, 发现在隧道土体损失率 V_{lt} 小于 2% 时, 隧道损失率和沉降槽土体损失率可以通过对其所采用的地表土体损失率与隧道土体损失率之间的关系进行修正得:

$$V_{l,s} = (a + be^{-[(V_{l,t}-c)/d_0]^2}) \left[\frac{C}{D} - \alpha \frac{z}{D} \right]^\beta \quad (21)$$

式中: $a=2.0, b=-3.7, c=-2.8, d_0=3.6, \beta=0.5; C$ 为隧道覆盖层厚度; α 为随深度的调整系数, 取 $\alpha=0.5$.

根据经验公式计算得到土体沉降, 由“二阶段”方法将隧道简化为弹性地基梁来计算隧道的沉降. 试验测量所得到的结果与采用理论分析所得到的结果差别很小(见图6), 说明采用文中方法计算土体位移对隧道的影响是合理的.

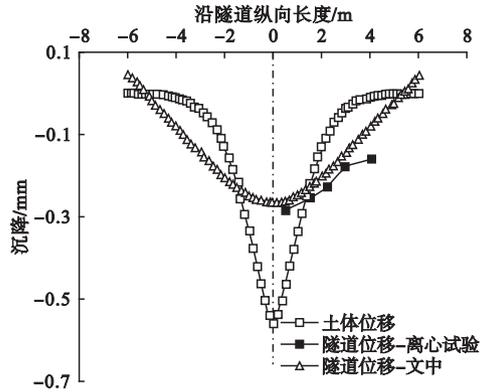


图6 理论计算值与实测对比

Fig. 6 Comparison of theoretical value and test value

2 模型验证及参数分析

2.1 模型验证

采用 ABAQUS 有限元软件, 分析了荷载作用下桩基础对邻近隧道的影响. 土体弹性模量 $E_s=45 \text{ MPa}$, 隧道直径 $D=6 \text{ m}$, 隧道衬砌厚度 $t=0.25 \text{ m}$, 隧道埋深 $H=24 \text{ m}$. 桩身

直径 $d = 1.5 \text{ m}$, 桩长 $L = 60 \text{ m}$, 桩顶荷载 830 kN , 桩与隧道参数如表 1 所示. 桩 - 隧道净距离分别为 $S_{\text{case1}} = 3.75 \text{ m}$, $S_{\text{case2}} =$

11.25 m , $S_{\text{case3}} = 26.25 \text{ m}$. 有限元计算简图及所采用的网格如图 7 所示.

表 1 桩与隧道参数

Table 1 Parameters of pile and tunnel

H/m	D/m	t/m	L/m	d/m	E_c/MPa	ν_c	E_s/MPa	ν_s
24	6	0.25	60	1.5	26 000	0.2	45	0.3

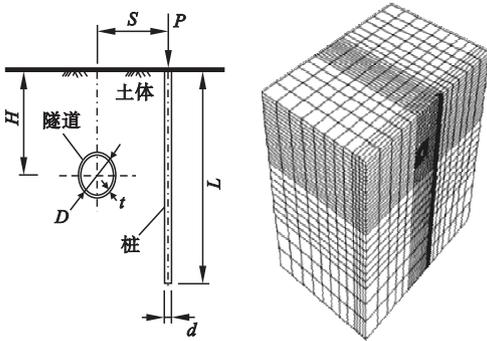


图 7 有限元计算简图及网格

Fig. 7 FEM diagram and mesh grid

计算中通过反算得到算例中的桩侧摩阻力最大值为 30 kPa , 采用该值计算结果如图 8 所示. 对比发现笔者计算方法与 J. Zou^[10] 采用有限元计算得到的结果接近, 说明采用简化方法计算荷载作用下桩基础的纵向反应是合理的.

$\mu_c = 0.3$, 土体弹性模量 $E = 10 \text{ MPa}$, 泊松比 $\mu_s = 0.35$, 隧道埋深 $H = 15.0 \text{ m}$, 桩与隧道之间净距离 $S = 3 \text{ m}$, 桩基础对邻近隧道的影响计算简图如图 9 所示.

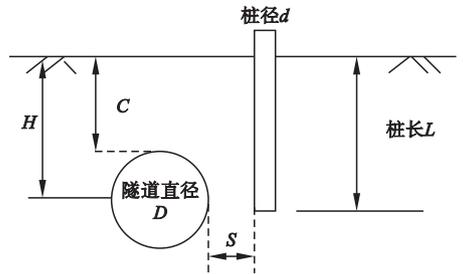


图 9 桩基础对邻近隧道的影响计算简图

Fig. 9 Diagram of influence of pile foundation on tunnel

计算得到单桩的 $Q - s$ 曲线如图 10 所示, 单桩极限荷载取 $1\ 000 \text{ kN}$, 单桩承载力设计值为 500 kN . 在设计荷载作用下, 计算得到隧道沉降如图 11 所示. 最大沉降位于桩 - 隧道交界的中心面上, 数值在 1.0 mm 左右, 呈对称分布.

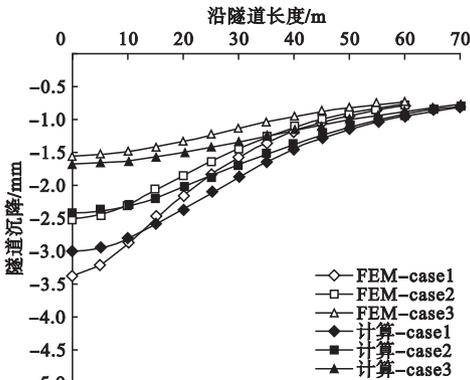


图 8 简化计算结果与有限元计算结果对比

Fig. 8 Simplified calculation results and FEM calculation results

2.2 参数分析

桩身直径 $d = 1.2 \text{ m}$, 桩长 $L = 15.0 \text{ m}$, 隧道直径 6.2 m , 隧道壁厚 300 mm , C40 混凝土弹性模量 $E_c = 3.25 \times 10^4 \text{ MPa}$, 泊松比

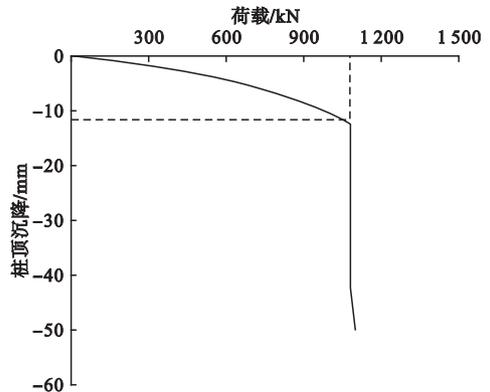


图 10 单桩荷载 - 沉降曲线

Fig. 10 Pile load-settlement curve

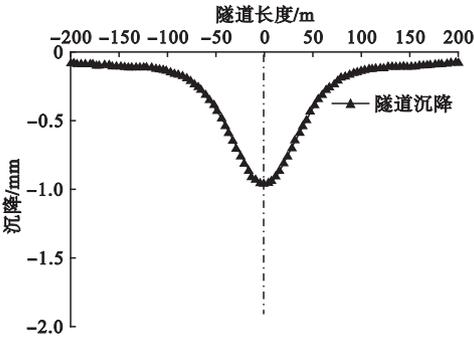
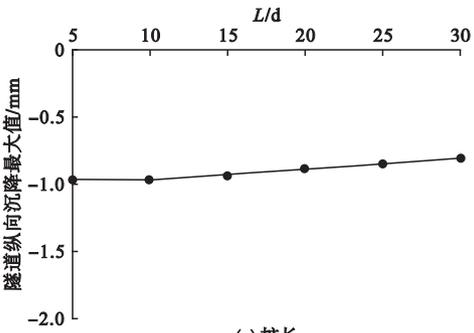


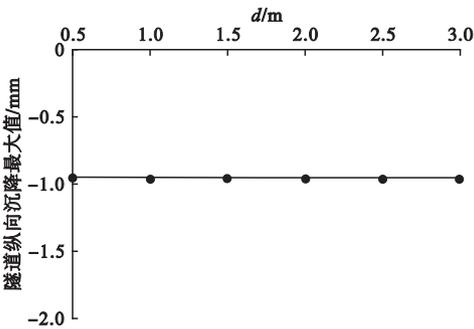
图 11 隧道沉降

Fig. 11 Tunnel settlement

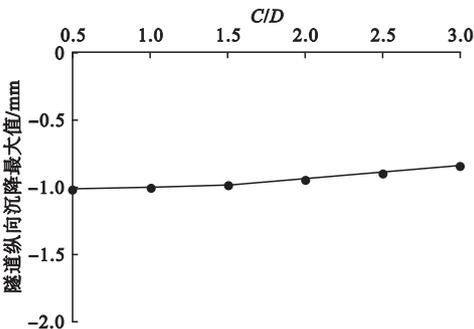
由于目前地铁隧道的直径 D 和衬砌厚度 t 变化不大,笔者考虑桩长 L 、桩径 d 、隧道埋深 C 、桩与隧道之间的距离 S 、土体弹性模量 E_s 共 5 个变量进行分析,计算结果见图 12.



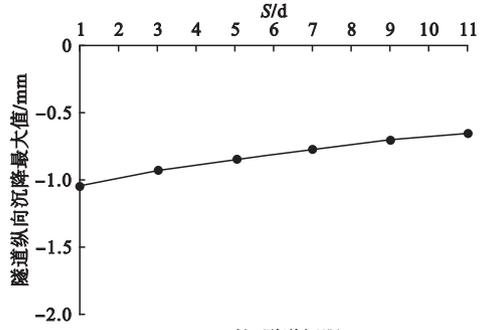
(a) 桩长



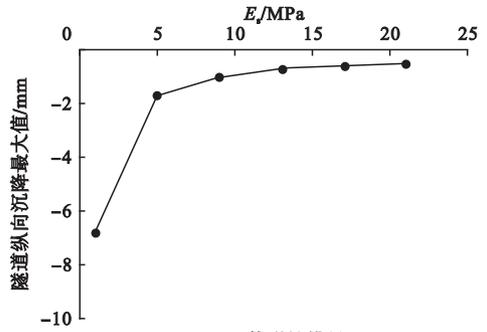
(b) 桩径



(c) 隧道覆盖层厚度



(d) 桩-隧道间距



(e) 土体弹性模量

图 12 隧道最大沉降影响因素参数分析

Fig. 12 Parametric analysis of maximum tunnel settlement vs influence factors

从图 12(a)可看出,随着桩长的增加,桩长取 $5 \sim 30 d$,增加间隔 $1.2 m$,隧道沉降有所减小,但是幅度并不是很大,最大沉降在桩长达 $15 d$ 后,隧道纵向位移减小速度稍大. 桩径从图 12(b)可看出,随着桩径的增加,取 $0.5 \sim 3.0 m$,增长间隔 $0.5 m$,桩径变化对邻近隧道的影响很小. 从图 12(c)可看出,随着隧道覆盖层厚度 C 由 $0.5 D$ 增加到 $3.0 D$,隧道纵向沉降有所减小. 从图 12(d)可看出,桩与隧道之间的距离 S 由 $1.0 d$ 增大到 $11.0 d$,对邻近隧道的纵向沉降影响逐渐减小,幅度较大. 土体弹性模量 E_s 从 $1.0 MPa$ 增加至 $21.0 MPa$ 时,隧道纵向沉降对比如图 12(e)所示,隧道纵向最大沉降显著减小.

桩-隧道间距和土体弹性模量的改变对荷载作用下桩基础引起的隧道纵向最大沉降影响较桩长、桩径和隧道覆盖层厚度要大.

3 结论

(1) 通过既有离心机试验结果验证,土

体位移作用下隧道沉降的地基反力模量可采用 Vesic 模型来进行计算。

(2) 通过与相关文献有限元方法对比发现,笔者所推荐的方法计算单桩基础引起的邻近已有隧道的纵向沉降是合理的。

(3) 桩-隧道间距和土体弹性模量的改变对荷载作用下桩基础引起的隧道纵向最大沉降影响较桩长、桩径和隧道覆盖层厚度要大。

参考文献

- [1] 中国城市轨道交通协会. 2017 年中国内地城市轨道交通线路概况[J]. 城市轨道交通, 2018(1): 18-21.
(China urban rail transit association. Overview of urban rail transit lines in mainland China in 2017[J]. China metros, 2018(1): 16-21.)
- [2] 李镜培, 王昆. 超深群桩对邻近已有隧道的影响研究[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(增刊2): 128-134.
(LI Jingpei, WANG Kun. Influence of extra-deep pile groups on existing neighboring tunnels[J]. Chinese journal of geotechnical engineering, 2011, 33(S2): 124-134.)
- [3] 路平, 郑刚. 立交桥桩基础施工及运营期对既有隧道影响的研究[J]. 岩土工程学报, 2013(增刊2): 923-927.
(LU Ping, ZHENG Gang. Influence of construction and operation of pile foundation of overpass on existing tunnels[J]. Chinese journal of geotechnical engineering, 2013, 35(S2): 923-927.)
- [4] 翁效林, 孙腾, 冯莹. 桩基础承载过程对近距离地铁隧道影响机制分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2016, 48(3): 138-142.
(WENG Xiaolin, SUN Teng, FENG Ying. Influence of loading pile foundation on existing neighboring subway tunnel[J]. Journal of Harbin institute of technology, 2016, 48(3): 138-142.)
- [5] SCHROEDER F C. The influence of bored piles on existing tunnels[D]. London: Imperial University of Technology, 2002.
- [6] Land Transport Authority. Code of practice for railway protection[S]. Singapore: Land Transport Authority, 2004.
- [7] MARSHALL A M, FARRELL R, KLAR A, et al. Tunnels in sands: the effect of size, depth and volume loss on greenfield displacements[J]. Géotechnique, 2012, 62(5): 385-399.
- [8] 闫静雅. 桩基础全寿命期对邻近已有隧道的影响研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.
(YAN Jingya. The influence of pile foundation in lifecycle on adjacent existing tunnel[D]. Shanghai: Tongji University, 2007.)
- [9] CHUNG K H. Effects of piles on tunnels[D]. London: University of Cambridge, 2007.
- [10] ARUNKUMAR S, AYOTHIRAMAN R. Effect of vertically loaded pile on existing urban tunnel in clay[C]. Indian Geotechnical Conference, 2010.
- [11] 杨敏, 靳军伟. 桩基础与既有地铁隧道相互影响的研究进展[J]. 建筑结构学报, 2016, 37(8): 90-100.
(YANG Min, JIN Junwei. Research progress on interaction of pile foundation with nearby existing subway tunnel[J]. Journal of building structures, 2016, 37(8): 90-100.)
- [12] 木林隆, 黄茂松, 王卫东. 分层地基中隧道开挖对邻近刚性桩筏基础竖向影响分析[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(7): 1082-1090.
(MU Linlong, HUANG Maosong, WANG Weidong. Vertical response of capped pile foundations to ground movements induced by tunneling[J]. Chinese journal of geotechnical engineering, 2011, 33(7): 1082-1090.)
- [13] American Petroleum Institute. Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms-working stress design[S]. Waslington, D. C., American: [s. n.], 2014.
- [14] POULUS H G, DAVIS E H. Pile foundation analysis and design[M]. New York: Wiley, 1980.
- [15] KLAR A, VORSTER T E B, SOGA K, et al. Soil-pipe interaction due to tunneling: comparison between Winkler and elastic continuum solutions[J]. Géotechnique, 2005, 55(6): 461-466.
- [16] BIOT M A. Bending of an infinite beam on an elastic foundation[J]. Journal of applied mechanics, 1937(3): 1-7.
- [17] VESIC A B. Bending of beams resting on isotropic elastic solids[J]. Journal of the engineering mechanics division, 1961, 87(2): 35-54.
- [18] NG C W W, LU H, PENG S Y. Three-dimensional centrifuge modelling of the effects of twin tunnelling on an existing pile[J]. Tunneling and underground space technology, 2013, 35: 189-199.
- [19] ZHANG F, YE B, YE G. A Unified Description of Toyoura Sand[M]. Berlin: Springer berlin heidelberg, 2013.
- [20] JACOBSZ S W. The effects of tunnelling on piled foundations[D]. London: University of Cambridge, 2003.
- [21] 靳军伟, 孟潮, 李明宇, 等. 非线性土体损失对隧道施工引起的砂土地层沉降影响[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2018, 34(1): 74-81.
(JIN Junwei, MENG Chao, LI Mingyu, et al. Stratum settlement considering non-linear volume loss induced by tunneling in sand[J]. Journal of Shenyang jianzhu university(natural science), 2018, 34(1): 74-81.)