

基于随机有限元的水泥路面热力耦合 可靠性分析

郭超,于红梅,朱璧禾,惠志婷

(沈阳建筑大学土木工程学院,辽宁 沈阳 110168)

摘要 目的 基于随机有限元法,对水泥路面在温度应力与随机车辆荷载耦合作用下的可靠度问题进行研究.方法 首先,通过水泥路面热传导方程,获得其在夏、冬两季典型天气条件下的温度场.然后,将温度场导入到路面力学模型中,同时将车辆荷载以随机荷载施加其上,从而实现水泥路面的热力耦合随机有限元分析.在此基础上,利用 Monte Carlo 法基本原理,通过对随机有限元结果中最大 Mises 应力的统计回归分析,确定水泥路面应力的概率分布模型与可靠度指标.结果 冬、夏两不同季节,温度应力与随机车辆荷载耦合作用下路面最大 Mises 应力统计特征值差异显著.冬季时,水泥路面内产生的最大 Mises 应力均服从 Log-Logistic 分布,而夏季 14:00 时,其概率分布模型从 Log-Logistic 阶跃为 t Location-Scale.结论 通过对比分析冬、夏 14:00 时在随机车辆荷载作用下的路面最大 Mises 应力,验证了热力耦合作用是影响水泥路面可靠性的重要因素,为水泥路面的可靠性研究提供一种有效的分析方法.

关键词 水泥路面;随机有限元;热力耦合;可靠度;Monte Carlo

中图分类号 TU997;U416.216

文献标志码 A

Reliability Analysis of Cement Concrete Pavements under Thermodynamic Coupling Actions Based on Stochastic Finite Elements Method

GUO Chao, YU Hongmei, ZHU Bihe, HUI Zhiting

(School of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168)

Abstract: The reliabilities of cement pavements (CP) were analyzed under the thermodynamic coupling actions with the stochastic finite elements methods (SFEM). Firstly, the temperature fields of CP were achieved under typical weather conditions in the two seasons of summer and winter, by CP heat transfer functions. Secondly, the temperature fields were imported into the mechanical

收稿日期:2017-11-15

基金项目:国家自然科学基金项目(51578348);辽宁省自然科学基金项目(20170540741);中国博士后科学基金项目(2016M601341)

作者简介:郭超(1980—),男,副教授,博士,主要从事结构可靠度、结构随机分析等方面研究.

models of the CP, and the traffic loads as the random loads were effected on the CP surface simultaneously, to achieve the thermo-mechanical coupling stochastic finite elements analysis of pavements. On this basis, the probability distribution models and reliability index of CP stresses were determined by the statistical regression analysis of the Max-Mises of the stochastic finite elements calculated results on the Monte Carlo fundamental. The calculated results indicated that the statistical characteristics of Max-Mises of CP are significantly different in the two seasons of summer and winter under thermo-mechanical coupling actions. In winter, the Max-Mises stress in the cement pavement obeys the Log-Logistic distribution, however they step changed from Log-Logistic to t Location-Scale types at 14:00 in summer. Through comparative analysis of the maximum pavement stress under random vehicle loads during winter and summer at 14:00, it was verified that thermodynamic coupling is an important factor influencing the reliability of cement pavement, and it provides an effective analysis method for the reliability study of cement pavement.

Key words: cement pavements; stochastic finite elements methods; thermodynamic coupling; reliabilities; Monte Carlo

随着计算机科学技术的高速发展,基于随机有限元法的可靠度分析在工程应用领域取得了快速进步.水泥路面作为一种热敏感性材料受环境温、湿度作用显著,在随机车辆荷载,尤其是重轴载作用下更易发生破坏.国内外学者对水泥类路面展开了部分理论和试验研究.贾凌雁^[1]采用非线性有限元分析程序 ABAQUS,建立连续变温条件下的福建沥青路面车辙计算模型,分析了福建省不同气候条件下的车辙发展规律,以及高温、重载、路面结构组合、沥青层厚度对沥青路面车辙的影响;金霞^[2]在确定了路面参数面层厚度、弹性模量、泊松比等结构参数的基础上,建立沥青路面三维有限元模型,并将有限元分析方法应用于车辆与路面相互作用响应研究中;Ai Changfa 等^[3]通过 ABAQUS 的瞬态热分析和耦合热分析,分析了温度场和应力响应等热作用;王小艳^[4]建立了非冰冻地区路基水-力耦合模型和季节性冰冻地区路基水-热-力耦合模型;李庆东等^[5]根据季节性冻土的特点,考虑基质势和压力势与温度的关系,给出了季节性冻土水-热-力三场耦合的模型;曹圩娣^[6]利用 MSC. MARC 软件对覆冰路面进行了多场耦合数值模拟,包括覆冰路面的热-力耦合分析及覆冰路面水-热-力耦合分析;戚毅婷^[7]利用有限元

软件对多层刚框架建立三维有限元模型,并分三种工况采用 PDS 技术进行响应面可靠度分析;冯俊杰^[8]利用有限单元法建立三维热力模型,对埋管桥面层铺装层温度场进行瞬态分析;殷德胜^[9]根据块体单元法的应力、渗流分析的基本原理,运用两场交叉迭代法,建立了三维裂隙岩体的渗流与应力耦合分析模型;许丽香^[10]利用 ANSYS 有限元软件建立荷载应力-沥青路面结构三维有限元模型,建立以弯沉值、路面结构层层底拉应力为指标的功能函数,考虑到交通参数、路面结构参数的随机性,分析了路面结构可靠度对这些随机变量设计参数的敏感性;陈建华等^[11]利用 ANSYS 有限元软件对内蒙古境内三种典型半刚性基层沥青路面结构建立三维有限元模型,进行仿真模拟,并施加不同轴重的双圆荷载和水平方向荷载,分析了路面结构的力学响应量.

基于此,笔者基于随机有限单元法,针对水泥路面在温度应力与随机车辆荷载耦合作用下的可靠度问题进行研究.采用 Monte Carlo 的基本原理并结合随机有限元技术求解水泥路面在服役期内的可靠性,得到了温度应力和随机车辆荷载耦合作用下路面的概率分布模型与可靠度指标.

1 水泥路面热力耦合随机有限元分析流程

路面车辆随机荷载位置如图 1 所示,选择典型双向两车道水泥路面作为模型:C35 水泥混凝土路面宽 3.75 m×2,长 5 m,厚0.30 m,上路床深 0.3 m,下路床深1.2 m,路基深 1.8 m. 基于 Monte Carlo 法基本原理,结合随机有限元技术对水泥路面进行热力耦合可靠性分析的计算流程如图 2 所示.

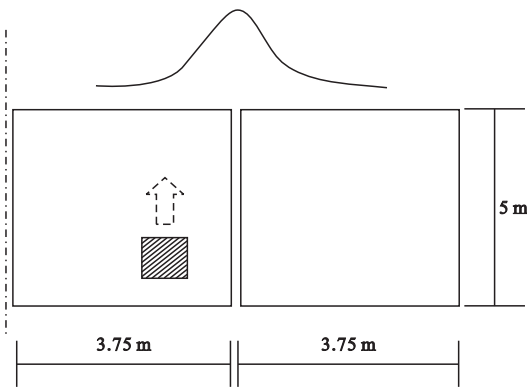


图 1 路面车辆随机荷载位置
Fig. 1 Random location of traffic load

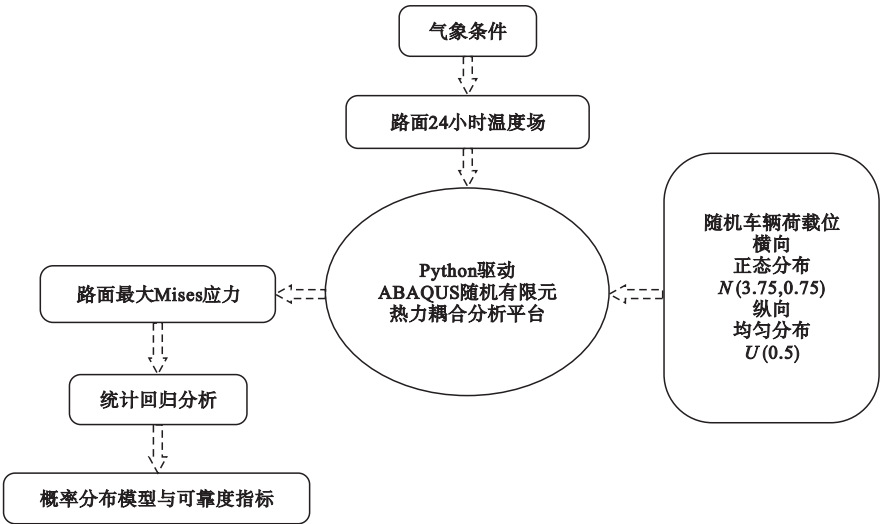


图 2 水泥路面热力耦合随机有限元分析流程

Fig. 2 Technological process of CP thermo – mechanical coupling analysis on SFEM

水泥路面热力耦合随机有限元分析具体步骤如下.

Step1:对气象资料进行回归分析,得出路面所在地区夏、冬两季典型天气条件下 24 小时的气象参数,其中包括气温、太阳辐射、空气对流等因素.

Step2:考虑上述因素,将其编译成路面与环境间热传导平衡方程的第二类气温、对流热交换(Film)、第一类太阳辐射(DFLUX)边界条件的 ABAQUS 热力耦合分析 fortran 子程序.

Step3:将上述子程序导入到 ABAQUS 路面有限元模型中,进行有限元分析,得到路

面在典型天气条件下 24 小时内各个时刻的温度场.

Step4:将上述路面 ABAQUS 温度场分析模型转化为热力耦合分析模型.同时,将 Step3 中的温度场信息也导入到此模型中.

Step5:利用 MATLAB 统计工具箱生成一组非关联的二维伪随机数.其中,一维随机数服从以路面中心线为均值的正态分布,代表车辆荷载横向分布位置.另一维随机数服从以路面单元行车方向的长度为空间的均匀分布,代表车辆荷载纵向分布位置.

Step6:利用 Python 脚本驱动主程序,将上述随机数组以 DLOAD 子程序的形式导入

ABAQUS 热力耦合分析模型中,并驱动 ABAQUS 热力耦合分析模型进行相应的随机有限元分析.

Step7:利用 Python 脚本驱动主程序,对上述随机有限元分析结果进行比较分析.得到温度应力与随机车辆荷载耦合作用下的路面板在各时刻产生的 Mises 应力最大值,并将其作为计算路面可靠性指标的控制性随机变量.

Step8:利用 MATLAB 统计工具箱,对上述控制性随机变量进行统计分析,得到控制性随机变量的概率分布模型,并计算可靠度指标,将其作为路面热力耦合作用下的可靠度指标.

2 水泥路面温度特性

2.1 水泥路面温度场热传导基本方程

模型分析采用的温度场为一年夏、冬两季典型天气条件下,包括气温、太阳辐射、空气对流耦合等因素的 24 小时路面温度场.如图 1 所示的水泥路面为三层结构,第一层为水泥混凝土路面,第二层为路床,第三层为土基.设第 i 层的导温系数为 a_i ,导热系数为 λ_i ,厚度为 h_i .温度函数为 $T_i(x,t)$,其应该满足以下的热传导方程:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = a_i \left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} \right), i = 1, 2, \dots, n. \tag{1}$$

式中: t 为时间变量; x 为空间变量.

水泥路面板与路床、路床与土基间,应满足的第三类热传导边界条件如下:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = \dots = \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x}, i = 1, 2, \dots, n. \tag{2}$$

此外,温度函数还应满足有界性要求,即:

$$|T_i(x,t)| \leq M, (x \rightarrow \infty). \tag{3}$$

2.2 水泥路面温度场边界条件

(1) 太阳辐射

太阳辐射对水泥路面温度影响的周期性变化规律,可采用理想的余弦函数进行描述:

$$q(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 12 - \frac{c}{2}; \\ q_0 \cos m\omega(t - 12), & 12 - \frac{c}{2} \leq t \leq 12 + \frac{c}{2}; \\ 0, & 12 + \frac{c}{2} < t \leq 24. \end{cases} \tag{4}$$

式中: $q_0 = 0.131mQ$, q_0 为日辐射峰值; Q 为太阳辐射总量, J/m^2 ; $m = 12/c$, c 为实际有效日照小时数; ω 为地球自转角频率, rad ; $T_1|_{z=0}$ 为路表面温度, $^{\circ}C$; T_a 为大气温度, $^{\circ}C$; $T_z = -273^{\circ}C$ 为绝对零度.

(2) 气温

用如下所示的双正弦函数线性叠加形式来模拟气温的日较差:

$$T_a = \overline{T_a} + T_m [0.96 \sin \omega(t - t_0) + 0.14 \sin 2\omega(t - t_0)]. \tag{5}$$

式中: $\overline{T_a}$ 为日平均气温, $^{\circ}C$; T_m 为日气温变化幅值, $^{\circ}C$; t_0 初相位,取为最大太阳辐射与最高气温出现的时间差再加 7 小时,一般情况取 9 小时.

(3) 空气对流

水泥路面表面与空气间的热交换系数为 h_c ,其主要受风速 v_w 的影响,两者呈如下的线性关系:

$$h_c = 3.7v_w + 9.4. \tag{6}$$

式中: h_c 为热交换系数, $W/(m^2 \cdot ^{\circ}C)$; v_w 为风速, m/s .

(4) 水泥路面有效辐射

水泥路面发射的与吸收的辐射之差,称为路面有效辐射,采用 Stefan Boltzmann 定律进行计算:

$$q_F = \varepsilon \sigma [(T_1|_{z=0} - T_z)^4 + (T_a - T_z)^4]. \tag{7}$$

式中: q_F 为路面有效辐射, $W/(m^2 \cdot ^{\circ}C)$; ε 为路表面发射率(黑度),取 0.7; $\sigma = 5.6697 \times 10^{-8} W/(m^2 \cdot K^4)$,为黑体辐射系数; $T_1|_{z=0}$ 为路表面温度, $^{\circ}C$; T_a 为大气温度, $^{\circ}C$; T_z 为绝对零度, $T_z = -273^{\circ}C$.

2.3 水泥路面温度场数值分析

在上述水泥路面热传导基本原理的基础上,利用 ABAQUS 热传导分析平台,得到气温典型年夏、冬两个季节在典型天气条件下,路面板在太阳辐射、气温、空气对流、路面有

效辐射耦合作用下的温度场^[12-15]. 相应的材料热力学指标如表 1 所示. 温度场分析中采用 DC3D8 单元,热力耦合分析中采用 C3D8 单元.

表 1 水泥路面热力学指标

Table 1 Thermodynamic property index of CP

材料种类	比热/ (J·(kg·℃) ⁻¹)	密度/ (kg·m ⁻³)	热传导系数/ (J·(m·h·℃) ⁻¹)	弹性模量/ MPa	泊松比	热膨胀系数/ ℃ ⁻¹
水泥路面	973	2 500	9 450	3.25 × 10 ⁴	0.15	1.0 × 10 ⁻⁵
基层	912	2 200	5 616	1 200	0.2	—
土基	1 040	1 800	5 616	80	0.3	—

通过计算,得到水泥路面在夏、冬季 14:00 时的三维瞬态型温度场分析结果如图 3 所示. 相应的路面内温度沿深度变化的剖面如图 4 所示. 从图 3、4 中可以看出,温度沿路面深度呈非线性变化,在夏季高温条件下

14:00 时,路表温度最高可达 40℃ 以上,温度梯度达到 (40-28)℃/0.3m=40℃/m; 在冬季寒冷条件下凌晨 6 时,路表温度最低可达 -25℃ 以下,此时温度梯度较小.

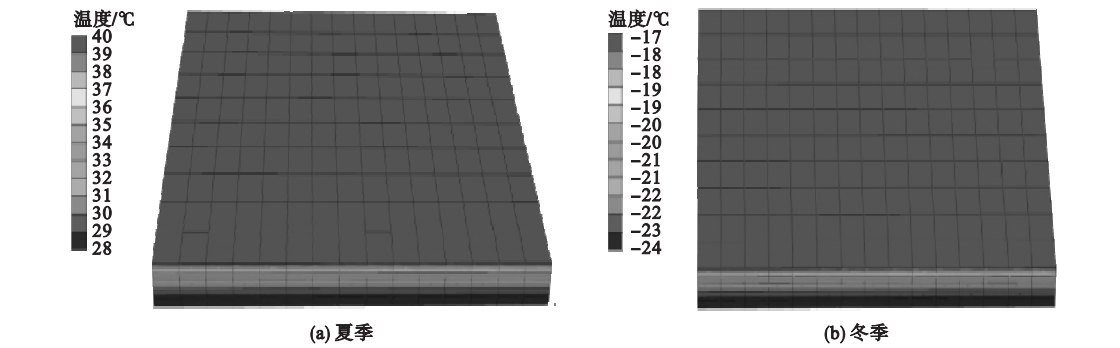


图 3 水泥路面温度场
Fig. 3 Temperature fields of CP

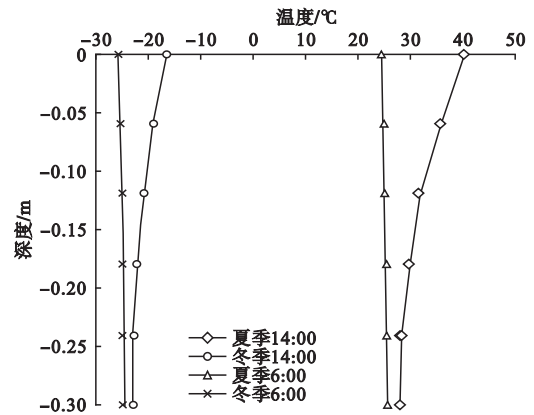


图 4 水泥路面温度剖面
Fig. 4 Profile of CP temperature field

2.4 水泥路面温度应力分析

在上述温度场作用下,路面内产生的温度应力如图 5 所示. 由图 5 可知,路面在夏、冬两季 14:00 时产生的温度应力,其幅值大小和空间分布特征均具有显著差别. 由于夏季 14:00 时温度梯度较大,由此导致了在路面板角处出现了幅值为 2.39 MPa 的温度应力. 然而,冬季的温度梯度较小,路面温度应力则主要是由基层的约束所引起,其均匀分布在整個路面内,最大幅值仅为 0.258 MPa.

3 水泥路面温度与随机车辆荷载耦合分析

上述路面在承受夏、冬两季温度荷载作用的同时,将上部车辆荷载转化为分布范围为 $0.2\text{ m}\times 0.2\text{ m}$ 的均布荷载,并将其压力作用中心点的横、纵坐标视为随机荷载位置变量,并分别以1、2、3倍标准轴载的车辆荷

载随机作用在路面上. 根据 Monte Carlo 法基本原理,利用 MATLAB 随机数生成工具箱,生成1 500组非关联的二维伪随机数,其中一维随机数服从 $N(3.75,0.75)$ 的高斯分布,代表车辆荷载横向分布位置;另一维随机数服从 $U(0,5)$ 的均匀分布,代表车辆荷载纵向分布位置,从而得到了水泥路面温度应力与随机车辆荷载耦合作用分析的输入数据.

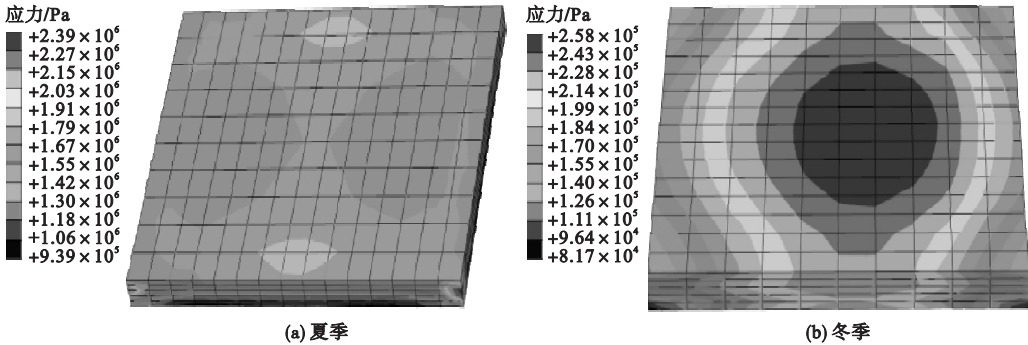


图5 水泥路面温度应力

Fig. 5 Temperature stresses of CP

3.1 温度与随机车辆荷载耦合作用下的随机有限元分析

通过 Python 脚本程序调用路面力学模型进行热力耦合分析的同时,将上述伪随机数组代表的随机车辆荷载作用位置,以 Dload 子程序的形式作用在水泥路表面,实现路面在温度与随机车辆荷载耦合作用下的随机有限元分析^[16-18]. 通过1 500次的随机有限元计算,分别得到了夏、冬季14:00时的路面在温度与3倍随机车辆荷载耦合作用下产生的最大 Mises 应力,如图6所示.

从图6可知,在夏季,温度与随机车辆荷载耦合作用下路面产生的最大 Mises 应力为3.5 MPa,其位置出现在路面板边缘中部;而在冬季,其最大 Mises 应力为2.35 MPa,位置出现在路面板的中心.

3.2 温度与随机车辆荷载耦合作用下 Mises 应力统计分析

在温度荷载 N 与1、2、3倍随机标准车辆轴载 f 耦合作用下,上述路面产生的1 500组最大 Mises 应力的频率直方图如图7所示.

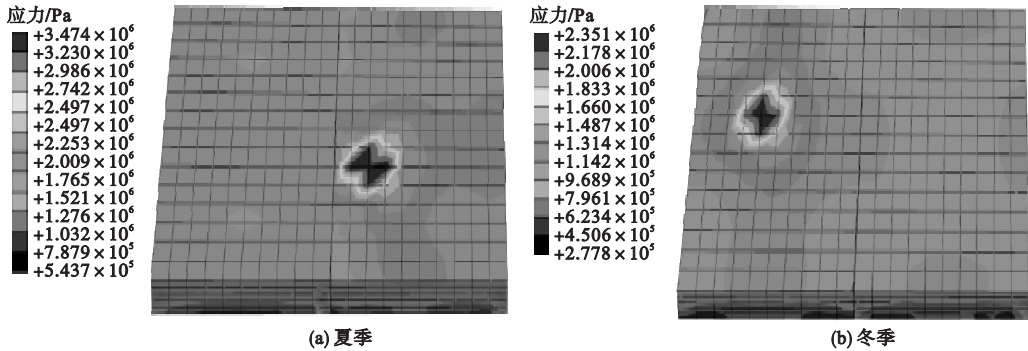


图6 温度应力与3倍随机车辆荷载耦合作用

Fig. 6 Temperature stresses and 3 times random standard axle load coupling action

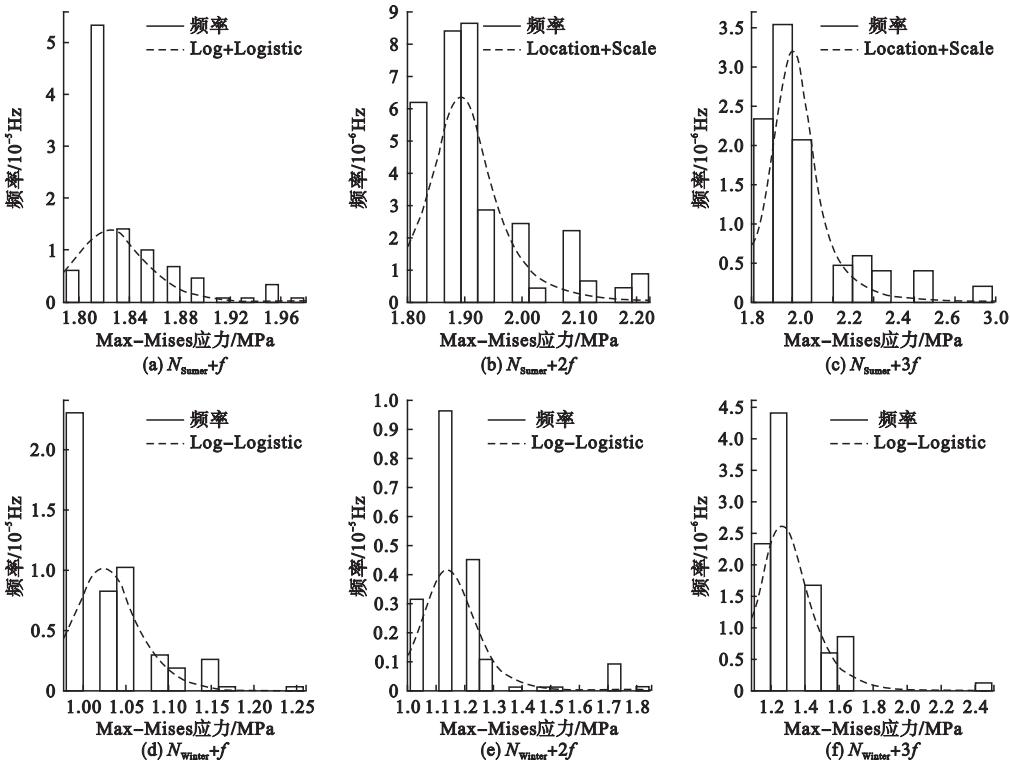


图 7 温度与随机车辆荷载耦合作用下最大 Mises 应力频率直方图

Fig. 7 Maximum Mises stress frequency histogram under the coupling of temperature and random vehicle load

从图 7(a)中可以看出,在夏季,温度荷载与 1 倍随机标准车辆轴载的耦合作用下,路面产生的最大 Mises 应力服从均 Log-LogisticDistribution 分布,其概率密度函数如下:

f(x;α,β)= (β/α)(x/α)^(β-1) / (1+(x/α)^β)^2. (9)

其中,当 b=π/β 时,数学期望为

E(X)=αb/sinb. (10)

从图 7(b)、(c)可以看出,在夏季,温度

荷载与 2、3 倍随机标准车辆轴载的耦合作用下,路面产生的最大 Mises 应力从 Log - Logistic Distribution 阶跃为 t - LocationScale 分布,其概率密度函数如下:

f(x;ν)= Γ((ν+1)/2) / (sqrt(νπ)Γ(ν/2)) * (1+t^2/ν)^(-(ν+1)/2). (11)

其中,ν 为自由度个数,Γ 为伽马函数,数学期望为

k 为奇数, 0 < k < ν;
k 为偶数, 0 < k < ν. (12)

由图 7(d)、(e)和(f)可知,在冬季,温度与 1、2、3 倍随机标准车辆轴载的耦合作用产生的最大 Mises 应力仍然服从 Log - Logistic Distribution 分布.

不同季节内,温度与 1、2、3 倍随机标准车辆轴载耦合作用下,路面最大 Mises 应力

的累计概率密度如图 8 所示,相应的可靠度指标如图 9 所示. 从图 8、9 中可以看出,在夏季,温度荷载分别与 1、2、3 倍随机标准轴载耦合作用时,路面内最大 Mises 应力范围分布在 1.8 ~ 2.0 MPa、1.82 ~ 2.4 MPa、1.85 ~ 3.0 MPa 内的概率为 99.5%. 然而,在冬季,

对应于同样的概率数值 99.5%,温度荷载分别与 1、2、3 倍随机标准轴载耦合作用时,路面内产生的最大 *Mises* 应力范围则分布在 1~1.2 MPa、1.05~1.6 MPa、1.1~1.8 MPa 内。由此可见,对于同样的可靠度指标,夏季路面内的应力水平远高于冬季路面内的应力水平。

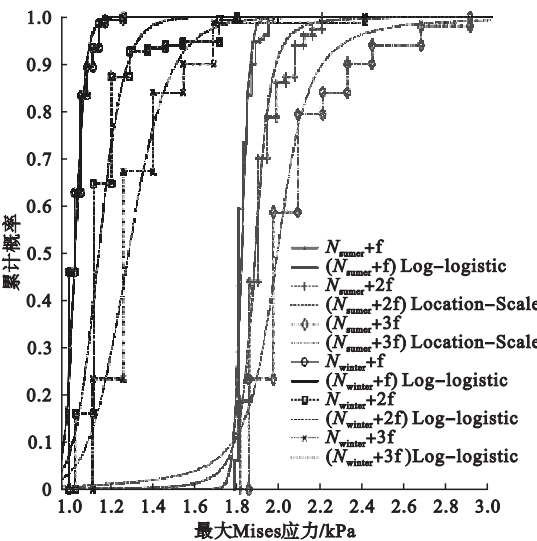


图 8 最大 Mises 应力累计概率密度

Fig. 8 Cumulative probability of Max-Mises

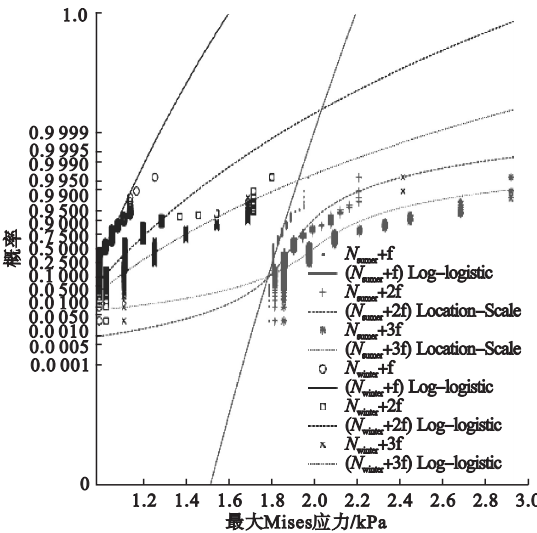


图 9 最大 Mises 应力概率密度

Fig. 9 Probability of Max-Mises

4 结 论

(1)水泥路面温度场沿路面深度呈非线

性变化,在夏季高温天气条件下的 14:00 时,路表温度最高可达 40℃以上,温度梯度达到 40℃/m;在冬季寒冷天气条件下的凌晨 6:00 时,路表温度最低可达 -25℃以下,此时温度梯度较小。

(2)水泥路面在夏、冬两季 14:00 时产生的温度应力,其幅值大小和空间分布特征均具有显著差别。由于夏季 14:00 时温度梯度较大,导致路面在板角处出现最大温度应力,其值为 2.39 MPa。然而,冬季温度梯度较小,路面内产生的温度应力主要是由基层的约束引起,因而其均匀分布在路面内,最大值仅为 0.258 MPa。

(3)夏季时,在温度荷载与 1、2 倍标准轴载耦合作用下,水泥路面内产生的最大 Mises 应力服从 Log - Logistic 分布。而当随机车辆荷载的数值变化成 3 倍标准轴载时,水泥路面内产生的最大 Mises 应力则服从 t Location - Scale 分布,其最大值为 3.5 MPa,临界荷载位置位于路面板边缘中部。冬季时,在温度荷载与 1、2、3 倍标准轴载耦合作用下,水泥路面内产生的最大 Mises 应力均服从 Log - Logistic 分布,其最大值为 2.35 MPa,临荷载位置位于路面板的中心。

参考文献

[1] 贾凌雁. 福建省高速公路沥青路面温度场与车辙研究[D]. 福州:福州大学,2009.
(JIA Lingyan. Study on temperture field and rutting disease for the highway asphalt pavements in Fujian province[D]. Fuzhou: Fuzhou University, 2009.)

[2] 金霞. 重载作用下沥青路面力学响应的三维有限元分析[D]. 呼和浩特:内蒙古农业大学,2007.
(JIN Xia. The mechanics response analysis of overload asphalt pavement with 3d finete element method[D]. Hohhot: Inner Mongolia Agricultural University, 2007.)

[3] AI Changfa, XIAO Xingqiang, QIU Yanjun. Thermal analysis of asphalt pavement with different bases by large temperature change[C]// The Eighth International Conference of Chinese Logistics and Transportation Professionals. Chengdu: ASCE, 2008: 2325 - 2331.

[4] 王小艳. 路基不均匀变形对水泥混凝土路面

- 结构的影响研究[D]. 西安:长安大学,2011.
(WANG Xiaoyan. Study on the cement concrete pavement structure of inhomogeneous deformation of subgrade[D]. Xi'an:Chang'an University,2011.)
- [5] 李庆东,周家作,张坤,等. 季节性冻土的水-热-力建模与数值分析[J]. 中国公路学报,2012,25(1):1-7.
(LI Qingdong, ZHOU Jiazuo, ZHANG Kun, et al. Modeling and numerical analysis of moisture, heat and stress in seasonal frozen soil[J]. China journal of highway and transport, 2012,25(1):1-7.)
- [6] 曹圩娣. 覆冰路面多场耦合数值研究[D]. 太原:太原科技大学,2011.
(CAO Xudi. Numerical study on multi field coupling of iced pavement[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Science and Technology,2011.)
- [7] 戚毅婷. 基于随机有限元的框架结构可靠性分析[D]. 昆明:昆明理工大学,2012.
(QI Yiting. Analysis of the structure reliability based on the stochastic finite element[D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology,2012.)
- [8] 冯俊杰. 基于水热式融雪技术桥面铺装温度场及力学研究[D]. 西安:长安大学,2015.
(FENG Junjie. Temperature field and mechanics research of bridge deck pavement base on the snowmelt technology with hydrothermal method[D]. Xi'an: Chang'an University, 2015.)
- [9] 殷德胜. 岩体渗流与应力分析的数值方法研究[D]. 武汉:武汉大学,2010.
(YIN Desheng. Study on the numerical method for the seepage and stress analysis of rock mass[D]. Wuhan: Wuhan University,2010.)
- [10] 许丽香. 交通荷载作用下的沥青路面可靠性分析[D]. 成都:西南交通大学,2013.
(XU Lixiang. Reliability analysis for asphalt pavement under traffic load[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University,2013.)
- [11] 陈建华,丁亚会. 重载作用下沥青路面结构三维有限元分析[J]. 内蒙古公路与运输,2015,5:12-15.
(CHEN Jianhua, DING Yahui. Three dimensional finite element analysis of asphalt pavement structure under heavy load[J]. Highways & transportation in Inner Mongolia, 2015, 5: 12-15.)
- [12] 廖公云,黄晓明. ABAQUS 有限元软件在道路工程中的应用[M]. 2版. 南京:东南大学出版社,2014.
(LIAO Gongyun, HUANG Xiaoming. ABAQUS application in road engineering[M]. 2nd ed. Nanjing: Southeast University Press,2014.)
- [13] 曹金凤,王旭春,孔亮. Python 语言在 ABAQUS 中的应用[M]. 北京:机械工业出版社,2012.
(CAO Jinfeng, WANG Xunchun, KONG Liang. Python application in ABAQUS[M]. Beijing: China Machine Press,2012.)
- [14] KOUGIOUMTZOGLOU L A, SPANOS P D. Nonstationary stochastic response determination of nonlinear systems: a wiener path integral formalism[J]. Journal of engineering mechanics,2014,10(9):1-14.
- [15] 霍夫曼 J P. 传热学[M]. 北京:机械工业出版社,2014.
(HOLMAN J P. Heat transfer[M]. Beijing: China Machine Press,2014.)
- [16] 郭超,张敏江,陆征然. 斜向交叉预应力混凝土路面温度应力分析[J]. 公路交通科技,2016,33(8):25-30.
(GUO Chao, ZHANG Minjiang, LU Zhengran. Study on temperature stress of cross tensioned PC pavement[J]. Journal of highway and transportation research and development, 2016,33(8):25-30.)
- [17] QIN Yinghong, HILLER J E. Modeling the temperature and stress distributions in rigid pavements: impact of solar radiation absorption and heat history development[J]. Journal of civil engineering,2011,15(8):1361-1371.
- [18] RETHERFORD J Q, MCDONALD M. Unified approach for uncertainty analysis using the AASHTO mechanistic-empirical pavement design guide[J]. Journal of transportation engineering,2012,138(5):657-664.
- [19] RETHERFORD J Q, MCDONALD M. A study of reliability methods applicable to mechanistic-empirical pavement design method[J]. Journal of the transportation research board, 2010(2154):130-137.
- [20] AL-BITTAR T, SOUBAR A H. Efficient sparse polynomial chaos expansion methodology for the probabilistic analysis of computationally-expensive deterministic models[J]. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics,2014,38(12):1211-1230.