

非线性土体损失对隧道施工引起的 砂土地层沉降影响

靳军伟¹, 孟 潮¹, 李明宇¹, 刘晨晖²

(1. 郑州大学土木工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘要 目的 基于经验方法及试验分析, 研究砂土中隧道开挖考虑非线性土体损失变化对地层沉降的影响规律. 方法 对比分析隧道开挖引起的地层沉降经验计算方法, 确定适用于砂土中隧道开挖引起的地层沉降的计算公式; 通过分析及反演, 给出砂土中隧道开挖过程中隧道土体损失率和地层土体损失率之间的非线性关系表达式, 完善砂土中隧道开挖引起的地层沉降的计算方法. 结果 砂土中隧道土体损失率与地层土体损失率之间存在非线性关系, 并对地层沉降计算结果有显著影响. 结论 通过与多组离心机试验及模型试验对比分析, 验证了反演公式的合理性, 完善了砂土中隧道开挖引起的地层沉降经验分析方法.

关键词 隧道开挖; 地层沉降; 土体损失率; 砂土

中图分类号 TU47 文献标志码 A

Stratum Settlement Considering Non-Liner Volume Loss Induced by Tunneling in Sand

JIN Junwei¹, MENG Chao¹, LI Mingyu¹, LIU Chenhui²

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou, China, 450001; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai, China, 200092)

Abstract: The paper focus on the stratum settlement considering non-liner volume loss induced by tunneling in sand, which is based on empirical method and experimental analysis. By comparing the empirical method used for calculating the stratum settlement, the formula suit for the sand stratum is obtained. Meanwhile, it's different from the clay, the tunnel volume loss ratio and settlement trough volume loss ratio are not equal, hence causing remarkable differences. Non-liner relationship between tunnel volume loss and settlement trough volume loss is obtained through analysis and inversion. The relationship improve the empirical method used for calculating the stratum settlement induced by tunneling in sand. The formula is considered reasonable for the tunneling by comparing with geo-centrifuge tests and model test.

Key words: tunnel excavation; stratum settlement; volume loss ratio; sand

隧道开挖引起地层发生不均匀沉降,进而影响周边建筑物及构筑物的稳定及安全,如房屋、管线、桩基础、既有隧道等^[1-5]. 地层沉降是城市地铁隧道建设过程中需要考虑的一个重要问题,而隧道开挖引起的地层沉降是分析这种影响程度的前提,已成为近年来国内外学者的研究热点^[6-10].

当地铁隧道工程位于黏性土地区时,黏土在不排水条件下开挖引起的土体瞬时位移,若假定土体不可压缩,可得到解析解^[11-13]. 实际工程中通过统计分析,采用经验公式计算. 隧道开挖引起的地表沉降,应用最为广泛的是 PECK 推荐的 GAUSSIAN 曲线^[14-15]. 对于地表以下土体沉降, R. J. MAIR 等^[16]认为同样可用 GAUSSIAN 公式来计算. 对于黏土中隧道开挖引起地层的长期沉降问题,杨敏等^[17]在经验公式的基础上,给出了土体长期沉降槽宽度系数 K 值的变化规律,进而得到长期沉降以及土体损失率之间的关系. 与黏土不同, A. M. MARSHALL^[18]通过砂性土中隧道开挖的土工离心机试验,发现砂土地层沉降更加“窄”和“陡”,同时给出了采用 3 参数计算地表沉降槽的方法,并发现地表位置地层土体损失率与隧道土体损失率之间存在一定的关系.

以上研究表明,砂土中隧道开挖引起的地层沉降,与多种因素存在联系,且与黏土中情况不同之处在于隧道土体损失和地层土体损失并非线性关系. 但是目前的研究成果并不能很好的描述这种关系. 基于此,笔者通过修正 MARSHALL 隧道土体损失率与地表沉降土体损失率之间关系,反演得到沿土层深度隧道土体损失率和地层损失率的非线性表达式,并与多组试验进行了对比,结果表明笔者所反演的公式是合理有效的.

1 地层沉降

1.1 地表沉降

隧道开挖引起的地表沉降普遍采用

PECK 推荐的 GAUSSIAN 公式,沉降槽示意图如图 1 所示.

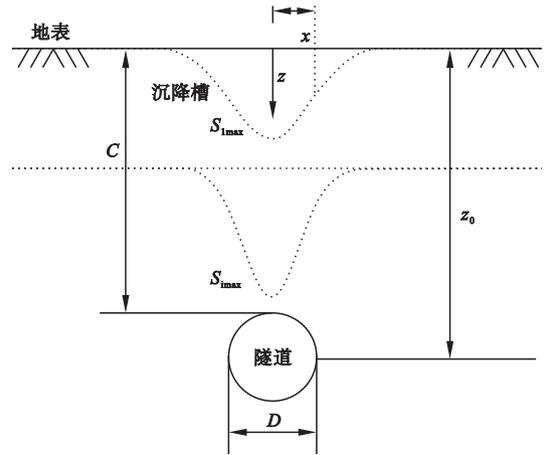


图 1 沉降槽示意图

Fig. 1 Settlement trough

沉降槽上一点的沉降通过式(1)来进行计算(如无特殊说明,文中的坐标系统及参数含义按图 1 所示采用).

$$S = S_{\max} \exp\left(-\frac{x^2}{2i^2}\right), \quad (1)$$

$$i = Kz_0. \quad (2)$$

式中: S 为地表水平 x 坐标位置沉降, mm; S_{\max} 为地表最大沉降, mm; i 为反弯点距隧道中心线水平距离, m; x 为计算点距隧道中心线距离, m; K 为沉降槽宽度无量纲参数; z_0 为隧道埋深, m.

式(1)中包含两个未知数,分别为最大沉降和反弯点到中心点的距离. 由式(2)可知,反弯点到中心点的距离与沉降槽宽度系数和隧道埋深有关,对于埋置深度确定的隧道,地表沉降仅需要确定最大沉降和沉降槽宽度系数即可.

与黏土中隧道开挖引起的土体沉降不同,大量的土工离心试验和现场实测表明,砂土中隧道开挖引起的土体沉降槽较黏土中更窄、更陡(见图 2).

JACOBSZ^[19]通过砂土中隧道开挖的土工离心试验发现 Gaussian 公式不能很好地拟合试验数据. 通过对式(1)变形:

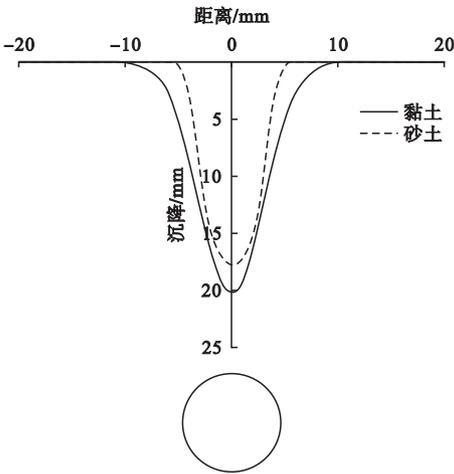


图2 砂土中隧道开挖引起的土体沉降

Fig. 2 Ground settlement due to tunneling in sand

$$\ln\left(\frac{S}{S_{\max}}\right) = -x^2\left(\frac{1}{2i^2}\right). \quad (3)$$

试验结果显示,沉降槽与距隧道中心线的距离 $|x|^{1.5}$ 成线性关系:

$$\ln\left(\frac{S}{S_{\max}}\right) = -a|x|^{1.5}. \quad (4)$$

根据定义,反弯点处沉降的二阶微分为0,故:

$$\frac{1}{2\sqrt{|x|}} - \frac{3}{2}ax = 0. \quad (5)$$

将式(5)计算得到的 a ,代入式(4),JACOBSZ^[19]得到砂土中隧道开挖引起的地表沉降为

$$S(x) = S_{\max} \exp\left[-\frac{1}{3}\left(\frac{|x|}{i}\right)^{1.5}\right]. \quad (6)$$

反弯点到隧道中心的距离,按照式(2)计算,故要确定砂土中隧道开挖引起的地表沉降,仅需要确定隧道开挖引起的最大沉降和沉降槽宽度系数即可。

1.2 地层沉降

定义地表及地表以下沉降为地层沉降,MAIR等^[16]发现在黏土中隧道开挖引起的地表以下地层沉降与地表沉降类似,也可以用高斯曲线来描述,即

$$S_z = S_{z,\max} \exp\left(-\frac{x^2}{2i_z^2}\right), \quad (7)$$

$$i = Kz_0. \quad (8)$$

式中: S_z 为地表以下埋深 z ,水平向 x 坐标位置沉降,mm; $S_{z,\max}$ 为地表以下 z 深度最大沉降,mm; i_z 为地表以下 z 反弯点距隧道中心线水平距离,m; x 为计算点距隧道中心线距离,m; K 为沉降槽宽度参数; z_0 为隧道埋深,m.

MAIR^[16]建议,随着深度 z 的增加,在隧道埋深 z_0 之上,沉降槽宽度系数由式(9)确定:

$$i = K(z_0 - z). \quad (9)$$

通过对实测数据的整理,MAIR^[16]认为在黏土中沉降槽宽度系数 K 值沿深度 z 的变化为

$$K = \frac{0.175 + 0.325(1 - z/z_0)}{1 - z/z_0}. \quad (10)$$

对于砂土,地层沉降可写为

$$S_z(x) = S_{z,\max} \exp\left[-\frac{1}{3}\left(\frac{|x|}{i_z}\right)^{1.5}\right]. \quad (11)$$

通过对土工离心试验测得的试验数据进行多项式拟合,JACOBSZ^[19]发现 K 值随深度 z 的变化如式(12)所示。

$$K = \frac{0.09 + 0.26(1 - z/z_0)}{1 - z/z_0}. \quad (12)$$

将上述两式进行对比,如图3所示。砂土中沉降宽度系数 K 在初始(地表)位置较黏性土中的窄,两者的差异随着深度的增加而增大。

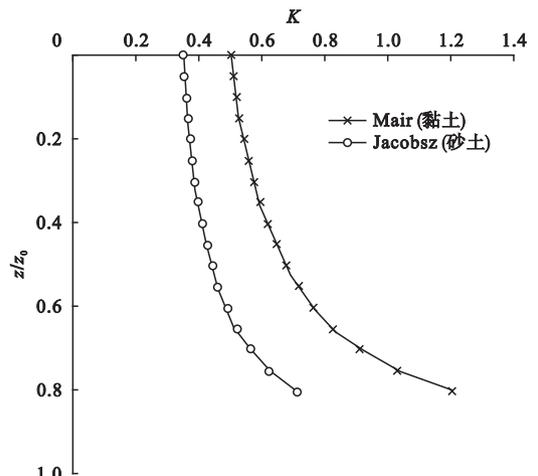


图3 砂土(Jacobsz)和黏土(Mair)中 K 值随 z/z_0 的变化

Fig. 3 Variation of K with z/z_0 in sand(Jacobsz) and clay(Mair)

1.3 最大沉降

上述已给出地层沉降的公式形式以及沉降槽宽度系数的计算方法,确定地层最大沉降即可描述完整的地层沉降.地层最大沉降与隧道开挖过程中的土体损失有直接关系,土体损失通常用土体损失率来表示,按照定义土体损失率可以分为隧道土体损失率和沉降槽土体损失率(见图4).

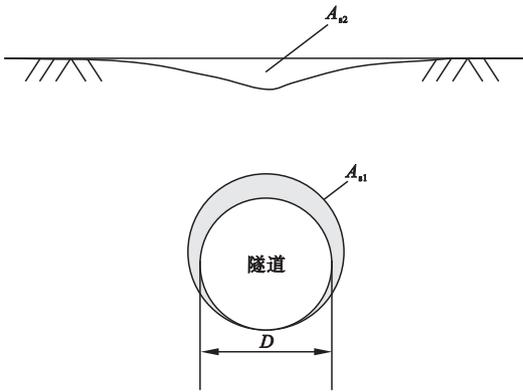


图4 土体损失率

Fig. 4 Volume loss ratio

根据图4所示,定义隧道土体损失率为

$$V_{lt} = \frac{4A_{s1}}{\pi D^2} \quad (13)$$

式中: A_{s1} 为隧道横截面由开挖导致的土体损失面积; D 为施工结束后隧道的直径.

定义沉降槽的土体损失率为

$$V_{ls} = \frac{4A_{s2}}{\pi D^2} \quad (14)$$

式中: A_{s2} 为不同深度处地层沉降槽与水平线所包围的面积.

由沉降槽土体损失率计算公式可知,最大沉降可写为

$$S_{z,max} = \frac{V_{ls} \pi D^2}{\int \exp\left[-\frac{1}{3}\left(\frac{|x|}{i_z}\right)^{1.5}\right] dx} \quad (15)$$

2 土体损失率

2.1 非线性关系

隧道土体损失与沉降槽土体损失之间的

关系,是确定隧道开挖引起的地层最大沉降的关键参数,特别是在黏土中考虑长期沉降以及砂土中进行的隧道开挖问题.

通过对黏土中隧道开挖引起的土体长期沉降槽的研究,杨敏等^[17]长期沉降槽符合PECK所提出的GAUSSIAN曲线形式,但是 K 值的变化为

$$K = \frac{0.416 + 0.375(1 - z/z_0)}{1 - z/z_0} \quad (16)$$

通过分析黏土中地表沉降槽体积与隧道土体损失之间的关系,杨敏等^[17]发现两者符合线性关系:

$$V_{ls} = 2.1102 V_{lt} + 0.0017 \quad (17)$$

对于砂土,MARSHALL^[18]通过离心试验得到地表地层土体损失率与隧道土体损失的关系:

$$\frac{V_{ls}}{(C/D)^\beta} = a + b \exp\{-[(V_{lt} - c)/d]^2\} \quad (18)$$

其中, $a = 2.0$, $b = -3.7$, $c = -2.8$, $d = 3.6$, $\beta = 0.5$.

但是式(18)仅仅给出了地表地层土体损失率与隧道土体损失率之间的关系,并未给出沿地层深度地层土体损失率与隧道土体损失率之间的关系,因此不能计算得到除地表以外的土体地层沉降.

为了得到隧道土体损失率与地层土体损失率之间的关系,将深度参数 z 以无量纲的形式 z/D 引入式(18)中,得到:

$$V_{ls} = (a + b e^{-[(V_{lt} - c)/d]^2}) \left[\frac{C}{D} - \alpha \frac{z}{D} \right]^\beta \quad (19)$$

其中, α 为随深度的调整系数,当 $z = 0$ 时,公式可退化为式(18).

为了得到该参数,对MARSHALL^[18]和JACOBSZ^[19]的试验数据进行反分析,给出 α 随深度 z 的变化规律(见图5).由图5可知,参数 α 可取0.5进行计算.

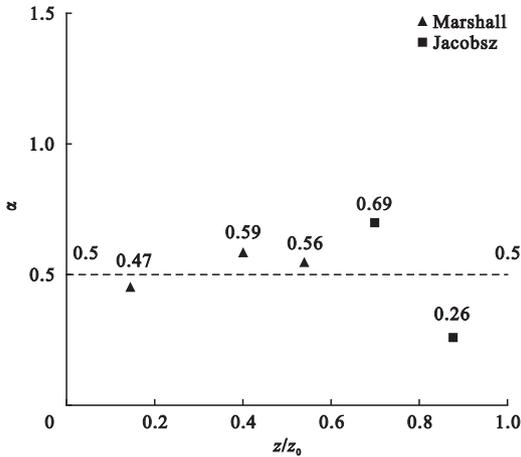


图5 α随深度取值

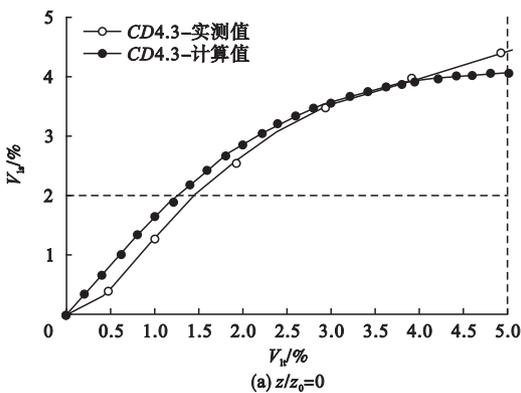
Fig. 5 α value variation with depth

2.2 隧道土体损失率 V_{lt} 与地层土体损失率 V_{ls} 关系验证

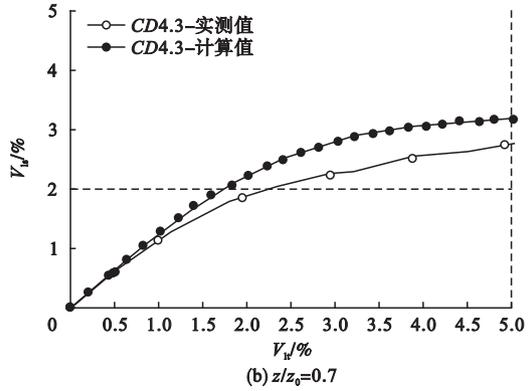
2.2.1 JACOBSZ 离心机模型试验

JACOBSZ^[19]在研究砂土中隧道开挖对桩基础影响的土工离心试验时,分析了地层沉降问题.试验采用干砂,其粒径在90~150 μm. $D_{50} = 140 \mu\text{m}$,孔隙比 $e = 0.72$,最大干密度 $\rho_{\text{max}} = 1633 \text{ kg/m}^3$,最小干密度 $\rho_{\text{min}} = 1357 \text{ kg/m}^3$,最大和最小孔隙比 e 分别为0.97和0.64.

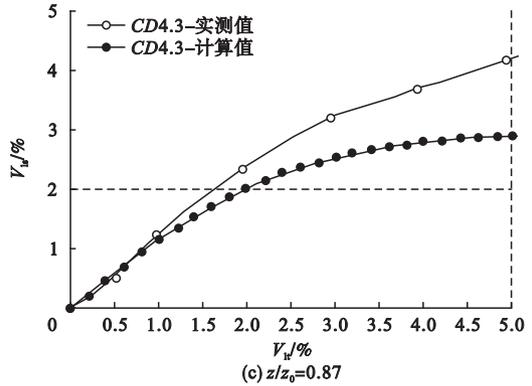
与 JACOBSZ^[19]的试验数据的对比如图6所示.图中 CD 表示隧道覆盖层厚度与隧道直径的比值,即 $CD4.3$ 表示 $C/D = 4.3$.在隧道土体损失率 V_{lt} 不大于5%,采用式(19)计算得到的隧道土体损失率与地层土体损失率和土工离心机试验实测结果都有较好的一致性.



(a) $z/z_0=0$



(b) $z/z_0=0.7$



(c) $z/z_0=0.87$

图6 JACOBSZ 试验地表以下沉降槽对比

Fig. 6 Subsurface settlement trough comparison of JACOBSZ test

图6(a)中 $z/z_0 = 0$ 表示计算位置位于地表.从图6可以看出,当隧道土体损失率 V_{lt} 不大于5%时,对于地表及地表以下 $z/z_0 = 0.70, z/z_0 = 0.87$ 计算值与实测值差别也较小.该试验实测数据对应位置离隧道较近,说明公式在计算地表及隧道附近位置处的合理性.

2.2.2 MARSHALL 离心机模型试验

MARSHALL^[18]为了研究砂土中的隧道开挖问题,进行了一系列的离心试验.采用 Leighton Buzzard Fraction E 砂, $D_{50} = 122 \mu\text{m}$,比重为2.67,最大和最小孔隙比分别为0.97和0.64,相对密度为 $I_d = 90\%$.离心加速度为75g.在该加速度下,模型试验模拟的实际隧道埋深11.25m,覆盖层厚度8.18m.隧道直径6.15m, $C/D = 1.3$,隧道土体损失率为1%.

与 MARSHALL^[18]的试验数据的对比如图7所示.图7(a)中 $z/z_0 = 0$ 表示计算位置位于地表,文中公式计算得到的计算值与实

测值偏差不大. 对于地表以下 $z/z_0 = 0.15$, $z/z_0 = 0.40$, $z/z_0 = 0.54$ 计算值与实测值差别也较小. 该试验实测数据对应位置距离隧道较远, 说明笔者提出公式在计算地表及

隧道较远位置处的合理性. 同时可以发现, 对应于不同的 C/D , 笔者计算方法都能做到比较精确的计算, 验证了计算方法的合理性.

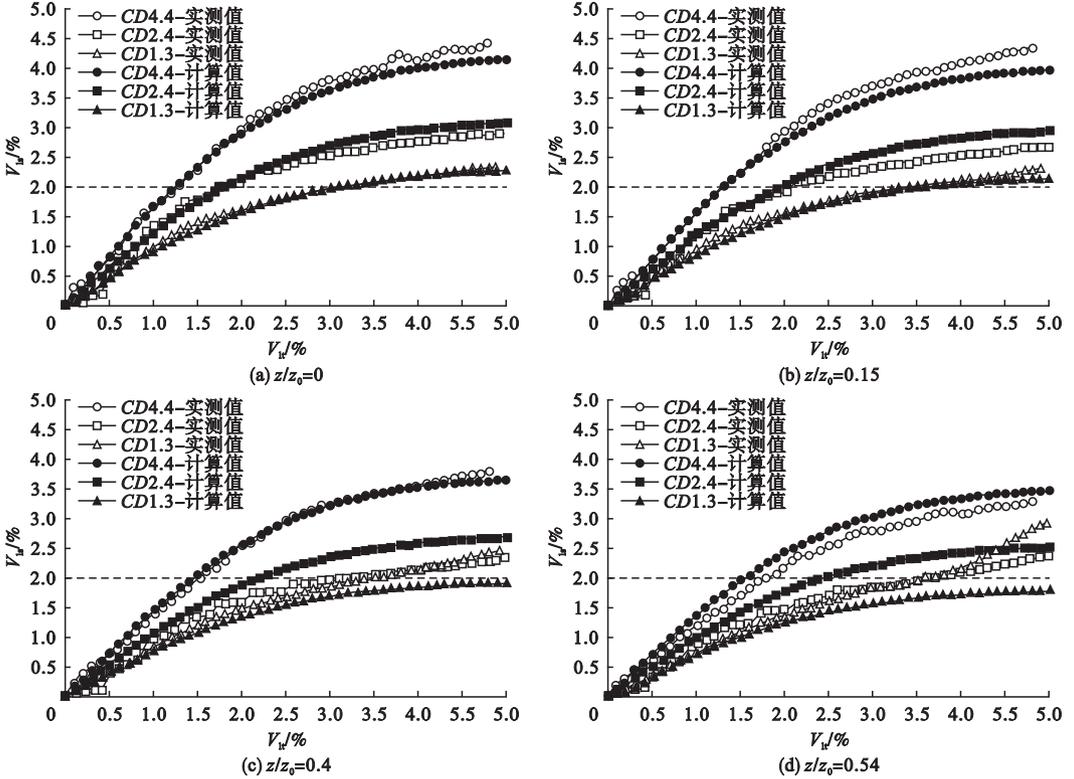


图 7 Marshall 试验地表以下沉降槽对比

Fig. 7 Subsurface settlement trough comparison of Marshall test

3 非线性土体损失地层沉降计算

3.1 计算过程

(1) 根据隧道施工所产生的隧道土体损失率, 一般为 1% ~ 2%, 由式(19) 计算得到地层土体损失率;

(2) 由地层土体损失率, 根据式(15) 反算得到地层最大沉降;

(3) 根据地层最大沉降以及沉降槽宽度系数 K 沿深度的变化, 以及沉降槽计算公式, 得到地表及不同深度的地层沉降.

3.2 地表沉降槽试验案例对比分析

3.2.1 JACOBSZ 离心机试验

试验离心加速度为 75 g , 隧道模型外径

60 mm, 代表实际的隧道直径 4.5 m. 隧道埋深 286 mm, 代表实际埋深 21.45 m. 隧道土体损失率为 1% 时, 通过式(19) 计算得到, 地层土体损失率为 1.6%, 即 $V_{ls} = 1.6V_{lt}$.

JACOBSZ 试验地表沉降槽对比如图 8 所示. 不修正表示取 $V_{ls} = V_{lt}$, 修正表示采用经过采用公式(19) 计算得到的土体地层 $V_{ls} = 1.6V_{lt}$. 从图 8 可以发现, 若认为 $V_{ls} = V_{lt}$ 计算得到的结果与实测结果偏差较大, 经过式(19) 修正之后, 笔者所得结果与实测较为接近.

3.2.2 MARSHALL 离心机试验

通过式(19) 计算得到隧道土体损失率为 1% 时, 地层土体损失率为 0.9%, 即 $V_{ls} = 0.9V_{lt}$. 如图 9 所示, 由于文献对沉降值的无量纲化处理, 导致 S_{max} 参数对沉降的影响不

能表现出来,从图中仍然可以发现不同的经验公式与试验实测结果的差别,从整体上看,笔者推荐的计算公式能十分准确的计算得到试验结果.

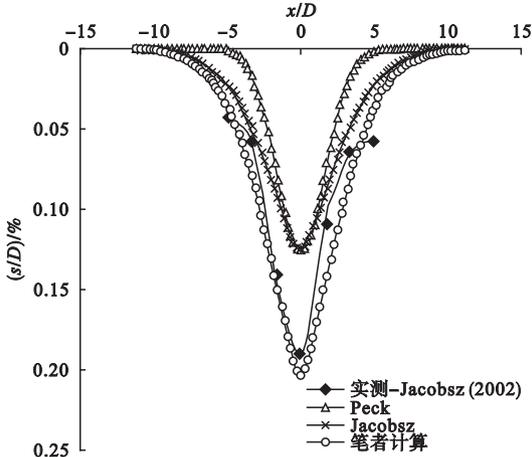


图8 JACOBSZ 试验地表沉降槽对比

Fig. 8 Surface settlement trough comparison of JACOBSZ test

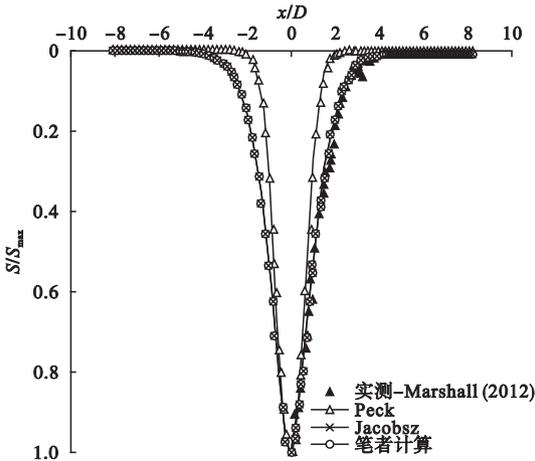


图9 Marshall 试验地表沉降槽对比 - 无量纲化

Fig. 9 Surface settlement trough comparison of Marshall test-normalized

3.2.3 NG 离心机试验

NG^[20] 采用 Toyoura 干砂, $G_s = 2.65$, $e_{max} = 0.977$, $e_{min} = 0.597$, $\varphi'_{cu} = 31^\circ$, 相对密度 60%. 隧道开挖土体损失率控制为 1%. 离心加速度为 40 g. 该加速度下,模型试验模拟的实际隧道埋深 19.6 m, 覆盖层厚度 16.56 m. 隧道直径 6.08 m, $C/D = 2.7$. 隧道土体损失率为 $V_{lt} = 1\%$ 时,通过式(19)计算

得到,地层土体损失率为 $V_{ls} = 1.3\%$.

NG 试验地表沉降槽对比如图 10 所示,不修正表示取 $V_{ls} = V_{lt}$,修正表示采用经过采用式(19)计算得到的土体地层 $V_{ls} = 1.3V_{lt}$. 从图中可以发现,若按照黏性土 $V_{ls} = V_{lt}$ 计算得到的结果与实测结果偏差较大,笔者计算结果与实测较为接近.

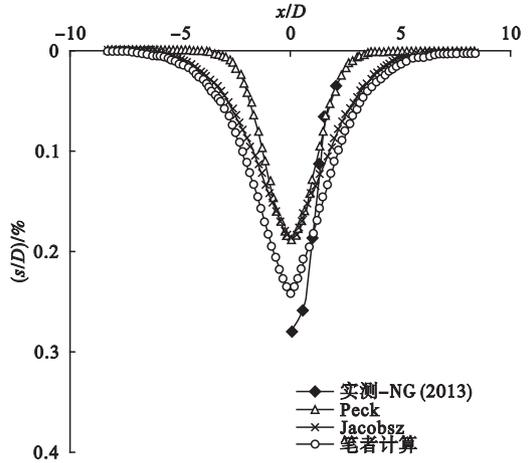


图10 NG 试验地表沉降槽对比

Fig. 10 Surface settlement trough comparison of NG test

4 结论

(1) 砂土中隧道开挖引起的地层沉降较黏土中更加窄陡, JACOBSZ 公式较 PECK 公式更为合理.

(2) 砂土中隧道开挖引起的隧道土体损失率与地层土体损失率沿土体深度呈非线性关系.

(3) 考虑非线性土体损失的地层沉降计算结果与试验及模型试验结果更为接近,在计算中不能忽略这种影响.

参考文献

[1] 靳军伟, 杨敏, 邓友生, 等. 隧道开挖对既有受荷桩竖向承载特性的影响[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2016, 32(5): 820-826. (JIN Junwei, YANG Min, DENG Yousheng, et al. Influence of tunnel excavation on the vertical load bearing characteristics of existing piles[J]. Journal of Shenyang jianzhu university(natural science), 2016, 32(5): 820-826.)

[2] ZHANG C, YU J, HUANG M. Effects of tun-

- nelling on existing pipelines in layered soils [J]. *Computers & geotechnics*, 2012, 43 (2): 12 - 25.
- [3] BOONSIRI I, TAKEMURA J. Observation of ground movement with existing pile groups due to tunneling in sand using centrifuge modelling [J]. *Geotechnical & geological engineering*, 2015, 33 (3): 621 - 640.
- [4] LEE C J. Three-dimensional numerical analyses of the response of a single pile and pile groups to tunnelling in weak weathered rock [J]. *Tunnelling & underground space technology*, 2012, 32 (32): 132 - 142.
- [5] 杨敏, 靳军伟. 桩基础与既有地铁隧道相互影响的研究进展 [J]. *建筑结构学报*, 2016, 37 (8): 90 - 100.
(YANG Min, JIN Junwei. Research progress on interaction of pile foundation with nearby existing subway tunnel [J]. *Journal of building structures*, 2016, 37 (8): 90 - 100.)
- [6] 胡斌, 刘永林, 唐辉明, 等. 武汉地铁虎泉 - 名都区间隧道开挖引起的地表沉降研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31 (5): 908 - 913.
(HU Bin, LIU Yonglin, TANG Huiming, et al. Research on ground subsidence due to tunnel excavation in Huquan-Mingdu section of Wuhan subway [J]. *Chinese journal of rock mechanics and engineering*, 2012, 31 (5): 908 - 913.)
- [7] YOO C. Ground settlement during tunneling in groundwater drawdown environment-influencing factors [J]. *Underground space*, 2016, 1 (1): 20 - 29.
- [8] FANG Y S, WU C T, CHEN S F, et al. An estimation of subsurface settlement due to shield tunneling [J]. *Tunnelling & underground space technology incorporating trenchless technology research*, 2014, 44 (44): 121 - 129.
- [9] XIE X, YANG Y, JI M. Analysis of ground surface settlement induced by the construction of a large-diameter shield-driven tunnel in Shanghai, China [J]. *Tunnelling and underground space technology incorporating trenchless technology research*, 2016, 51: 120 - 132.
- [10] 傅鹤林, 张加兵, 黄震, 等. 复合地层中浅埋盾构隧道开挖引起的地层位移及应力预测分析 [J]. *现代隧道技术*, 2017, 54 (4): 97 - 106.
(FU Helin, ZHANG Jiabing, HUANG Zhen, et al. Prediction and analysis of ground displacement and stress caused by the excavation of a shallow-buried shield tunnel in a compound stratum [J]. *Modern tunnelling technology*, 2017, 54 (4): 97 - 106.)
- [11] 黄俊, 党发宁, 郭婵娟. 功互换定理研究土质隧道开挖引起的地面沉降 [J]. *土木工程学报*, 2015 (3): 103 - 111.
(HUANG Jun, DANG Fanning, GUO Chan-
- juan. Exploration of tunneling-induced surface settlements in soils by the reciprocal theorem [J]. *China civil engineering journal*, 2015 (3): 103 - 111.)
- [12] ZHANG Z, HUANG M, ZHANG M. Theoretical prediction of ground movements induced by tunnelling in multi-layered soils [J]. *Tunnelling and underground space technology*, 2011, 26 (2): 345 - 355.
- [13] VU M N, BROERE W, BOSCH J. Effects of cover depth on ground movements induced by shallow tunnelling [J]. *Tunnelling & underground space technology incorporating trenchless technology research*, 2015, 50: 499 - 506.
- [14] 方恩权, 杨玲芝, 李鹏飞. 基于 Peck 公式修正的盾构施工地表沉降预测研究 [J]. *现代隧道技术*, 2015, 52 (1): 143 - 149.
(FANG Enquan, YANG Lingzhi, LI Pengfei. Prediction of ground settlements induced by metro shield construction based on the modified Peck formula [J]. *Modern tunnelling technology*, 2015, 52 (1): 143 - 149.)
- [15] 段绍伟, 黄磊, 鲍灶成, 等. 修正的 Peck 公式在长沙地铁隧道施工地表沉降预测中的应用 [J]. *自然灾害学报*, 2015 (1): 164 - 169.
(DUAN Shaowei, HUANG Lei, BAO Zhaocheng, et al. Application of modified Peck formula in surface subsidence prediction of Changsha subway tunnel construction [J]. *Journal of natural disasters*, 2015 (1): 164 - 169.)
- [16] MAIR R J, TAYLOR R N, BRACEGIRDLE A. Subsurface settlement profiles above tunnels in clays [J]. *Géotechnique*, 1993, 43 (2): 315 - 320.
- [17] 杨敏, 黄炬, 孙庆, 等. 黏土中隧道开挖引起的地表及地表以下土体长期沉降计算方法 [J]. *岩土工程学报*, 2012, 34 (2): 217 - 220.
(YANG Min, HUANG Ju, SUN Qing, et al. Computation method for long-term surface and subsurface settlements induced by excavation of tunnels in clays [J]. *Chinese journal of geotechnical engineering*, 2012, 34 (2): 217 - 220.)
- [18] MARSHALL A M, FARRELL R, KLAR A, et al. Tunnels in sands: the effect of size, depth and volume loss on greenfield displacements [J]. *Géotechnique*, 2012, 62 (5): 385 - 399.
- [19] JACOBSZ S W. The effects of tunnelling on piled foundations [D]. London: University of Cambridge, 2002.
- [20] NG C W W, LU H, PENG S Y. Three-dimensional centrifuge modelling of the effects of twin tunnelling on an existing pile [J]. *Tunnelling & underground space technology*, 2013, 35 (4): 189 - 199.
- [21] ISHIHARA K. Liquefaction and flow failure during earthquakes [J]. *Géotechnique*, 2015, 43 (3): 351 - 451.