文章编号:2095-1922(2017)06-1019-10

doi:10.11717/j.issn:2095 - 1922.2017.06.08

# 软土垫层中固结 – 扩散 – 吸附耦合的 污染物运移模型

邱战洪1,2,吴家葳3,严华祥3,赵俭斌2

(1.台州学院滨海环境与岩土工程研究所,浙江台州 318000;2. 沈阳建筑大学土木工程学院,

辽宁 沈阳 110168;3. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室,浙江 杭州 310027)

摘 要目的定量研究土体固结作用对污染物通过软黏土衬垫运移的影响规律,解决固结过程伴随孔隙水压力的消散会引起污染物的对流运移问题.方法建立不同边界条件下考虑土体固结、扩散和吸附耦合作用的污染物一维运移模型,并获得解析解;在此基础上,通过算例分析某在建填埋场黏土垫层在四种工况下的污染物运移规律.结果在不考虑固相影响和工况1条件(上边界质量浓度连续和下边界污染物质量浓度为零)下,考虑孔隙率变化与不考虑孔隙率变化相比,黏土垫层中多出33%的污染物通量进入到含水层;工况3条件(上边界通量连续和下边界污染物质量浓度为零)下,考虑孔隙率变化的上边界污染物质量浓度是未考虑孔隙率变化情况下的1.46倍,而通量则是其2倍.通过参数分析,在工况1下,较大的渗透系数提高了在不同土层深度上的污染物质量浓度,在z=1m处渗透系数取1.59×10<sup>-9</sup>m/s 比渗透系数取3.17×10<sup>-12</sup>m/s 时污染物质量浓度多出33%.结论该解析模型相对简单,可用于复杂数值方法的验证和试验数据的拟合以及黏土衬垫的初步设计等.

关键词 污染物运移;变形土体;固结 – 扩散 – 吸附;边界条件

中图分类号 TU993.3;O346.5 文献标志码 A

## Models for Contaminant Migration in Soft Clay Liners Considering Coupled Effects of Consolidation, Diffusion and Adsorption

QIU Zhanhong<sup>1,2</sup>, WU Jiawei<sup>3</sup>, YAN Huaxiang<sup>3</sup>, ZHAO Jianbin<sup>2</sup>

Institue of Coastal Environmental and Geotechnical Engineering, Taizhou University, Taizhou, China, 318000;
 School of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168; 3. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, China, 310058)

Abstract: The effects of soil consolidation on contaminant migration in soft clay liners was studied to solve the problem of convective transport of contaminants. A one-dimensional mathematical

model was developed for contaminant migration in landfill soft clay liners considering the coupled effect of consolidation, diffusion and adsorption. Analytical solutions were obtained for the proposed mathematical model. On the basis of the proposed solution, the effect of consolidation on the transport of leahcate contaminant in the landfill clay liner was investigated. Results show that for the scenario 1 (The upper boundary contaminant concentration is constant and the bottom boundary contaminant concentration is zero), the contaminant flux in the underlying aquifer for the case considering porosity change is 33% larger than that for the case without considering porosity change. For the scenario 3 (The upper boundary contaminant flux is constant and the bottom boundary contaminant concentration is zero), the upper boundary concentration and flux for the case considering porosity change is 1.46 and 2 times larger than that without considering the porosity change. For scenario 1, the concentrations in the soils increase with the increase of the hydraulic conductivity of the soil liner. The contaminant concentration at the depth of 1.0 m with the hydraulic conductivity =  $1.59 \times 10^{-9}$  m/s is 33% greater than the case with the hydraulic conductivity = 3.  $17 \times 10^{-12}$  m/s. The proposed analytical models are relatively simple, and can be used for verification of complicated numerical models, evaluation of experimental data and preliminary design of landfill clay liners.

Key words: contaminant migration; deforming soil; consolidation-diffusion-adsorption; boundary conditions

关于单个混溶污染物通过不变形的饱和 土的运移对流弥散方程众多<sup>[1]</sup>.这些方程通 常用来设计填埋场,特别是用于垃圾填埋场 衬垫系统的防渗设计.如果一个填埋场是建 立在软土上,那么垃圾填埋引起的负荷会导 致土壤固结.在这种情况下,土的变形也将会 对垃圾填埋场衬垫系统中的污染物运移速率 产生影响<sup>[2-3]</sup>.因此,研究在变形多孔介质中 污染物的运移规律具有重要的意义.

当黏土衬垫由于自重和上部垃圾体而发 生变形时,就要考虑污染物在固结耦合作用 下的运移机理. P. J. FOX 等<sup>[4]</sup>近期的研究表 明固结作用对污染物的运移有十分重要的影 响. A. N. ALSHAWABKEH 等<sup>[5]</sup>的实验结果 表明固结会加速溶质的运移. J. G. LEE 等<sup>[6-7]</sup>进行了大应力,单面排水和一维固结 溶质运移实验,且实验结果表明了扩散和固 结引起的对流对于溶质在土体中的运移有十 分重要的影响,其作用还受到边界条件,加载 速率等影响. D. W. SMITH<sup>[8]</sup>根据污染物质 量守恒定律和小变形固结理论,建立了饱和 变形多孔介质的污染物迁移模型;并给出了 模型的准稳态解析解; 张志红等<sup>[9-10]</sup>在 Smith 等人建立的模型基础上,研究了污染 物在变形多孔介质中的运移,并且建立了与 Biot 固结理论相耦合的、考虑土体固结压缩 变形的一维污染物运移模型. 黄璐等<sup>[11]</sup>则将 运移参数(渗透系数和扩散系数)假设为孔 隙率的函数,由此建立与固结过程耦合的非 线性污染物输运模型; H. PU 和 P. J. FOX<sup>[12-13]</sup>建立固结耦合溶质运移考虑常应 力加载情况下溶质运移数值模型.T.W. LEWIS 等<sup>[14]</sup>利用压缩系数为非线性变化的 大变形模型,对污染物在垃圾填埋场衬垫中 的固结耦合运移进行了参数分析. D. MERIC 等[15]建立了具有非线性和非平衡吸附动力 学的一维大变形固结耦合污染物传输模型, 评估了土体变形对污染物运移的影响.许照 刚等[16]基于比奥固结理论,考虑污染源中有 害物质质量浓度随时间呈指数衰减的条件 下,分析了固结变形作用及吸附参数对污染 物运移规律的影响. H. PU 等<sup>[17]</sup>结合对挥发 性有机化合物和三氯乙烯通过土工膜/土工 复合膨润土垫的复合衬垫系统的数值模拟研 究得出,土工复合膨润土垫固结很久后,也可 能对三氯乙烯质量流量及土垫中污染物质量

浓度分布产生重大影响.郑健等<sup>[18]</sup>采用数值 方法利用超重力离心试验对底泥固结后对污染 物运移速度及出流量的影响.张志红等<sup>[19]</sup>充分 考虑土体的固结变形,建立了适用于堆场黏土 防渗垫层的水力 – 力学 – 化学耦合模型,揭示 了超孔隙水压力、污染物质量浓度时空分布及 土体固结变形的演化规律.

但目前考虑固结 – 扩散耦合运移的解析 模型很少,且考虑的边界条件较为简单,即采 用定质量浓度边界,不能考分析多种工况下 变形软土中固结 – 扩散 – 吸附耦合的污染物 运移规律.基于此,笔者以在建垃圾填埋场复 合衬垫系统中的污染物运移问题,在 Smith 建立模型的基础上,利用污染物质量守恒定 律及基本假设条件,给出考虑土体固结、扩散 和吸附耦合作用饱和多孔介质中的污染物 运移方程;分别对四种边界条件不同的工况, 分析黏土垫层中固结 – 扩散 – 吸附耦合污染 物稳态运移规律,最后通过参数分析参数的 不同取值对污染物运移规律的影响.

1 问题描述和基本假定

### 1.1 问题描述

在建垃圾填埋场复合衬垫系统中的污染 物运移模型如图1所示,从上到下构成由填 埋作业中的垃圾层、HDPE 土工膜、软黏土层 (厚度为H)、饱和含水层和不透水基层等构 成.在黏土层上部有一个不变的水位,且由于 垃圾填埋作业在在黏土上施加一恒定加载率 为Q, kPa/s. 坐标 z 的起点定在黏土层的上 表面,方向取竖直向下为正,填埋作业产生的 恒定加载率将引起黏土的固结,将在黏土中 产生一个随着深度增加而线性增大的稳态速 度.在z=0处,由于土工膜的不透水性,  $v_{th}(z,t) = 0$  和  $v_{tc}(0,t) = v_{dc}(0,t) = 0;$  在 z=H处,黏土层底部自由排水进入含水层 (即超孔隙水压力为零),和黏土颗粒固定不 动(即w(H,t)=0).其中,v<sub>t</sub>为土中水力梯 度引起的平均真实流体速度;v<sub>t</sub>为土中超孔

隙水压引起的平均真实流速;v<sub>d</sub>为土中超孔 隙水压引起的达西流速;w为土体固结引起 的颗粒速度.



含水层水。

不透水层

- 图1 在建垃圾填埋场复合衬垫系统中的污染物运移模型
- Fig. 1 Schematic representation of contaminant migrating in composite liner of one constructing landfill

### 1.2 基本假设

(1)土体是饱和、各向同性、小变形的线 弹性均质连续体;

(2) 土颗粒和孔隙水假定不可压缩;

(3) 渗流服从达西定律;

(4)土体变形和污染物扩散只发生在竖 直方向;

(5)土体对污染物的吸附为线性可逆等 温吸附方程.

2 控制方程和求解条件

#### 2.1 控制方程

针对上述问题,根污染物质量守恒定律 和基本假定,可以得到在稳态条件(*∂c<sub>f</sub>/∂t* = 0)下,考虑土体固结、扩散和吸附耦合作用 饱和多孔介质中的污染物运移方程:

$$-\frac{\partial \left[-nD(\partial c_{f}/\partial z) + ((1-n)rz + nrH)c_{f}\right]}{\partial z} - \frac{\partial \left[r(H-z)(1-n)\rho_{s}K_{d}c_{f}\right]}{\partial z} = c_{f}\left[\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial (1-n)\rho_{s}K_{d}}{\partial t}\right].$$
(1)

其中, $r = k_v Q / \gamma_w c_v c_f$ 为土中任一点的污染物 质量浓度;n为黏土初始孔隙率;D为水动力 弥散系数(机械弥散  $D_{mp}$ 和有效扩散系数  $D_e$ 之和);H为黏土层厚度; $\rho_s K_d$ 为黏土的吸附 参数;Q为填埋作业在黏土层产生的恒定加 载率; $k_v$ 为黏土渗透系数; $c_v$ 为黏土固结系 数; $\gamma_w$ 为水的单位质量; $v_t$ 为水的平均真实 流速, $v_t = v_{te} + v_{th}$ .

黏土任一深度的污染物通量由固相与液 相确定,即

$$f_{\rm T} = f_{\rm f} + f_{\rm s} = -nD \frac{\partial c_{\rm f}}{\partial z} + c_{\rm f} [nv_{\rm t} + (1 - n) \cdot w\rho_{\rm s} K_{\rm d}].$$
(2)

式中: f<sub>f</sub> 为液相中污染物通量; f<sub>s</sub> 为固相中污染物通量.

在 *z* = *H* 处土体颗粒的速度为零,且污染物质量浓度是零.因此,污染物通量在进入含水层即在 *z* = *H* 时:

$$f_{\rm T} = -nD \left. \frac{\partial c_{\rm f}}{\partial z} \right|_{z = H}.$$
 (3)

笔者针对3种的不同情形进行探讨:

(1)不考虑孔隙率变化,只考虑通过液 相输送的污染物运移.将土骨架视为不变形, 同时忽略土体对污染物的吸附效应.等式(1) 的右侧被视为零.因此污染物运移方程为

$$-\frac{\partial \left[-nD(\partial c_{\rm f}/\partial z) + ((1-n)rz + nrH)c_{\rm f}\right]}{\partial z} = 0.$$
(4)

(2)考虑孔隙率变化,只考虑通过液相 的污染物运移.在等式(1)的右边中的第一 项保留孔隙率的变化率,同时忽略土体对污 染物的吸附效应,运移方程为

$$-\frac{\partial \left[-nD(\partial c_{\rm f}/\partial z) + nV_{\rm f}c_{\rm f}\right]}{\partial z} = c_{\rm f}\frac{\partial n}{\partial t}.$$
 (5)

(3)同时考虑通过液相和固相的污染物 运移.考虑土中初始孔隙率及固结引起的孔隙 率变化的均匀性,孔隙率的空间梯度为零.近 似假设土中孔隙率乘以其微商为一常数(可 取土中孔隙率的初始值),式(1)可以简化为

$$nD\frac{\partial^2 c_{\rm f}}{\partial z^2} - \left[ \left(1 - n\right) \left(1 - \rho_{\rm s} K_{\rm d}\right) rz + rH(n + n) \left(1 - \rho_{\rm s} K_{\rm d}\right) rz + rH(n + n) \right]$$

$$(1-n)\rho_{\rm s}K_{\rm d})]\frac{\partial c_{\rm f}}{\partial z}=0.$$
(6)

#### 2.2 边界条件

2.2.1 上边界条件

(1)假设黏土层上表面污染物质量浓度 是连续通过上边界的,满足质量浓度连续,不 满足通量连续性<sup>[20]</sup>.

$$c(z=0,t) = c_0.$$
(7)

其中,c<sub>0</sub>为污染物进入土壤固结层的质量浓度.

(2)假设通过上边界的通量是连续的, 质量浓度是不连续的.

$$c(z=0,t) = c_0 + \frac{D}{v} \frac{\partial c}{\partial z}(z=0,t).$$
 (8)

其中,D为水动力弥散系数;v为真实流体速度. 2.2.2 下边界条件

(1) 若含水层水平流速 v<sub>b</sub> 足够大以至于 能及时带走渗入的污染物, 污染物在下边界 的质量浓度为 0.

$$c(z=H,t) = c_0. \tag{9}$$

(2) 若黏土层下方为不透水层,此时的 边界条件可写成:

 $\partial c / \partial z (z = H, t) = 0.$  (10)

分4种工况进行求解,见表1.工况1上 边界污染物质量浓度连续,下边界污染物质 量浓度为0;工况2上边界污染物质量浓度 连续,下边界污染物通量为0;工况3上边界 污染物通量连续,下边界污染物质量浓度为 0;工况4上边界污染物通量连续,下边界污 染物通量为0.

表1 不同工况下对应的边界条件

 Table 1
 The corresponding boundary conditions

 under different conditions
 1

| 工况 | 上边界条件   | 下边界条件                                      |
|----|---|--|
| 1  | $c(z=0,t) = c_0$  | $c(z\!=\!H,t)=\!0$                         |
| 2  | $c(z=0,t) = c_0$  | $\frac{\partial c}{\partial z}(z=H,t) = 0$ |
| 3  | $c(z=0,t) = c_0 + \frac{D}{v} \frac{\partial c}{\partial z}(z=0,t)$ | c(z=H,t)=0                                 |
| 4  | $c(z=0,t) = c_0 + \frac{D}{v} \frac{\partial c}{\partial z}(z=0,t)$ | $\frac{\partial c}{\partial z}(z=H,t)=0$   |

- 3 方程求解
- 3.1 不考虑孔隙率变化只通过液相输送的 污染物运移情况

方程(4)的通解:  $c = C_1 e^{z(r^*z+2v^*)/2nD} + C_2 e^{z(r^*z+2v^*)/2nD}$ .

$$erf(\frac{(r \ z + v)}{\sqrt{2nDr^*}}) \tag{11}$$

其中, $r^* = (1 - n)r$ , $v^* = rHn$ , erf 是误差函数, erf(x) =  $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\eta^2 d\eta}$ .

方程(11)中的常数 C<sub>1</sub> 和 C<sub>2</sub> 可将不同 工况的边界条件代入方程可得.

(1) 工况1

$$C_{1} = -c_{0}erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) /$$

$$\left[erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) - erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}})\right], \quad (12)$$

$$C_{2} = c_{0} / \left[erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) - erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}})\right]. \quad (13)$$

$$(2) \bot \mathcal{H} 2$$

$$C_{1} = \left[c_{0}nD \sqrt{\frac{2}{\pi}}r^{*} + c_{0}e^{\frac{(Hr^{*} + v^{*})^{2}}{2nDr^{*}}}b^{*}\right] /$$

$$\left[nD\sqrt{\frac{2}{\pi}}r^{*} + e^{\frac{(Hr^{*} + v^{*})^{2}}{2nDr^{*}}}a^{*}\sqrt{nDr^{*}}(Hr^{*} + v^{*})\right], \quad (14)$$

$$\mathbb{H}\oplus, a^{*} = erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) - erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}),$$

$$b^{*} = erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) - erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}),$$

$$C_{2} = c_{0} / \left[-erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) + erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) -$$

$$\left(e^{-\frac{(Hr^{*} + v^{*})^{2}}{2nDr^{*}}}nD\sqrt{\frac{2}{\pi}}r^{*}) / \sqrt{nDr^{*}}(Hr^{*} + v^{*})\right]. \quad (15)$$

$$(3) \square \mathcal{H} 3$$

$$C_{1} = \left[ c_{0} e^{\frac{(v^{*})^{2}}{2nDr^{*}}} erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) \sqrt{nDr^{*}} (nDv) \right] / \left[ nD_{\sqrt{\pi}}^{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} r^{*} + e^{\frac{(v^{*})^{2}}{2nDr^{*}}} a^{*} \sqrt{nDr^{*}} (nDv - Dv^{*}) \right],$$

$$(16)$$

$$C_{2} = c_{0}v/\left[\frac{e^{-\frac{(v^{*})^{2}}{2nDr^{*}}}\sqrt{\frac{2}{\pi}}Dr^{*}}{\sqrt{nDr^{*}}} + \frac{a^{*}(nDv - Dv^{*})}{nD}\right].$$

$$(17)$$

$$[ \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ] \\
 [ ]$$

由于通解所存在的局限性,只能选取前 文所述的工况条件1和3进行计算.

(1) 工況 1  $C_{1} = -c_{0} erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) /$   $[ erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) - erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) ]. \quad (21)$ 

$$C_{2} = c_{0} \swarrow \left[ erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) - erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) \right]. (22)$$

$$(2) \bot \mathcal{H} 3$$

$$C_{1} = -c_{0} erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) \swarrow$$

$$\left[ erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) - erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) - erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt$$

$$C_{2} = c_{0} / \left[ erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) - \frac{e^{\frac{(v^{*})^{2}}{2nDr^{*}}\sqrt{\frac{2}{\pi}}Dr^{*}}}{\sqrt{2nDr^{*}}} \right] - erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{2nDr^{*}}}) - \frac{e^{\frac{(v^{*})^{2}}{2nDr^{*}}\sqrt{\frac{2}{\pi}}Dr^{*}}}{v\sqrt{nDr^{*}}} \right].$$
(24)

### 3.3 通过液相和固相的污染物运移情况

方程(6)的通解为

$$c = C_1 + C_2 erf(\frac{r^* z + v^*}{\sqrt{-2nDr^*}}).$$
(25)

其中, $r^* = (1 - n) (1 - \rho_s K_d) r$ , $v^* = rH[n + (1 - n)\rho_s K_d]$ 由于通解所存在的局限性,只能选 取前文所述的工况条件1和3进行计算.

(1) 工况1

$$C_{1} = -c_{0} erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{-2nDr^{*}}}) /$$

$$\left[ erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{-2nDr^{*}}}) - erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{-2nDr^{*}}}) \right], \quad (26)$$

$$C_{2} = c_{0} / \left[ erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{-2nDr^{*}}}) - erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{-2nDr^{*}}}) \right]. (27)$$

$$C_{1} = -c_{0} erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{-2nDr^{*}}}) /$$

$$\left[ erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{-2nDr^{*}}}) - erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{-2nDr^{*}}}) - \frac{e^{\frac{(v^{*})^{2}}{2nDr^{*}}\sqrt{\frac{2}{\pi}Dr^{*}}}}{\sqrt{-2nDr^{*}}} \right]$$
(28)

$$\frac{e^{2nDr^{*+n}}}{v\sqrt{-nDr^{*}}}],$$
(28)

$$C_{2} = c_{0} \swarrow \left[ erf(\frac{v^{*}}{\sqrt{-2nDr^{*}}}) - erf(\frac{Hr^{*} + v^{*}}{\sqrt{-2nDr^{*}}}) - \frac{e^{\frac{(v^{*})^{2}}{2nDr^{*}}\sqrt{\frac{2}{\pi}Dr^{*}}}}{\sqrt{-nDr^{*}}} \right].$$
(29)

### 4 算例分析

对在建垃圾填埋场复合衬垫系统中的 污染物运移问题(见图1)进行分析.由于污 染物通过软黏土的平流足够小,水动力弥散 等于有效扩散系数,且有效扩散系数也取为 常数.假定填埋场内污染物质量浓度恒定.模 型计算的主要参数取值如下:

污染物的质量浓度  $c_{z=0} = 10 \text{ mg/L};$ 填埋 作业产生的加载速率 Q = 100 kPa/a;黏土层 的厚度 H = 2.0 m; 黏土有效扩散系数 D =0.02 m<sup>2</sup>/a; 黏土吸附参数  $\rho_s k_d = 10;$  黏土固 结系数  $c_v = 1.0 \text{ m}^2/a;$  黏土渗透系数  $k_v =$ 0.001 m<sup>2</sup>/a;体积压缩系数  $m_v = 10^{-4} \text{ kPa}^{-1};$  黏 土初始孔隙率 n = 0.5; 水的单位重力  $r_w =$ 10 kN/m<sup>2</sup>.

### 4.1 不考虑孔隙率变化只通过液相输送的 污染物运移情况

图 2 表示不考虑土体孔隙率变化的土体 对污染物的吸附,污染物只通过液相运移情 况下各工况的运移曲线.可以看出:比较工况 1 和 2,工况 1(不考虑土体孔隙率变化)的污 染物质量浓度变化曲率更大;比较工况 1 和 3,如果上边界条件考虑质量浓度随土层深度 变化的影响;在上边界污染物的质量浓度降 低了 41%;工况 3 的上边界污染物质量浓度 比工况 2 上边界污染物质量浓度低 39%.

### 4.2 考虑孔隙率变化只通过液相的污染物 运移情况

图 3 表示考虑孔隙率变化,污染物只通 过液相运移情况下各工况的运移曲线.可见, 在上边界考虑质量浓度随固结土层深度变化 的情况下,工况 3 上边界污染物的质量浓度 比工况 1 降低 18%.工况 3 的污染物质量浓 度分布要低于工况 1 的质量浓度分布.例如, 在 *z* = 1 m 处,工况 1 的污染物质量浓度为 83 mg/L,而工况 3 的污染物质量浓度为 70 mg/L,仅为工况 1 的 85%.



图 2 四种工况下只考虑液相输送的污染物运移 曲线





图 3 考虑孔隙率变化只通过液相的污染物在两种工况下的质量浓度分布

Fig. 3 The concentration distribution of contaminants that migrate only through the liquid phase in the case of porosity changes under two conditions

### 4.3 通过液相和固相的污染物运移情况

图 4 表示考虑孔隙率变化,在工况 1 和 工况 3 条件下,污染物通过液相和固相运移 的运移曲线.可以看到,两条曲线重合.说明 污染物运移方程受工况 1 和工况 3 边界条件 的影响极小.



图 4 通过固相和液相的污染物在两种工况下的 质量浓度分布

Fig. 4 The concentration distribution of contaminants that migrate through both fluid and solid phases under two conditions

工况1下,将式(11)、(20)和(25)求得 的解绘制在同一张图上(见图5),分析三种 不同情况下污染物运移规律的差异.其中,式 (11)的解表示为*S*1,式(20)的解表示为*S*2, 式(25)的解表示为*S*3.



图5 工况1下3种运移方程所表示的污染物质 量浓度分布

Fig. 5 Comparison of the contaminant concentration profile under the No. 1 condition

由图 5 可见,在工况 1 条件下,仅考虑液 相输送的污染物运移时,考虑土体孔隙率变 化(*S*2)的黏土底部污染物通量比不考虑土 体孔隙率变化(S1)的大 33%;在考虑土体孔 隙率变化的情况下,考虑固相和液相同输送 (S3)的黏土底部通量污染物通量,是仅考虑 液相输送(S2)的 1.72 倍.显然,如果吸附于 固相的污染物更多时,固相和液相同输送的 污染物通量也会增加,当吸附在固相的污染 物减小时,固相和液相同输送的污染物通量 也会降低.

将式(11)、(20)和(25)在工况3条件下 求得的解表示在同一个图中(见图6),分析 三种不同情况下污染物运移规律的差异.其 中,式(11)的解表示为*S*4,式(20)的解表示 为*S*5,式(25)的解表示为*S*6.



图 6 工况 3 下 3 种运移方程所表示的污染物质 量浓度分布

Fig. 6 Comparison of the contaminant concentration profile under the No. 3 condition

由图 6 可见,在工况 3 考虑上边界条件 污染物质量浓度受土层深度影响的条件下, 如果仅考虑液相输送污染物,考虑孔隙率变 化(*S5*)的上边界污染物质量浓度为 84.64 mg/L,是不考虑孔隙率变化(*S4*)的 1.46倍;而考虑吸附作用影响(*S*6)的上边界 污染物质量浓度达到了 100 mg/L,且在 0 ~ 1.0的深度内,污染物质量浓度几乎无变化. 此外,*S*6 污染物进入含水层的通量为 9.96 × 10<sup>-8</sup>g/(m<sup>2</sup>·s),是 *S*4 的 4.1倍.*S*5 污染物进 入含水层的通量为 4.88 × 10<sup>-8</sup>g/(m<sup>2</sup>·s), 是 S4 的 2 倍.

#### 4.4 参数分析

分析污染物运移方程的表达式,可以看 出污染物质量浓度与土壤的渗透系数有关. 所以,分析渗透系数 k, 对污染物质量浓度随 深度分布的影响十分重要.以污染物运移方 程(式(4))分析在不考虑孔隙率变化只通过 液相输送的污染物运移情况下,工况1的渗 透系数 k, 取值对污染物运移的影响.

在工况1下,渗透系数k,取1.59× 10<sup>-10</sup>m/s、3.17×10<sup>-11</sup>m/s、3.17×10<sup>-12</sup>m/s,与 不考虑固结进行对比分析.可以得到4个不同 的污染物运移曲线,如图7所示.



图 7 渗透系数对污染物质量浓度分布的影响

Fig. 7 The affection of the permeability coefficient on contaminant concentration profile

 理论上成正相关相符.

### 5 结 论

(1)考虑和不考虑孔隙率的变化,可以 得到两个不同的污染物运移方程.算例分析 表明,这两个运移方程在采取不同的边界条 件下存在一定程度的差别.在工况1下,考虑 孔隙率变化比不考虑孔隙率变化的运移方程 多出33%的污染物通量进入到含水层.在工 况3下,考虑孔隙率变化的上边界污染物质 量浓度为84.64 mg/L,是未考虑孔隙率变化 情况下的1.46倍,而通量则是未考虑孔隙率 变化情况下的2倍.此外,考虑液相和固相共 同输送的污染物运移方程在不同边界条件下 得到的结果并没有显著的变化.

(2)在工况1中,固相的污染物运移在 0~1.0m内对于污染物的质量浓度分散影 响不大,对于通量的影响较大,在仅考虑液相 输送时底部通量为5.17×10<sup>-8</sup>g/(m<sup>2</sup>·s),考 虑固相和液相输送时底部通量为9.96× 10<sup>-8</sup>g/(m<sup>2</sup>·s);在工况3中,考虑上边界条 件污染物质量浓度受土层深度影响的情况 下,对于液相输送污染物运移情况的影响较 大,由初始的100mg/L降至58mg/L.而对 于通过液相和固相的运移情况的影响几乎没 有.

(3)较大的渗透系数提高了不同土层深 度的污染物质量浓度以及污染物的底部通 量.在工况1下,当渗透系数取1.59×10<sup>-10</sup> m/s、3.17×10<sup>-11</sup>m/s、3.17×10<sup>-12</sup>m/s时, 在 z = 1 m 处污染物质量浓度分别为69.53 mg/L、66.8 mg/L、52.43 mg/L,污染物底部 通量分别对应为1.72×10<sup>-7</sup>g/(m<sup>2</sup>·s)、 4.31×10<sup>-8</sup>g/(m<sup>2</sup>·s)、1.81×10<sup>-8</sup>g/(m<sup>2</sup>· s).渗透系数为1.59×10<sup>-10</sup>m/s时的污染物 质量浓度是3.17×10<sup>-12</sup>m/s的1.33倍.渗 透系数取值越小则曲线越接近不固结的运移 曲线.

#### 参考文献

- [1] BEAR J. Dynamics of fluids in porous media [M]. New York: Courier Dover Publications, 2013.
- [2] PU H, FOX P J, SHACKELFORD C D. Contaminant transport through a compacted clay liner with the consideration of consolidation effects[C]. Geo-Chicago, 2016:118 - 127.
- [3] 陈云敏.环境土工基本理论及工程应用[J]. 岩土工程学报,2014,36(1):1-46.
  (CHEN Yunmin. A fundamental theory of environmental geotechnics and its application [J]. Chinese journal of geotechnical engineering,2014,36(1):1-46.)
- [4] FOX P J, SHACKELFORD C D, FRATTA D, et al. State-of-the-art: consolidation-induced contaminant transport for high water content geo-materials [J]. Geoflorida, 2010 (199): 129 – 138.
- [5] ALSHAWABKEH A N, RAHBAR N, SHEA-HAN T C, et al. Volume change effects on solute transport in clay under consolidation [C]. Geo Jordan Conference, 2004:105 - 115.
- LEE J G, FOX P J. Investigation of consolidation-induced solute transport II: experimental and numerical results [J]. Journal of geotechnical & geoenvironmental engineering, 2009, 135 (9):1239 1253.
- [7] LEE J G, FOX P J, LENHART J J. Investigation of consolidation-induced solute transport.
   I: effect of consolidation on transport parameters[J]. Journal of geotechnical & geoenvironmental engineering, 2009, 135 (9): 1228 1238.
- [8] SMITH D W. One-dimensional contaminant transport through a deforming porous medium: theory and a solution for a quasi-steady-state problem [J]. International journal for numerical & analytical methods in geomechanics, 2015, 24(8):693-722.
- [9] 张志红,李涛,赵成刚,等.考虑土体固结变形的污染物运移模型[J].岩土力学,2008,29(6):1435-1439.
  (ZHANG Zhihong, LI Tao, ZHAO Chenggang, et al. Model of contaminant transport considering consolidation deformation of soils
  [J]. Rock & soil mechanics, 2008, 29(6): 1435-1439.)
- [10] 张志红,赵成刚,李涛.土体固结与污染物运 移耦合模型研究[J].土木工程学报,2009,42

(9):104 - 108.

(ZHANG Zhihong, ZHAO Chenggang, LI Tao. A study on model of contaminant transport and soil consolidation coupling [J]. China civil engineering journal, 2009, 42 (9): 104 – 108.)

[11] 黄璐,赵成刚,张雪东,等. 输运性质受固结过 程影响的污染物输运模型[J]. 岩土工程学 报,2010,32(3):420-427.

(HUANG Lu, ZHAO Chenggang, ZHANG Xuedong, et al. Contaminant migration model with consolidation dependent transport coefficients[J]. Journal of geotechnical engineering, 2010,32 (3):420-427.)

- [12] PU H, FOX P J. Consolidation-induced solute transport for constant rate of strain. I: model development and simulation results [J]. Journal of geotechnical & geoenvironmental engineering, 2015, 141(4):04014127.
- [13] FOX P J, PU H. Consolidation-induced solute transport for constant rate of strain II; comparison with incremental loading [ J ]. Journal of geotechnical & geoenvironmental engineering, 2014,141(4):04014128.
- [14] LEWIS T W, PIVONKA P, SMITH D W. Theoretical investigation of the effects of consolidation on contaminant transport through clay barriers [J]. International journal for numerical & analytical methods in geomechanics, 2009, 33 (1):95 - 116.
- [15] MERIC D, HELLWEGER F, ALSHAW-ABKEH A N, et al. Nonlinear nonequilibrium one-dimensional large-strain consolidation-coupled contaminant transport model of capped sediments[J]. Journal of geotechnical & geoenvironmental engineering, 2017, 143 (8): 04017030.
- [16] 许照刚,张志红,杜修力,等.衰减源作用下固 结压力及吸附参数对污染物运移规律的影响

[J]. 土木建筑与环境工程, 2014, 36(2): 94-103.

(XU Zhaogang, ZHANG Zhihong, DU Xiuli, et al. Effect of consolidation pressure and adsorption parameter on contaminant transport considering the biodegradation of contaminant at source [J]. Journal of civil architectural & environmental engineering, 2014, 36(2):94 – 103.)

- PU H, SHACKELFORD C D, FOX P J. Assessment of consolidation-Induced VOC transport for a GML/GCL composite liner system
   J. Journal of geotechnical & geoenvironmental engineering, 2016, 142(11):04016053.
- [18] 郑健,李育超,陈云敏. 底泥固结对污染物运移影响的超重力离心试验模拟[J]. 浙江大学学报(工学版),2016,50(1):8-15.
  (ZHENG Jian, LI Yuchao, CHEN Yunmin. Centrifuge test modeling of impact of sediment consolidation on contaminant transportation [J]. Journal of Zhejiang university (engineering science),2016,50(1):8-15.)
- [19] 张志红,师玉敏,朱敏. 黏土垫层水力-力 学-化学耦合模型研究[J]. 岩土工程学报, 2016,38(7):1283-1290.
  (ZHANG Zhihong, SHI Yumin, ZHU Min. Coupled hydro-mechanical-chemical model for clay liner [J]. Journal of geotechnical engineering,2016,38 (7):1283-1290.)
- [20] 谢海建,严华祥,张春华,等.考虑固结、扩散 和降解耦合作用下污染物在黏土中的运移解 析模型[J].水利学报,2015,46(增刊1): 124-128.
  (XIE Haijian, YAN Huaxiang, ZHANG Chunhua, et al. Analytical models for contaminant transport in clayey soils considering coupled

effect of consolidation, diffusion and degradation [J]. Journal of hydraulic engineering, 2015, 46(S1): 124 - 128.)